



Kompresní metody první generace

© 1998-2011 Josef Pelikán
CGG MFF UK Praha

pepca@cgg.mff.cuni.cz

<http://cgg.mff.cuni.cz/~pepca/>



Základní pojmy komprese dat

Kódovaná (zdrojová) abeceda: $\mathbf{S} = \{ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n \}$

pravděpodobnost výskytu symbolu \mathbf{x}_i je p_i

kód \mathbf{K} symbolu \mathbf{x}_i má délku d_i

zpráva (kódovaný řetězec) je posloupnost:

$$\mathbf{X} = \mathbf{x}_{i_1}, \mathbf{x}_{i_2}, \dots, \mathbf{x}_{i_k}$$

Entropie (informační hodnota) symbolu \mathbf{x}_i :

$$\mathbf{E}_i = -\log_2 p_i \quad \text{bitů}$$



Základní pojmy II

Průměrná entropie (informační hodnota) symbolu:

$$AE = \sum_{i=1}^n p_i E_i = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i \quad \text{bitů}$$

entropie zprávy \mathbf{X} :

$$E(\mathbf{X}) = - \sum_{j=1}^k p_{ij} \log_2 p_{ij} \quad \text{bitů}$$

délka kódované zprávy \mathbf{X} :

$$L(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^k d_{ij} \quad \text{bitů}$$



Základní pojmy III

Redundance kódu \mathbf{K} pro zprávu \mathbf{X} :

$$\mathbf{R}(\mathbf{K}) = \mathbf{L}(\mathbf{X}) - \mathbf{E}(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^k \left(d_{i_j} + p_{i_j} \log_2 p_{i_j} \right) \text{ bitů}$$

**průměrná délka
kódového slova kódu \mathbf{K} :**

$$\mathbf{AL}(\mathbf{K}) = \sum_{i=1}^n p_i d_i \text{ bitů}$$

průměrná redundance kódu \mathbf{K} :

$$\mathbf{AR}(\mathbf{K}) = \mathbf{AL}(\mathbf{K}) - \mathbf{AE} = \sum_{i=1}^n p_i \left(d_i + \log_2 p_i \right) \text{ bitů}$$



Pojmy komprese obrazu

Původní hodnota vzorku (pixelu): $u_k, u_{j,k}$

hodnota vzorku po kvantování (po rekonstrukci):

$u'_k, u'_{j,k}$

predikce vzorku (pixelu): $\bar{u}_k, \bar{u}_{j,k}$

chyba predikce vzorku (pixelu): $e_k, e_{j,k}$



Měřítko kvality rekonstrukce

Výběrová střední kvadratická chyba:

$$\text{RMS}^2 = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (u_{i,j} - \hat{u}_{i,j})^2$$

poměr signálu
k šumu:

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{P^2}{\text{RMS}^2} \text{ dB}$$

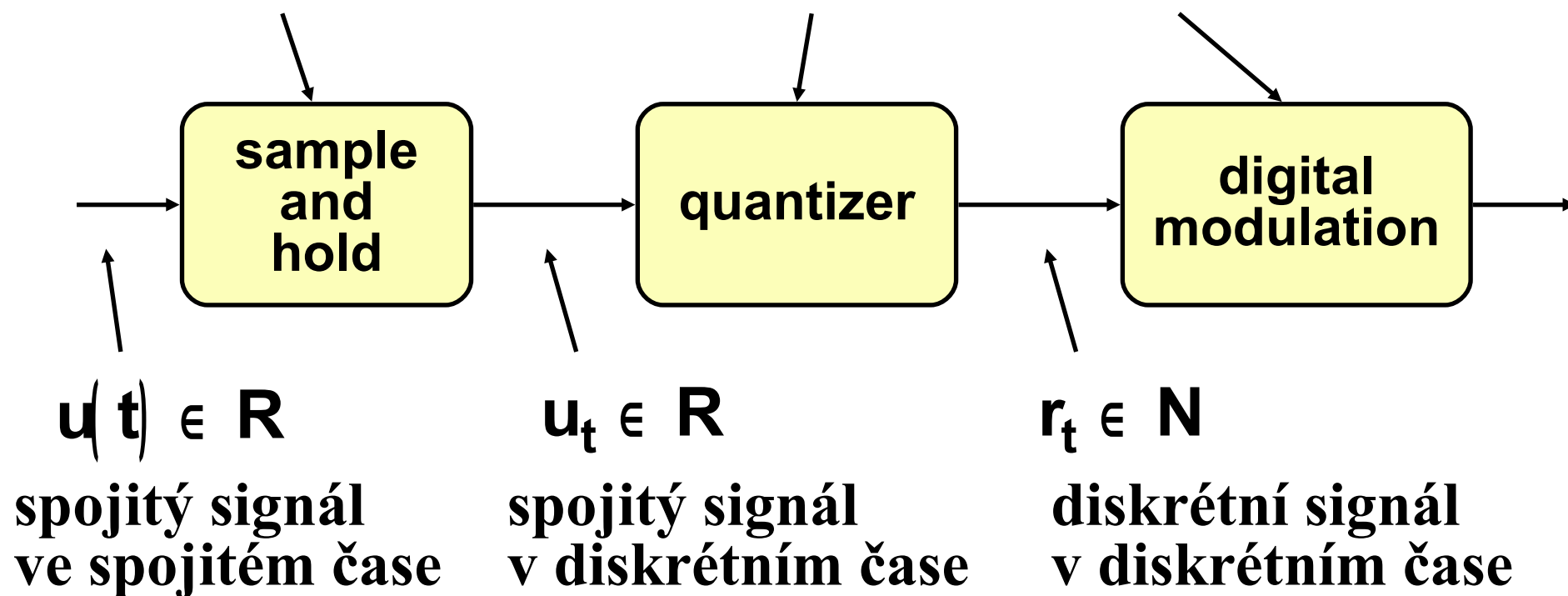
P je interval hodnot pixelů originálu, tj. často:

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\text{RMS}^2} \text{ dB}$$

Pulsní kódová modulace (PCM)



- přenos analogového signálu **digitálním kanálem**
vzorkování v čase, kvantování, kódování (modulace)



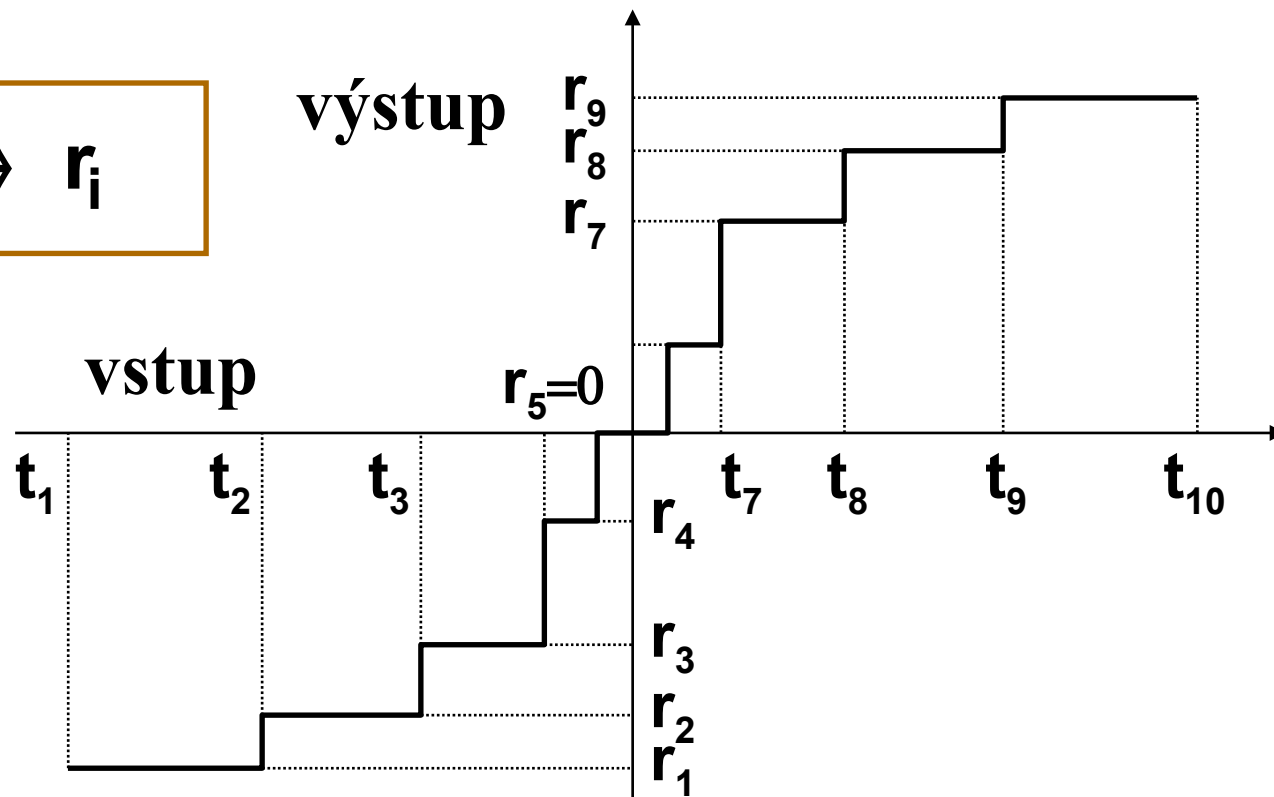


Kvantování

Rozhodovací hodnoty: $\{ \underline{t}_i, i = 1, 2, \dots, L + 1 \mid t_i < t_{i+1} \}$

rekonstrukční hodnoty: $\{ \underline{r}_i, i = 1, 2, \dots, L \}$

$$q: \langle t_i, t_{i+1} \rangle \rightarrow r_i$$





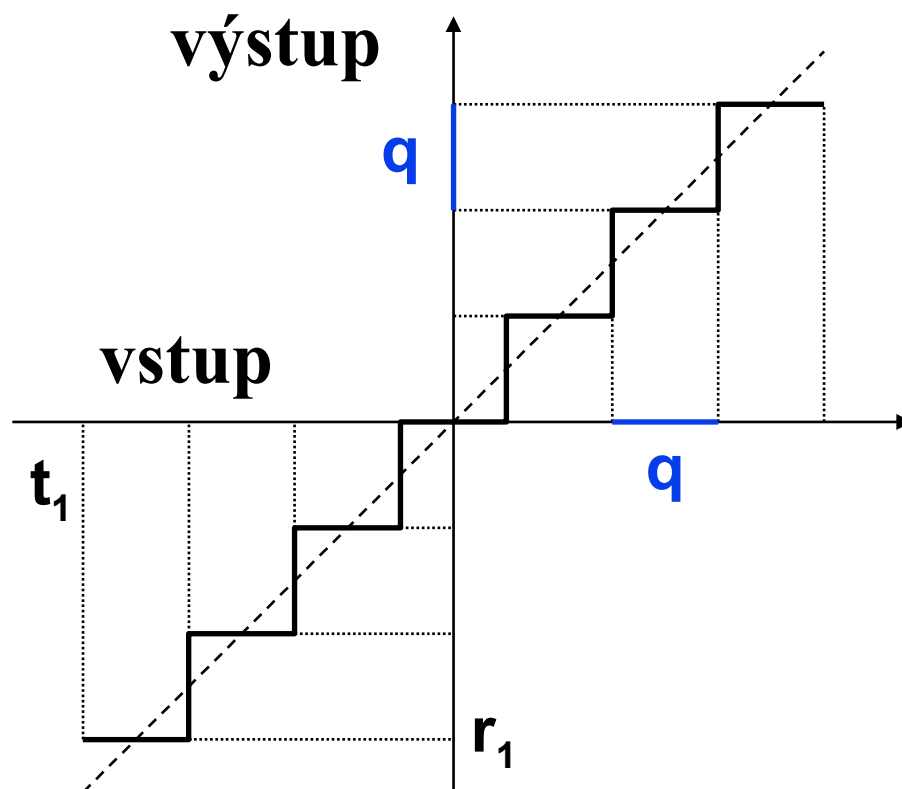
Lineární kvantovač

Používá se při **rovnoměrném rozložení** **pravděpodobností** kvantovaných hodnot:

$$\underline{t_k} = t_1 + (k - 1) q$$

$$\underline{r_k} = t_k + q/2$$

$$q = \frac{t_{L+1} - t_1}{L}$$





Lloydův-Maxův kvantovač

Minimalizuje **střední kvadratickou chybu** kvantování:

$$E = E \left[\left(u - u' \right)^2 \right] = \int_{t_1}^{t_{T+1}} \left| \mathbf{x} - u'(\mathbf{x}) \right|^2 p(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}$$

$p(\mathbf{x})$.. pravděpodobnost vstupní hodnoty \mathbf{x} (histogram)

$$t_k = \frac{1}{2} (r_{k-1} + r_k)$$

$$r_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{x} p(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \quad / \quad \int_{t_k}^{t_{k+1}} p(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}$$

Prediktivní kompresní metody

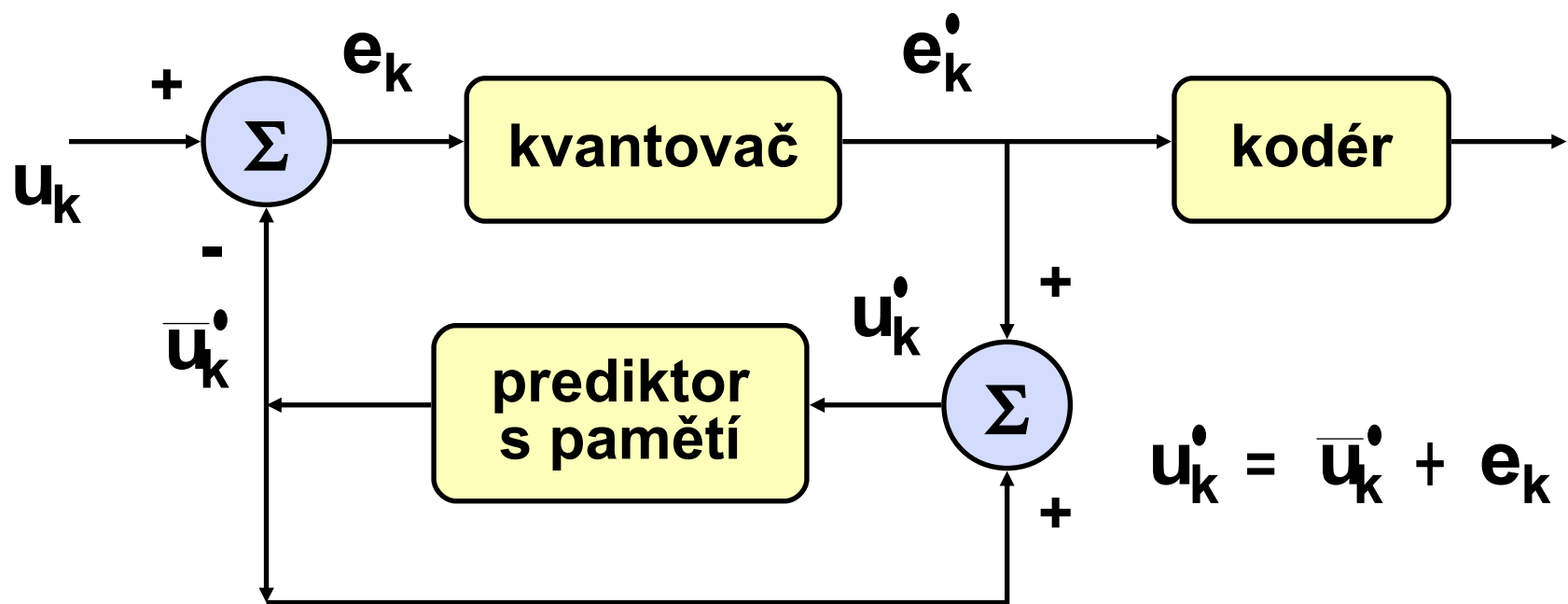


- ♦ využívají **závislost sousedních pixelů** (prostorovou korelaci obrazu)
 - hodnoty pixelů se často mění jen pozvolna
- ♦ implementace pomocí tzv. **predikční funkce** (prediktoru)
 - pomocí předchozích (sousedních) hodnot se co nejlépe odhadne aktuální hodnota
 - kóduje se jen rozdíl předpovězené a skutečné hodnoty
 - při úspěšné predikci má chyba menší amplitudu



Prediktivní kvantování

DPCM kodér (Differential Pulse-Code Modulation):



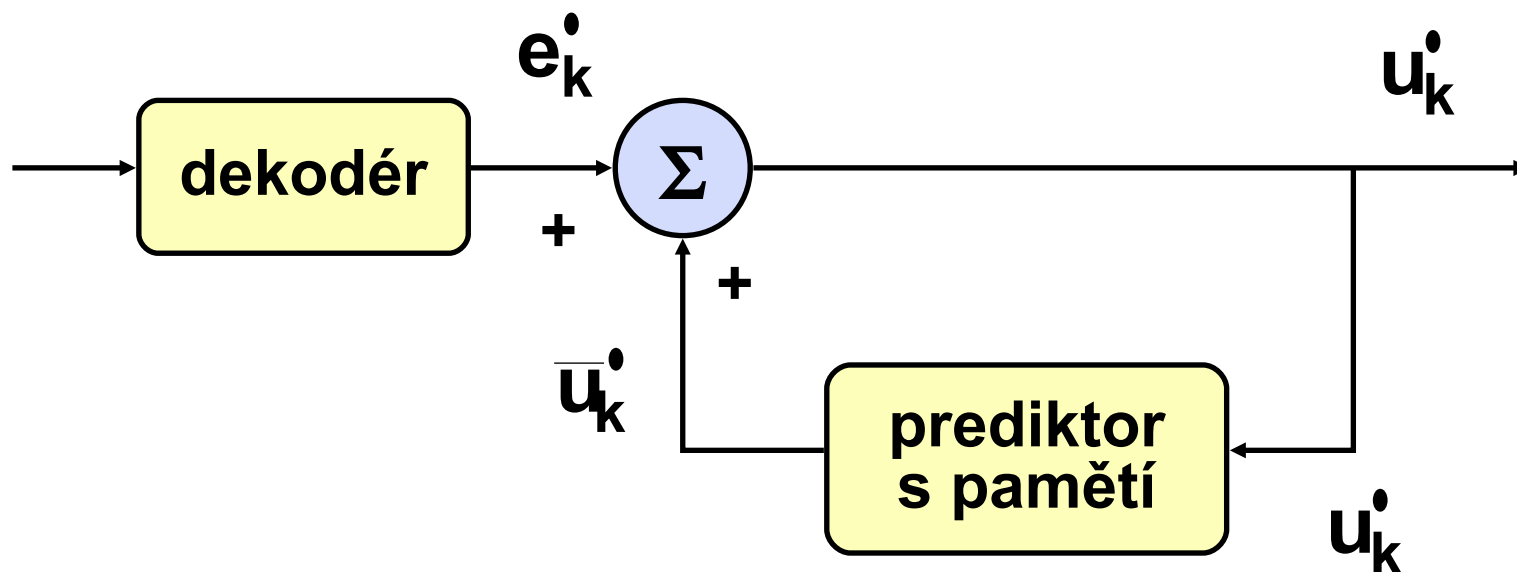
$$e_k = u_k - \bar{u}_k^\bullet$$

$$\text{predikce: } \bar{u}_k^\bullet = P(u_{k-1}^\bullet, u_{k-2}^\bullet, \dots)$$



Prediktivní kvantování II

DPCM dekodér:





Delta modulace

- kvantovač má pouze **dvě výstupní hodnoty (+q,-q)**
 - obvou realizující tzv. prahovou funkci
 - roli prediktoru hraje zpožd'ovací obvod

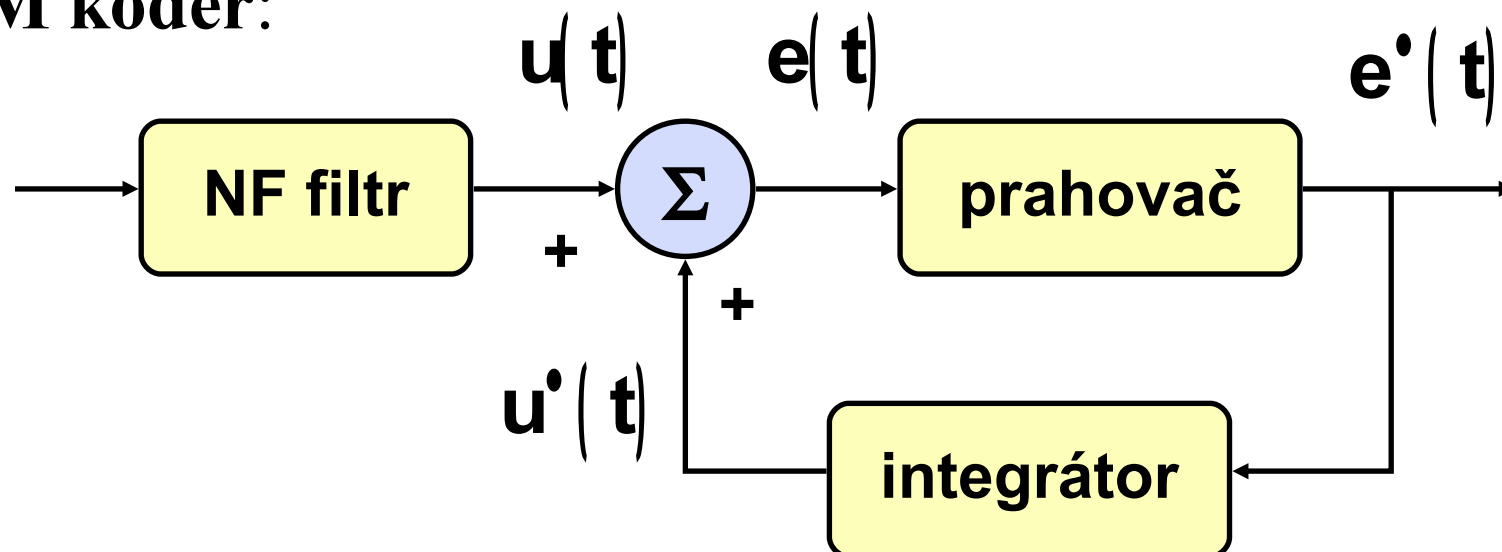
$$\bar{u}_k = u_{k-1} \quad e_k = u_k - u_{k-1}$$

- vstupní signál **nemusí být vzorkovaný**
 - místo prediktoru je integrátor
- používá se převážně ke kódování **analogových signálů** (např. zvuku)

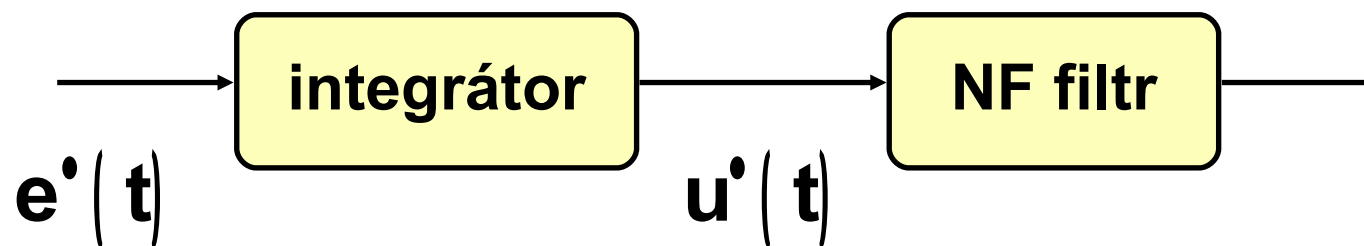


Delta modulace II

DM kodér:

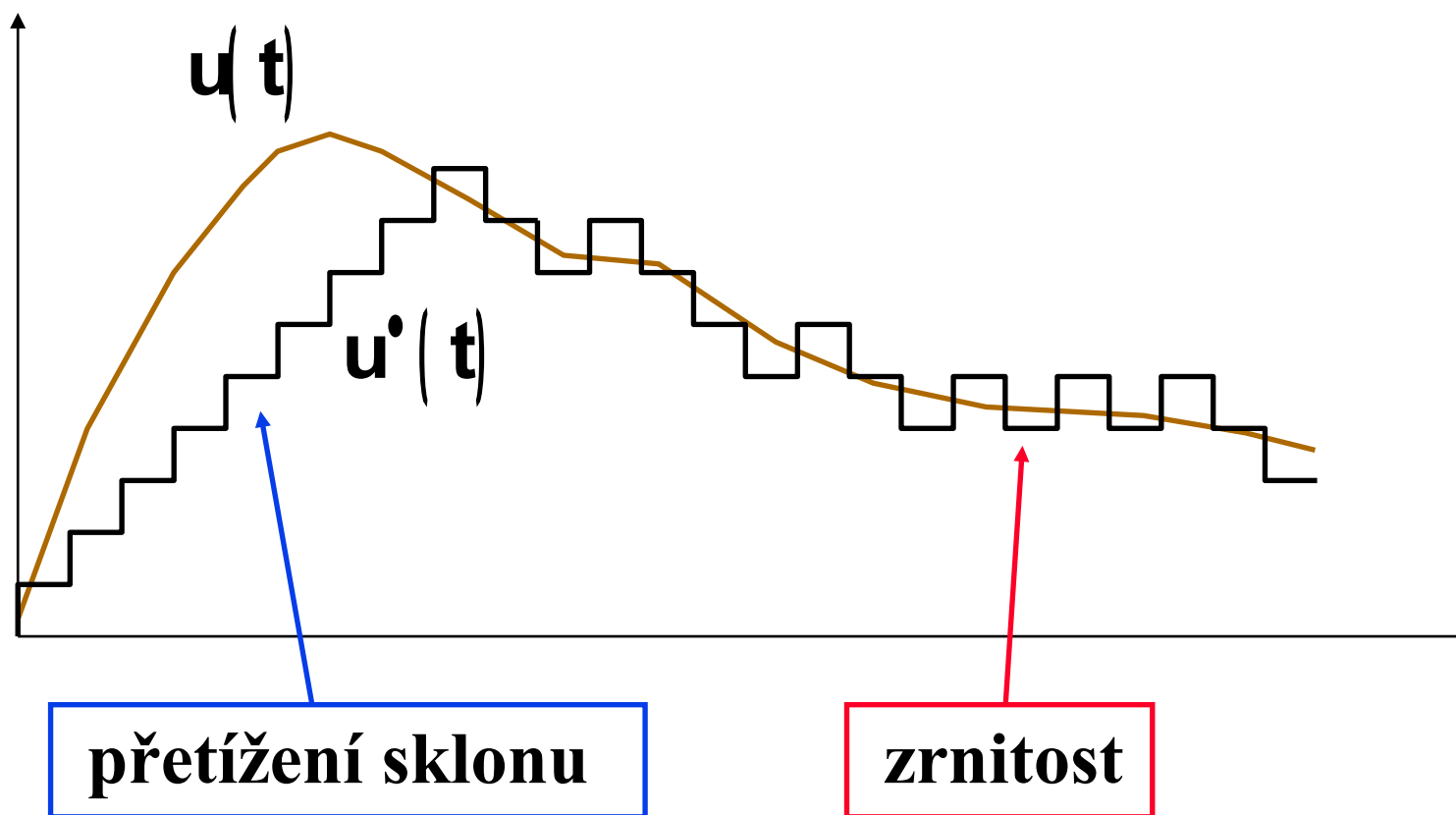


DM dekodér:





Chyby DM



odstranění zrnitosti ... třístavová DM (+q,0,-q)



DPCM

♦ **Markovův řetězec řádu p**

- střední hodnota aktuálního vzorku je lineárně závislá na p předchozích hodnotách

$$\bar{u}_k = \sum_{j=1}^p a_j u_{k-j}$$

♦ **nelineární prediktory**

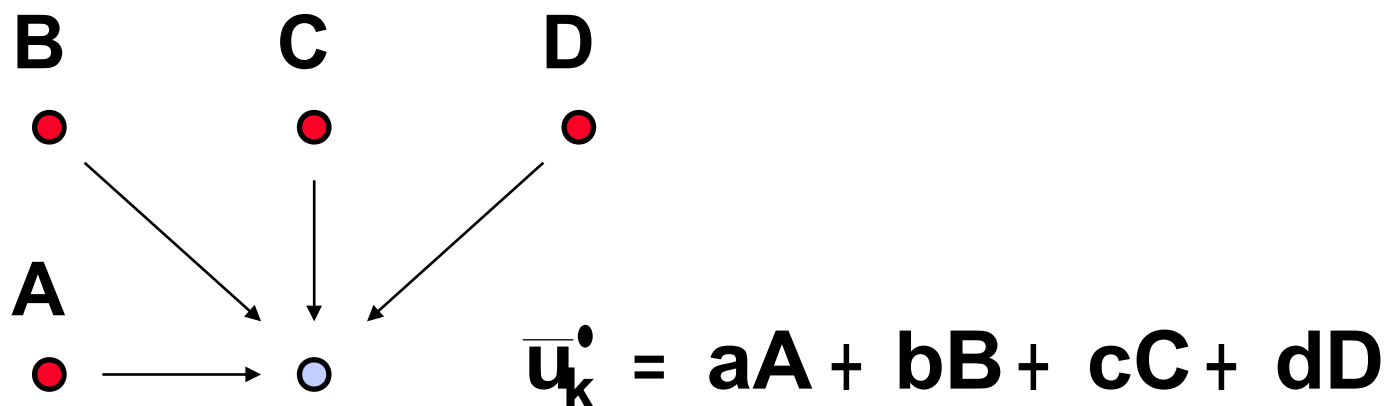
- nejčastěji se používají polynomiální funkce

♦ **dvoj- a více-rozměrné prediktory**

- odpovídají 2D charakteru obrazu (3D animaci)



2D DPCM



optimální případ: $a = c = 0.95$
 $b = -ac$
 $d = 0$

Č/B obraz: **DPCM** je teoreticky lepší o cca 20dB než **PCM** (komprese 3-3.5 : 1)



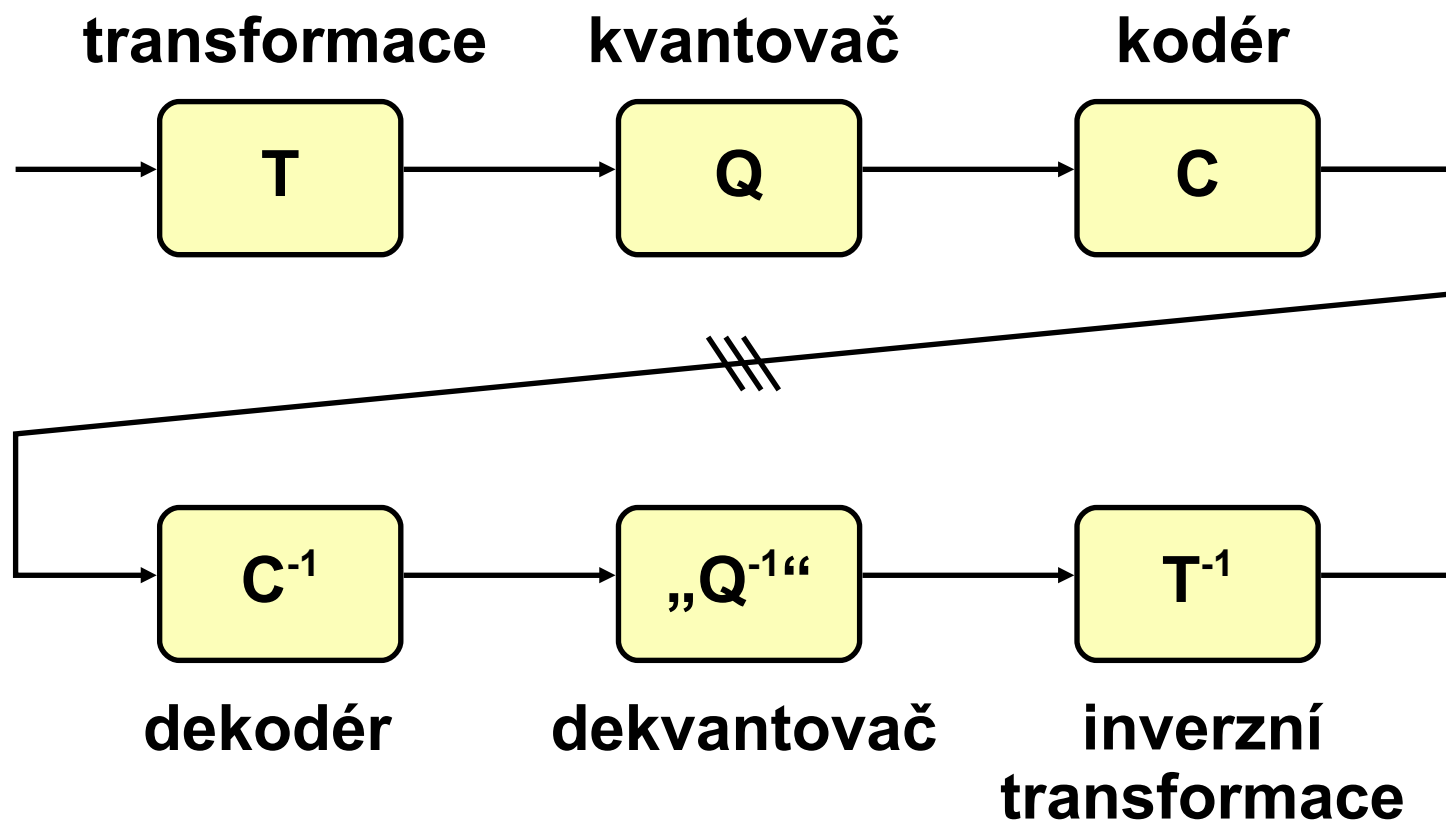
Adaptivní prediktivní metody

- ◆ několik prediktorů pro **různé směry korelace** obrazu (vodorovně, svisle, šikmo)
 - v každé fázi se vybírá prediktor s max. korelací
- ◆ adaptivní řízení **zesílení** (chyby kvantovače)
 - kvalita (zkreslení) kvantování se řídí adaptivně podle rozptylu predikční chyby
- ◆ **klasifikace oblastí** obrazu
 - rychlé přizpůsobení podle lokálního okolí pixelu
 - klasifikace bloků velikosti 16×16 (např. 4 skupiny)



Transformační metody

Obecné schema:





Transformační metody II

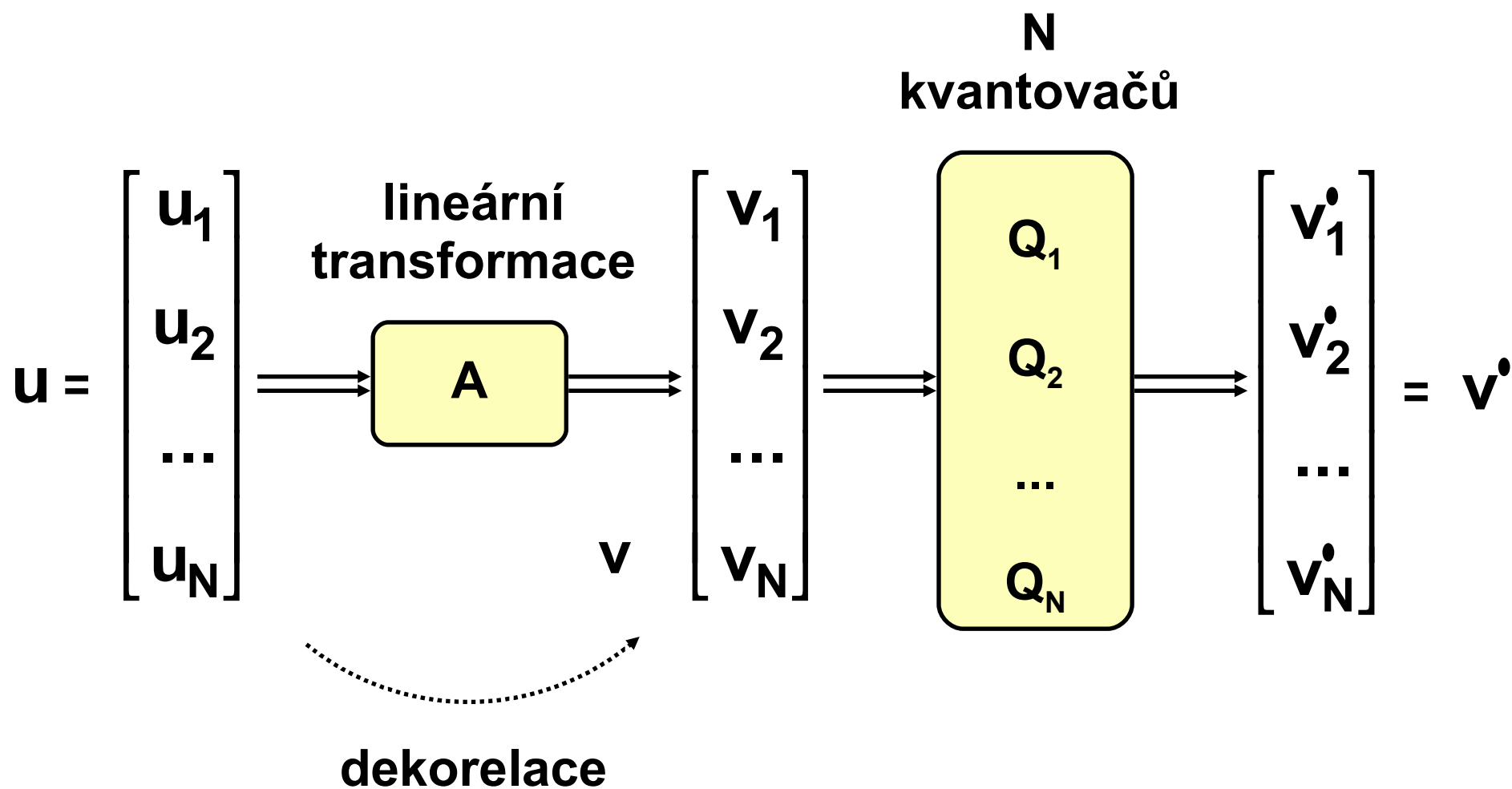
- snaží se pracovat s celým **blokem (vektorem) obrazu** najednou
 - lze rozšířit na „blokové kvantování“
- maximální **potlačení závislosti** jednotlivých složek kódovaného vektoru
 - velká role použité transformační funkce
- **transformační funkce**
 - jednorozměrná (rozkladová řádka obrazu)
 - dvojrozměrná (celý obraz, bloky $\mathbf{K} \times \mathbf{K}$)



Transformační funkce T

- **většina důležitých informací** o bloku by měla být sousředěna do **několika málo koeficientů**
 - velký kompresní poměr lze dosáhnout zanedbáním ostatních (méně podstatných) koeficientů
- **zkreslení kvantováním a vynecháním koeficientů** by mělo být co nejmenší
- koeficienty po transformaci mají být **co nejméně závislé**
- **rychlost výpočtu T i T^{-1}** (SW, HW)

1D lineární transformační metody





Transformace Karhunen-Loeve

- vektor vstupních hodnot tvoří **Gaussovsky rozložené** náhodné veličiny
 - kovarianční matice (závislost jednotlivých složek) je známa
- cílem je navrhnout transformační kodér s **min. RMS chybou a max. dekorelací**:
- optimální **Karhunen-Loeve** transformace
 - koeficienty (\mathbf{v}_i) jsou zcela nezávislé
 - velká výpočetní náročnost (výpočet vlastních vektorů kovarianční matice)



Praktické transformace

- **suboptimální transformace**
 - o trochu horší dekorelační schopnosti než KLT
 - větší efektivita: rychlé algoritmy **$O(N \log N)$** , **$O(N)$**
- **sinové transformace (Fourier, sin, cos, Hartley)**
 - komplexní i reálná aritmetika, dobrá dekorelace
- **transformace Walshova typu**
 - po částech konstantní funkce, jen sčítání a odečítání (Hadamard), velmi rychlé implementace
- **wavelets (Haar, ..)**
 - dobrá reprezentace nehomogenního obrazu



Zonální kódování koeficientů

Přesnost kvantování podle informační hodnoty (rozptylu) koeficientů. Příklad bitové alokace:

7	5	3	2	1	1	1	0
5	3	3	2	1	1	1	0
3	3	2	2	1	1	0	0
2	2	2	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Zonální metoda (přenáší se jen jistá oblast - zóna)



Prahové kódování koeficientů

Přenos **K** koeficientů s **největší amplitudou**. Příklad koeficientů:

14	-5	4	8	7	-3	1	0
8	-3	5	4	-4	1	-1	0
-9	6	-8	5	3	3	0	0
7	3	6	1	1	4	0	2
4	1	-5	0	-2	1	0	0
-3	-1	4	2	0	-2	0	1
3	-2	-2	0	0	1	0	0
0	0	-1	0	1	0	0	0

Přenášena zóna se pro každý blok liší (kódování adres)

Adaptivní transformační metody

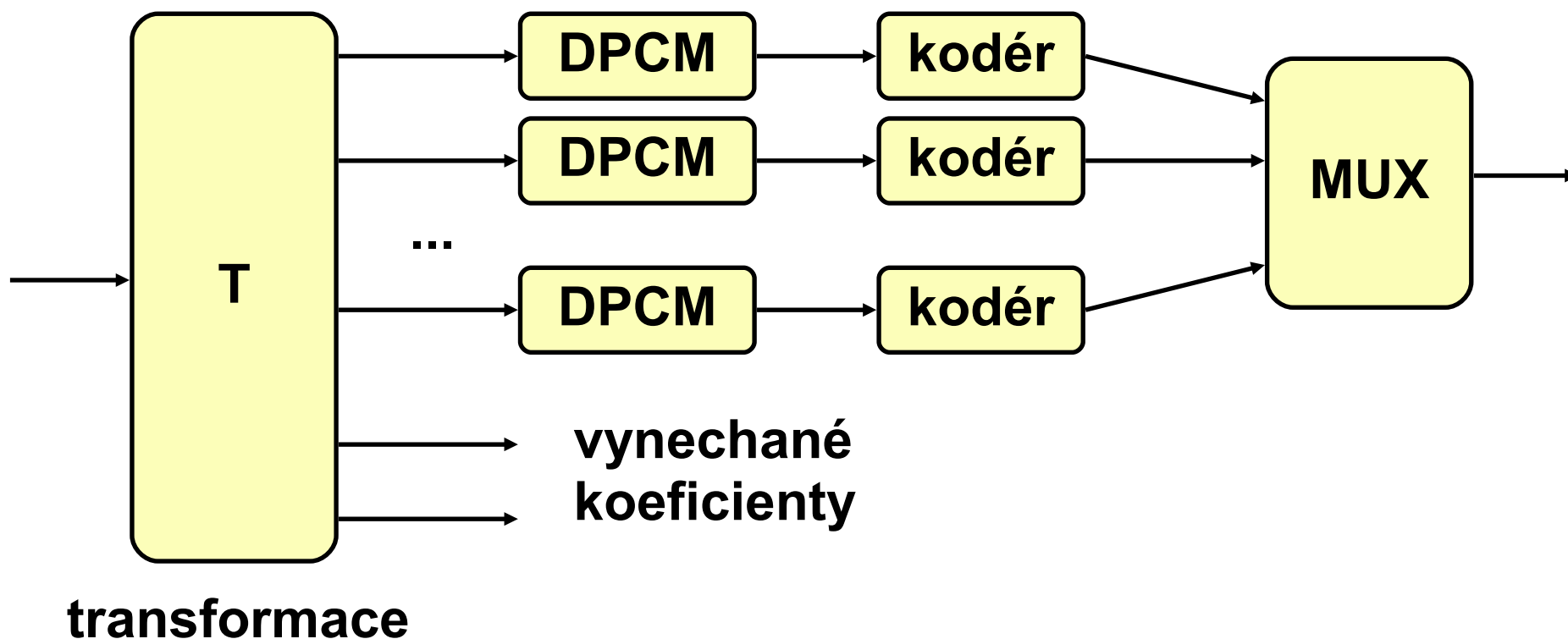


- ◆ **(statistická) analýza** každého bloku obrazu
 - přizpůsobení transformačního algoritmu charakteristice dat
- ◆ **přepínání transformačních funkcí** nebo jejich parametrů
- ◆ **adaptace přenášené oblasti** koeficientů (zóny)
- ◆ **adaptace kvantovačů**



Hybridní metody

Kombinace **transformační** a **prediktivní** metody:





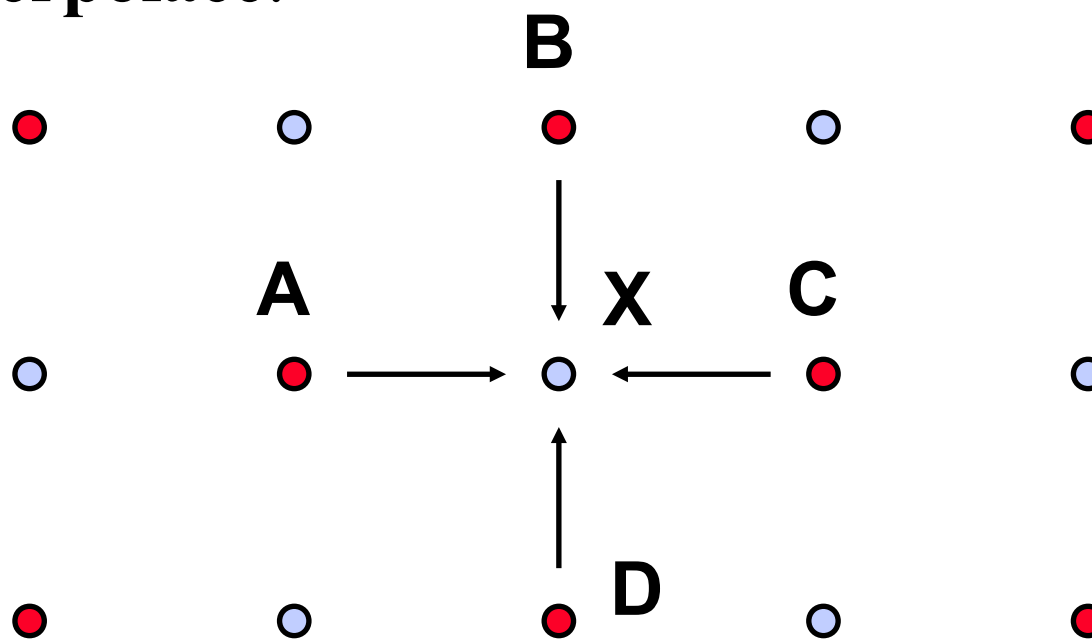
Interpolační metody

- kódování a přenos jen **některých pixelů**
 - ostatní pixely se při rekonstrukci dopočítají interpolací
 - nejčastěji se používá lineární interpolace (polynomy vyšších řádů nedávají o tolik lepší výsledky)
- statické metody
 - množina kódovaných pixelů je dána předem a nemění se
- dynamické metody
 - přizpůsobení charakteru obrazu (např. jeho rozptylu)



Střídavá interpolační metoda

Přenos **polovičního** množství pixelů a následná **lineární interpolace**:



$$X = \frac{A + C}{2} \quad \text{nebo} \quad \frac{B + D}{2} \quad (\text{menší rozdíl hodnot})$$



Další informace:

- **A. Jain: *Image Data Compression: A Review*, Proceedings of the IEEE, vol.69, #3, 1981**
- **A. Jain: *Fundamentals of Digital Image Processing*, Prentice-Hall, 1989**
- **ed. by H.-M. Hang, J. Woods: *Handbook of Visual Communications*, Academic Press, San Diego, 1995**