Konfigurační faktory
(“form-factors”)

KSVI MFF UK Praha

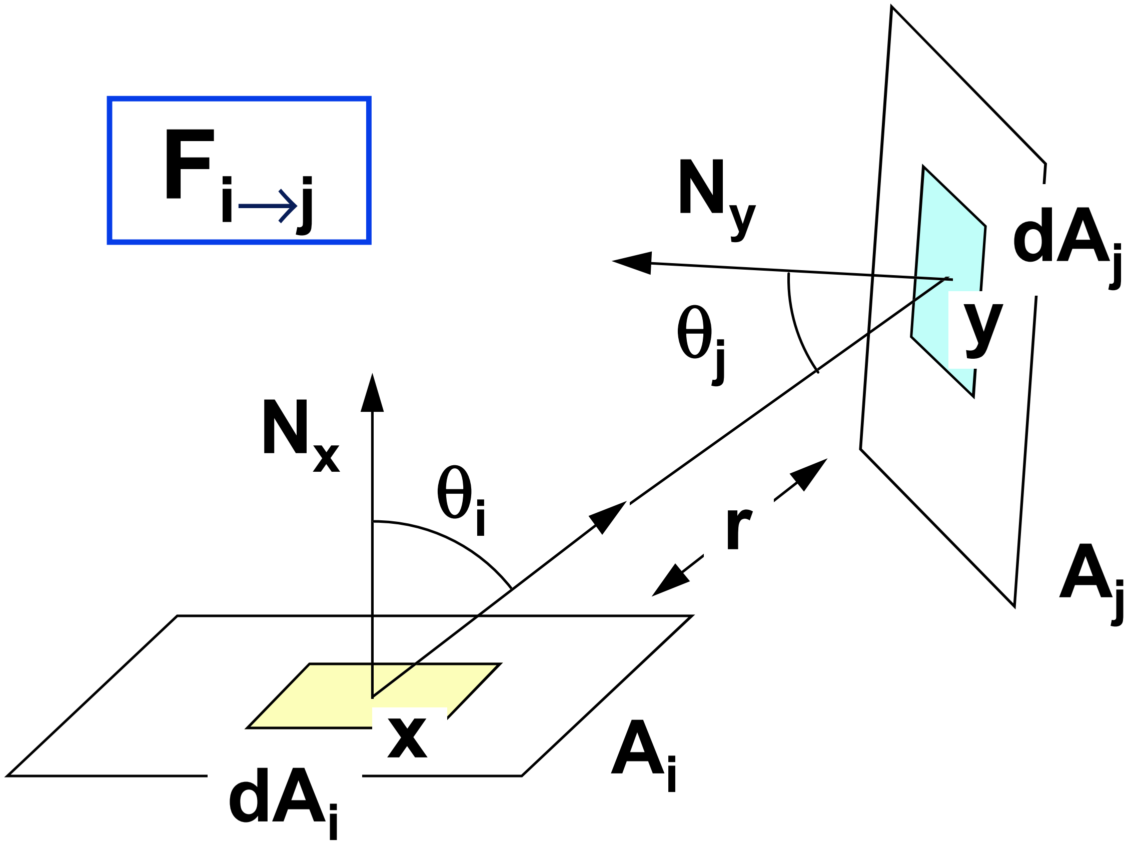
e-mail: Josef.Pelikan@mff.cuni.cz

WWW: http://cgg.ms.mff.cuni.cz/~pepca/

Konfigurační faktor $\mathbf{F_{i \to j}}$

- udává **podíl energie** vyzářené z plochy **i**, která dopadne na plochu **j**
  - klíčová hodnota při sestavování soustavy lineárních rovnic (hledání radiosit jednotlivých ploch)
  - první výpočet (fyzika): Lambert 1760
- závisí pouze na **geometrii scény**
  - vzdálenost, sklon a viditelnost příslušných plošek
- $\mathbf{F_{i \to j}}$ je bezrozměrné číslo z intervalu $\langle \mathbf{0}, \mathbf{1} \rangle$
  - pro konvexní plošku **i** je $\mathbf{F_{i \to i} = 0}$

Konfigurační faktor



Konfigurační faktor

Rovnice pro radiositu (konstantní elementy):

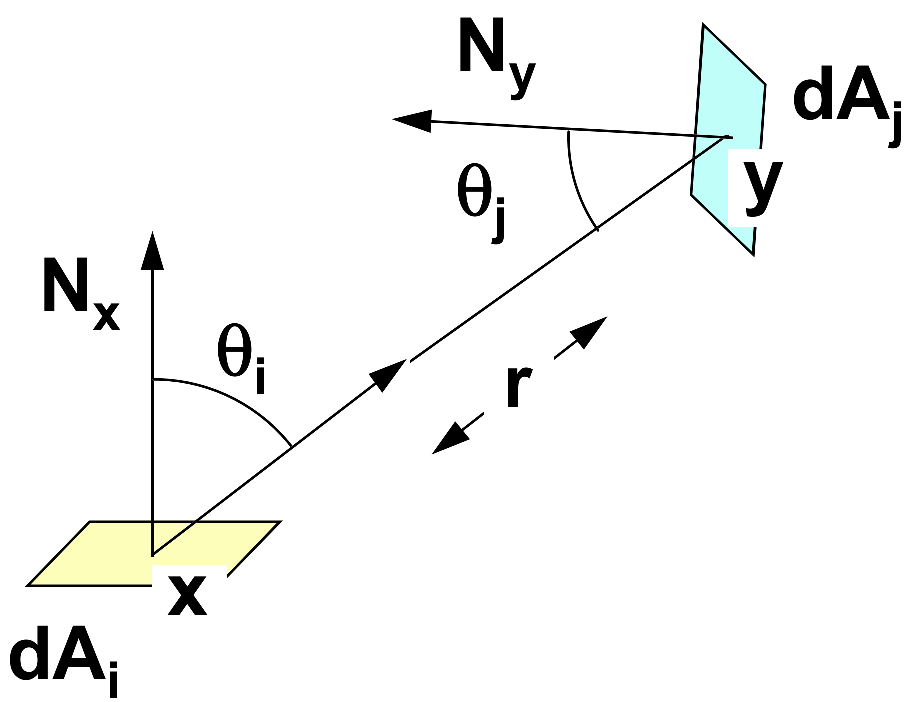
$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^{N} B_j \cdot \boxed{\frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x) \; dA_j \; dA_i}$$

$$F_{i \to j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x) \; dA_j \; dA_i =$$

$$\boxed{= \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \left\| x - y \right\|^2} \cdot V(x, y) \; dA_j \; dA_i}$$

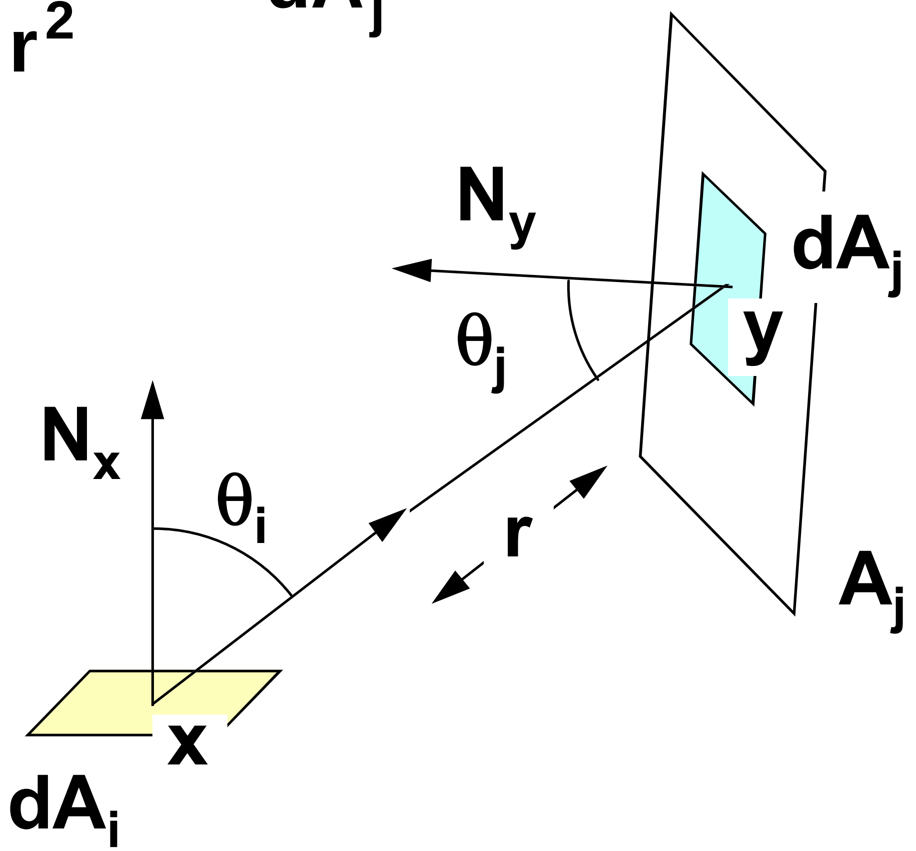
Diferenciální konfigurační faktor

$$dF_{dA_i \to dA_j} = \frac{\cos\theta_i}{\pi} d\omega_j = \frac{\cos\theta_i \cdot \cos\theta_j}{\pi r^2} dA_j$$



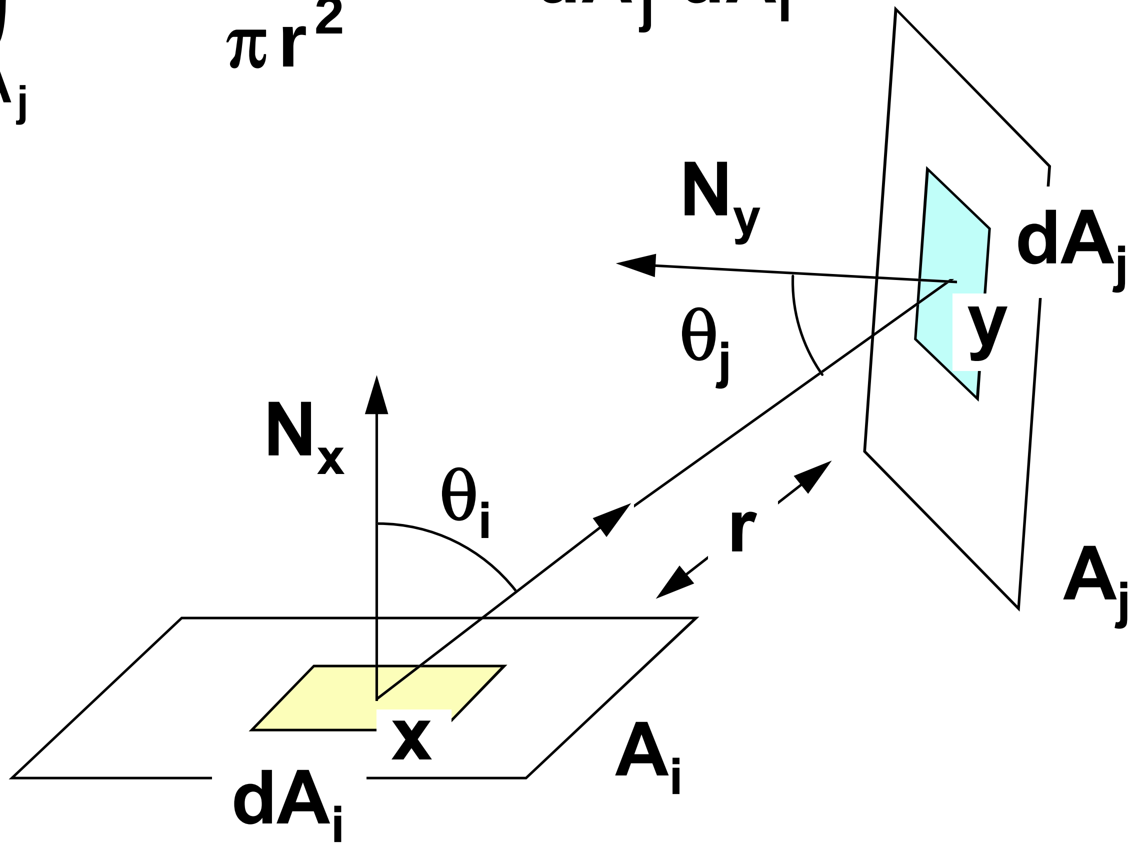
Diferenciální konfigurační faktor

$$F_{dA_i \to A_j} = \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cdot \cos\theta_j}{\pi r^2} \, dA_j$$



Průměrný konfigurační faktor

$$F_{i\rightarrow j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cdot \cos\theta_j}{\pi r^2} \, dA_j \, dA_i$$



Výpočet konfiguračních faktorů

❶ **analytické metody**

- bod → polygon, bod → kruh, polygon → polygon

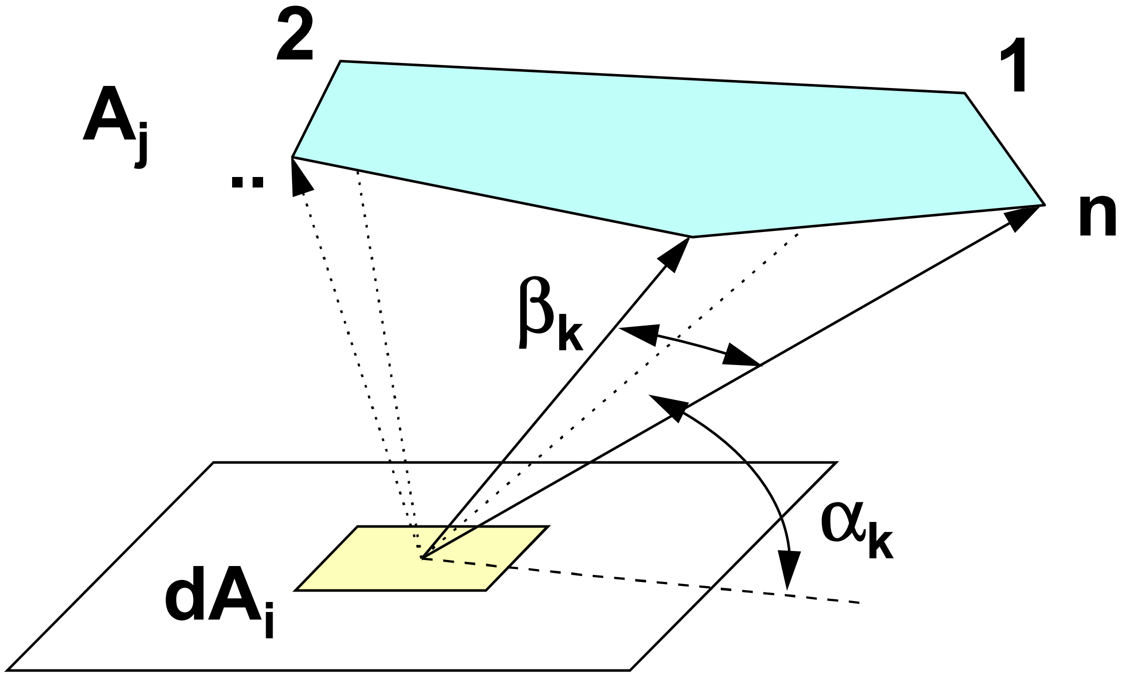
❷ **numerické metody**

- polokrychle (Nusseltova analogie), projekce do jedné roviny, křivkový integrál (dle Stokesovy věty)

❸ numerické **stochastické metody** (Monte-Carlo)

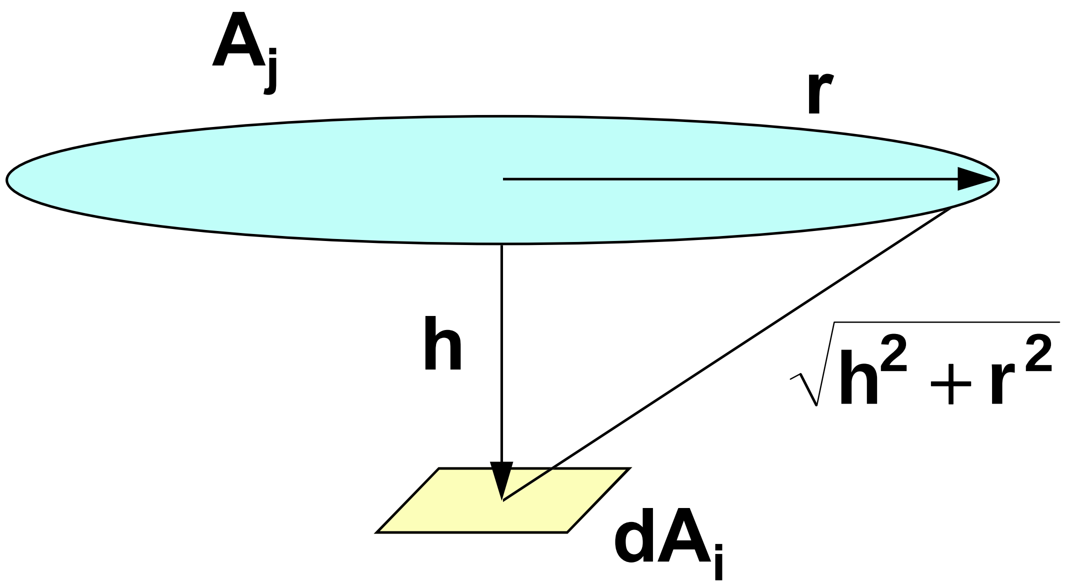
- vzorkování prostorového úhlu nebo přijímající plochy

Bod → polygon



$$F_{dA_i \to A_j} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{n} \beta_k \cos \alpha_k$$

Bod → kruh

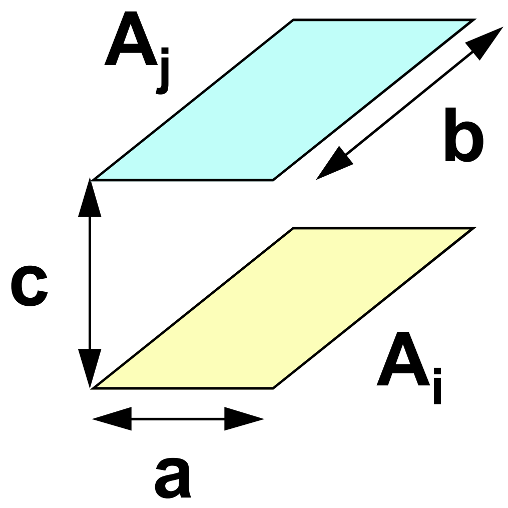


$$F_{dA_i \to A_j} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2\pi r}{\sqrt{h^2 + r^2}} \cdot \frac{r}{\sqrt{h^2 + r^2}} = \frac{r^2}{h^2 + r^2}$$

Obdélník → obdélník

$X = a/c$

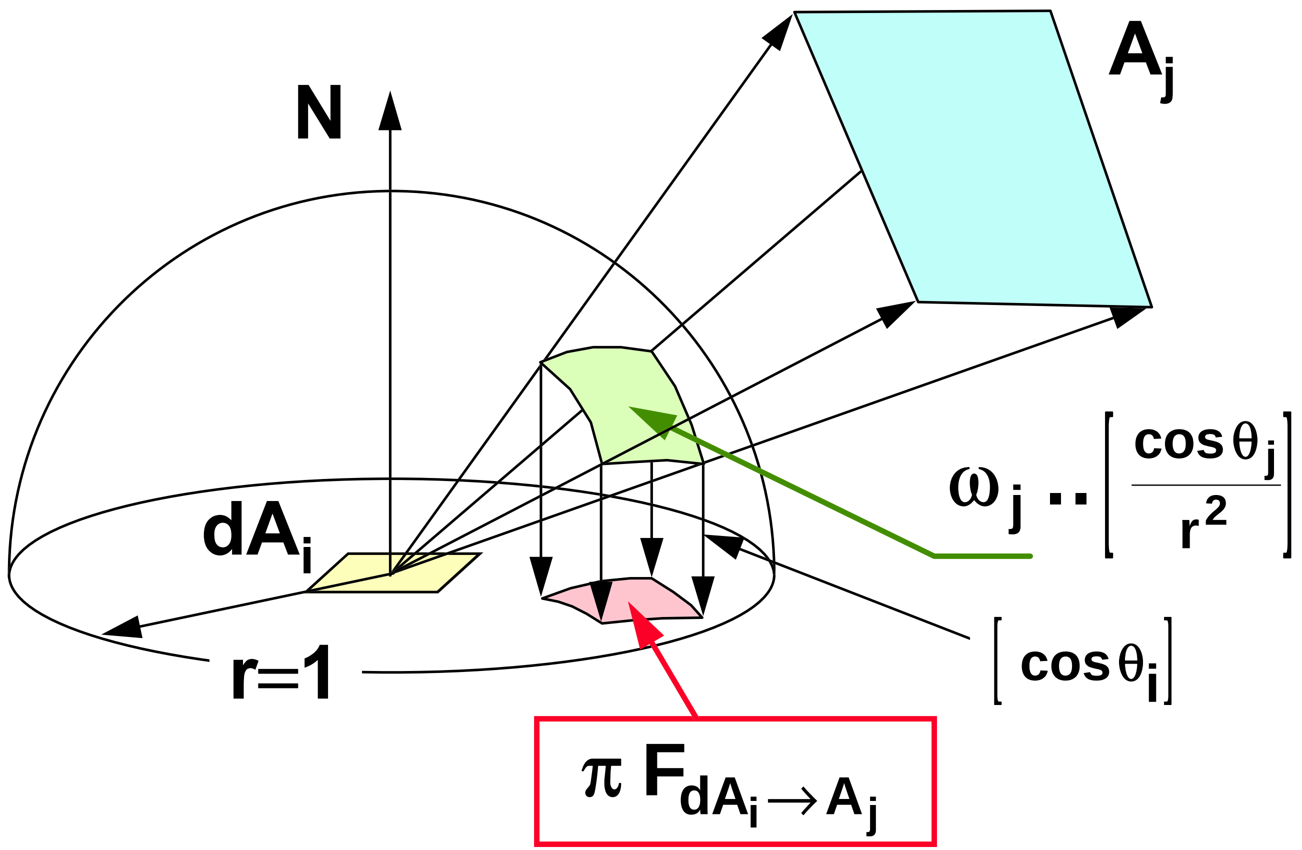
$Y = b/c$



$$F_{i\to j} = \frac{2}{\pi XY} \cdot \left\{ \ln\left[\frac{\left(1+X^2\right)\left(1+Y^2\right)}{1+X^2+Y^2}\right]^{1/2} + \right.$$

$$\left. + Y\sqrt{1+X^2} \cdot \tan^{-1}\frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} - X\tan^{-1}X - Y\tan^{-1}Y \right\}$$

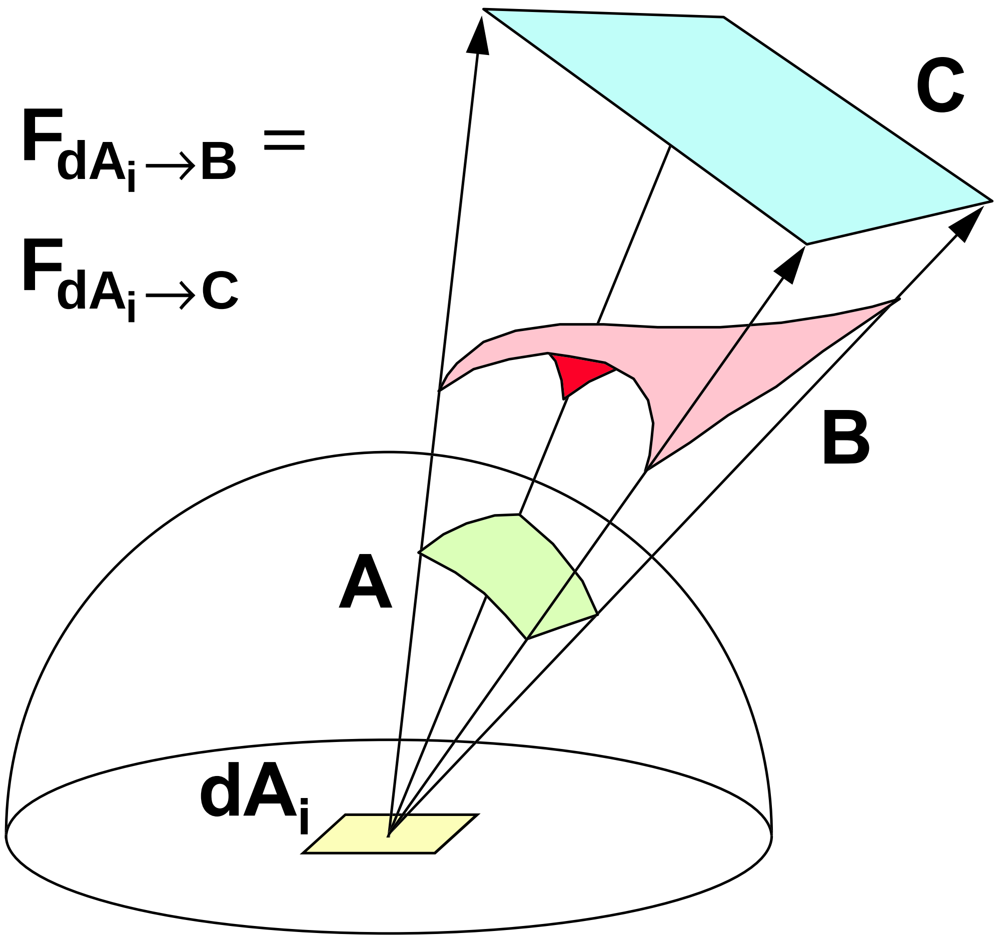
Nusseltova analogie



Nusseltova analogie

$$F_{dA_i \to A} = F_{dA_i \to B} =$$

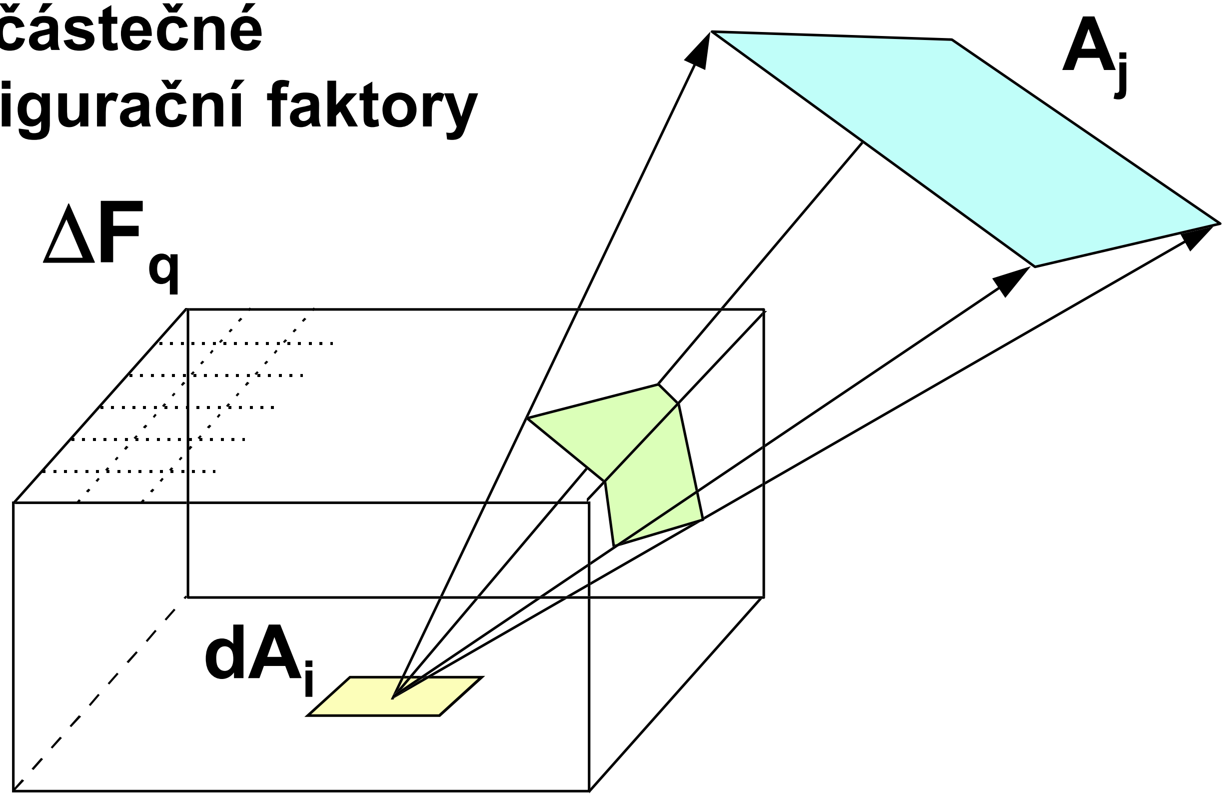
$$= F_{dA_i \to C}$$



Polokrychle

Pravidelná síť buněk:

částečné konfigurační faktory



Polokrychle

- výpočet všech $\mathbf{F}_{\mathbf{dA_i} \to \mathbf{A_j}}$ pro dané **i**
  - na polokrychli postavenou kolem $\mathbf{dA_i}$ promítnu všechny ostatní plošky scény $\mathbf{A_j}$
- na povrchu polokrychle počítám **viditelnost** jednotlivých plošek (např. metodou Z-buffer)
- povrch polokrychle je rozdělen na **pravidelnou síť buněk** $\mathbf{C_q}$
  - pro každou buňku mám předem spočítaný <u>částečný konfigurační faktor</u> $\Delta\mathbf{F_q}$

Polokrychle

- konfigurační faktor plošky $\mathbf{A_j}$ odhadnu podle buněk, které byly pokryty jejím průmětem:

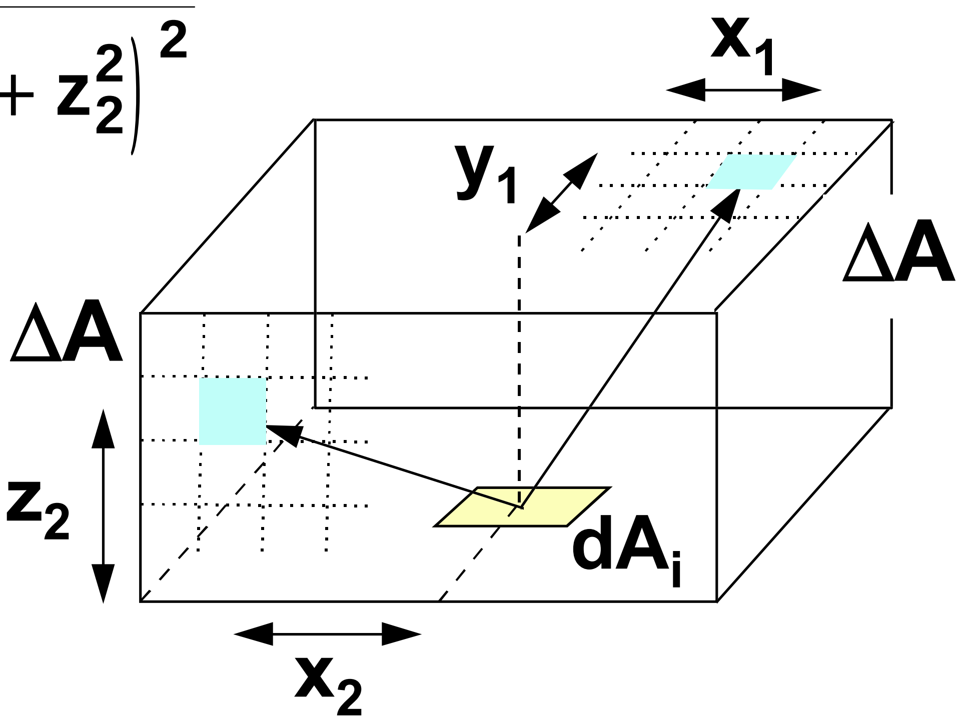
$$\mathbf{F}_{\mathbf{dA_i \to A_j}} \cong \sum_{\mathbf{q \in J}} \Delta \mathbf{F_q}$$

- **jemnost dělení** polokrychle má vliv na přesnost odhadu konfiguračních faktorů
  - v praxi se používá rozlišení **64×64** až **1024×1024**

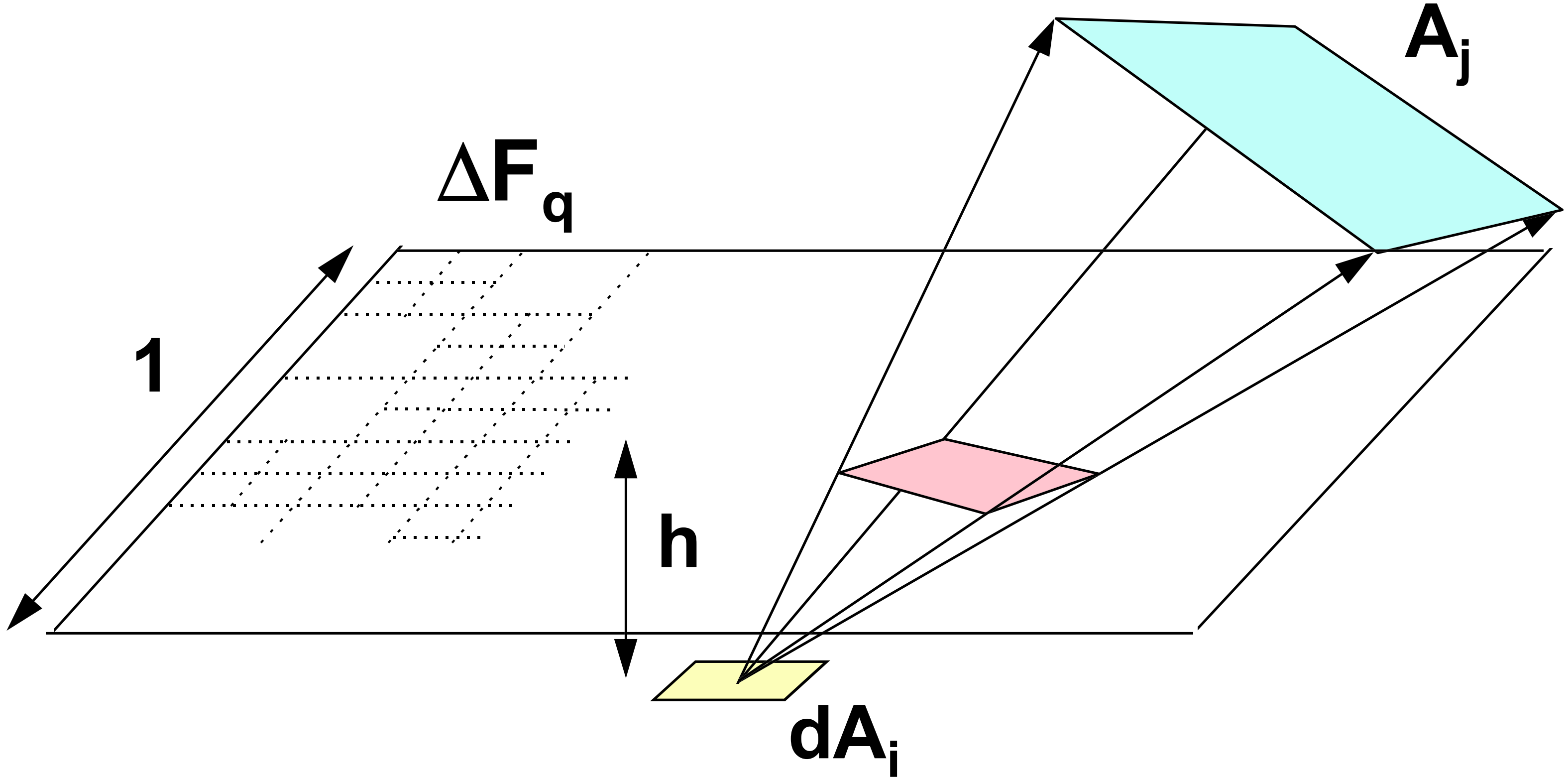
Částečné konfigurační faktory

$$\Delta F_1 = \frac{\Delta A}{\pi \cdot \left(x_1^2 + y_1^2 + 1 \right)^2}$$

$$\Delta F_2 = \frac{z_2 \cdot \Delta A}{\pi \cdot \left(x_2^2 + 1 + z_2^2 \right)^2}$$



Metoda jedné průmětny (Sillion)



Metoda jedné průmětny

- **rychlejší implementace** (projekce, ořezávání)
  - část prostorového úhlu je zanedbána
  - výška průmětny by měla být maximálně **0.1**
- viditelnost se počítá metodou “**rozděl a panuj**”
  - analogie Warnockova algoritmu
  - adaptivní dělení průmětny $\Rightarrow$ větší efektivita
- **částečné konfigurační faktory** předpočítané pro různé úrovně dělení

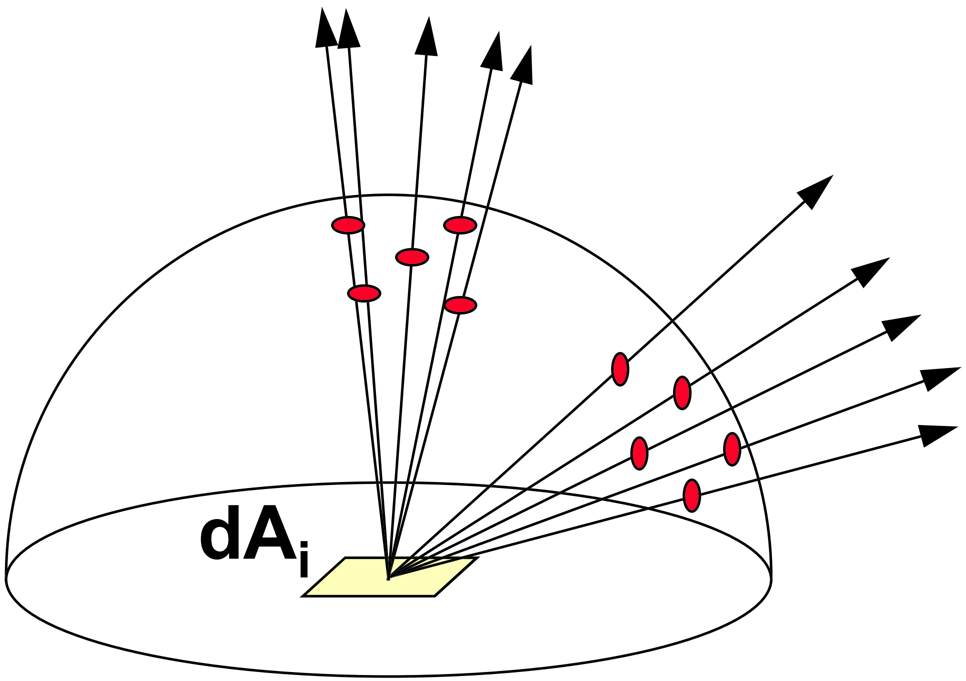
Metody "Monte-Carlo"

- využití algoritmu **vrhání paprsku**
  - možnost použití <u>složitější geometrie scény</u>
  - klasické metody urychlení výpočtu
- vzorkování **povrchu těles**
  - výpočet jednotlivého konfiguračního faktoru
  - snadný výpočet faktoru "plocha $\rightarrow$ plocha" (nezávislé vzorkování)
- vzorkování **prostorového úhlu**
  - najednou všechny KF z jednoho bodu

Vzorkování na polosféře

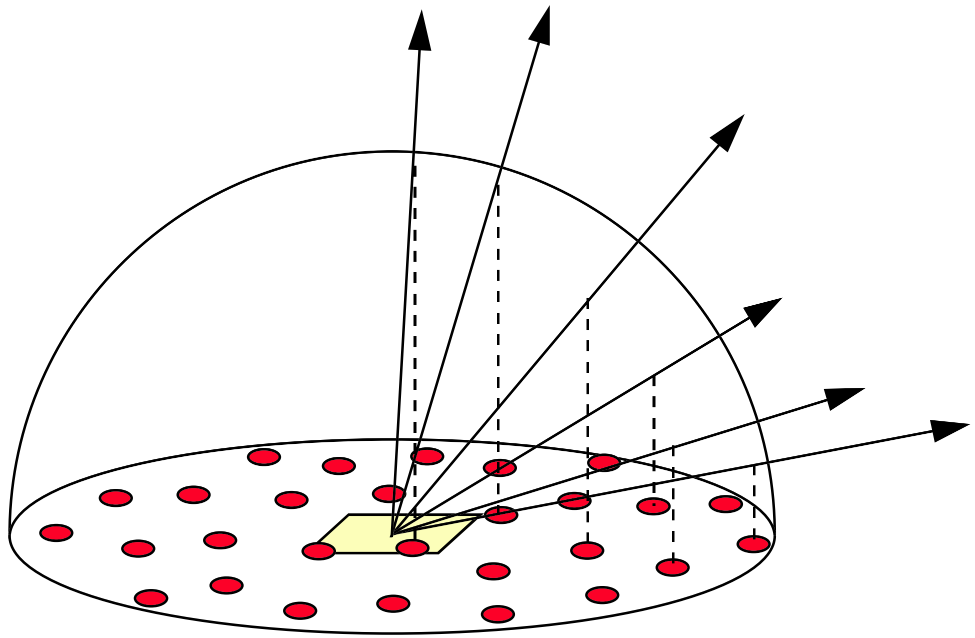
Uniformní vzorkování prostorového úhlu:

váhový koeficient $\mathbf{w_k = \cos\theta_k}$



Vzorkování v podstavě

Neuniformní vzorkování prostorového úhlu:
všechny paprsky mají stejnou významnost !



Konec

Další informace:

- **A. Glassner**: ***Principles of Digital Image Synthesis***, Morgan Kaufmann, 1995, 916-937
- **M. Cohen, J. Wallace**: ***Radiosity and Realistic Image Synthesis***, Academ. Press, 1993, 65-107
- **J. Foley, A. van Dam, S. Feiner, J. Hughes**: ***Computer Graphics, Principles and Practice***, 795-799