

# Fotorealistická syntéza obrazu

© 2006-2008 Josef Pelikán, CGG MFF UK Praha  
<http://cgg.ms.mff.cuni.cz/~pepca/>

10. a 17. 12. 2008

# Obsah přednášky

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
  - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
  - ◆ radiační metody (matné materiály)
  - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
  - ◆ hybridní metody (efektivita)
  - ◆ efektivnější vzorkování (Metropolis)

# Cíle realistického zobrazování

- ◆ věrně **napodobit přírodu**
  - ◆ virtuální scéna reprezentovaná v počítači
- ◆ přesně **simulovat šíření světla** ve scéně
  - ◆ „predictive rendering“
- ◆ nebo „**důvěryhodné zobrazování**“
  - ◆ laický pozorovatel nemá poznat, že je obrázek umělý ...
- ◆ **rychlost** vykreslování
  - ◆ „off-line“ rendering (nezáleží tolik na rychlosti)
  - ◆ „real-time“ (min. 25 fps)

# Aplikace

- ◆ design, architektura, umění
  - ◆ šíření světla v interiéru, kabině, ..
- ◆ zábavní průmysl
  - ◆ filmy (IL&M, Pixar, DreamWorks, ... „off-line“)
  - ◆ videohry („real-time“)
- ◆ média
  - ◆ televize (virtuální studia, ...)
  - ◆ reklamy

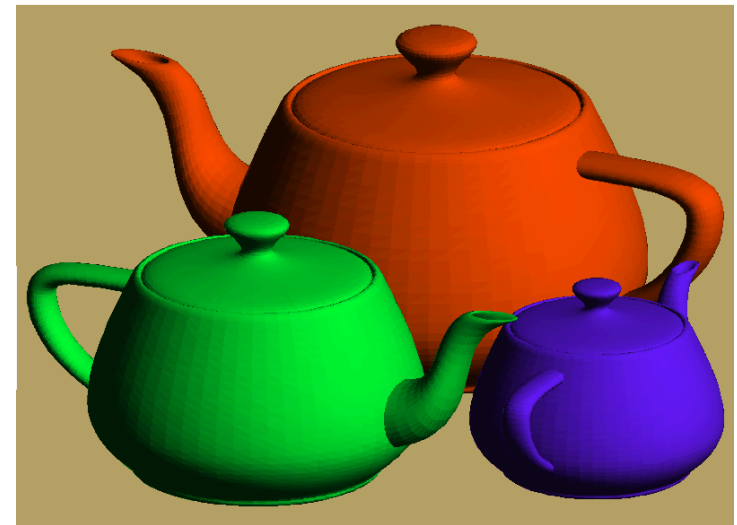


# Historie

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ **historie, přehled používaných přístupů**
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
  - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
  - ◆ radiační metody (matné materiály)
  - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
  - ◆ hybridní metody (efektivita)
  - ◆ efektivnější vzorkování (Metropolis)

# Historie – klasické zobrazování

- ◆ Sutherland 1974: Z-buffer
- ◆ **ploškový model**
  - ◆ nejčastěji trojúhelníkové sítě
- ◆ **výpočet viditelnosti**
  - ◆ Z-buffer
- ◆ **přibližné světelné poměry**
  - ◆ lokální osvětlovací model, vržené stíny
- ◆ **textury, shadery**



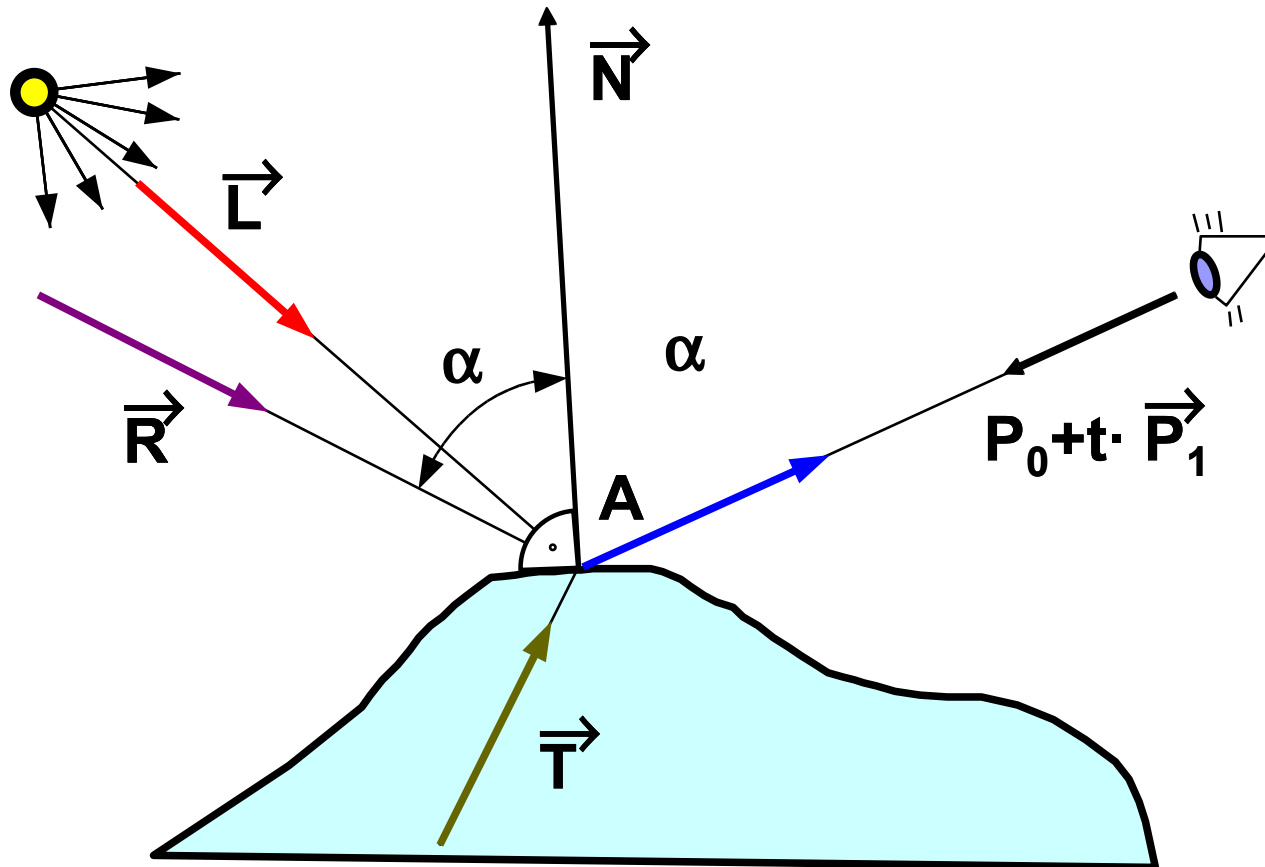
# Historie – Ray-tracing I



- ◆ Whitted 1980: základní Ray-tracing
- ◆ **geometrický přístup**
  - ◆ sleduje se jenom ideálně odražený paprsek
- ◆ výpočetně velmi náročný **výpočet průsečíku** paprsku se scénou
  - ◆ 95% času → urychlovací metody
- ◆ snadné **vylepšení vzhledu** obrázku
  - ◆ textury, anti-aliasing, shadery
  - ◆ distribuované techniky (viz dále)

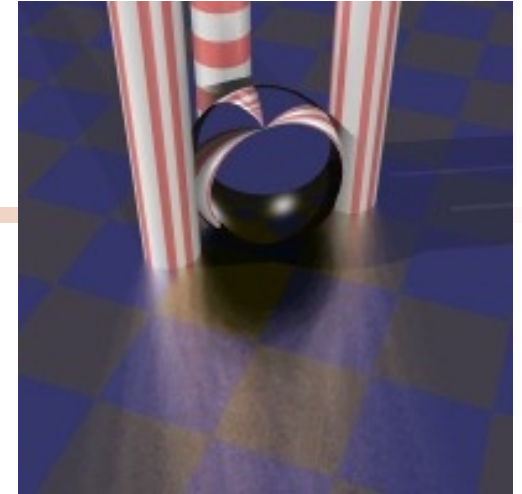


# Historie - Ray-tracing II





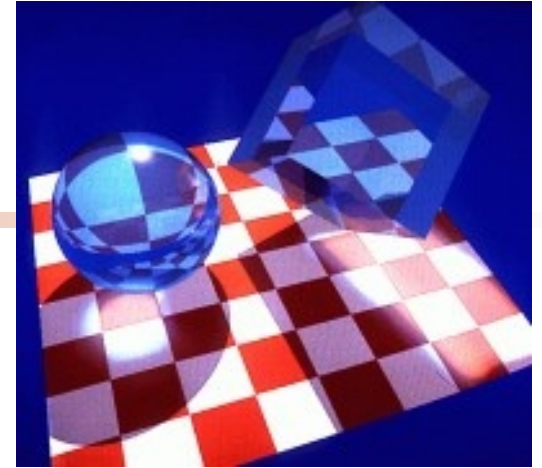
# Historie – Distributed R–T



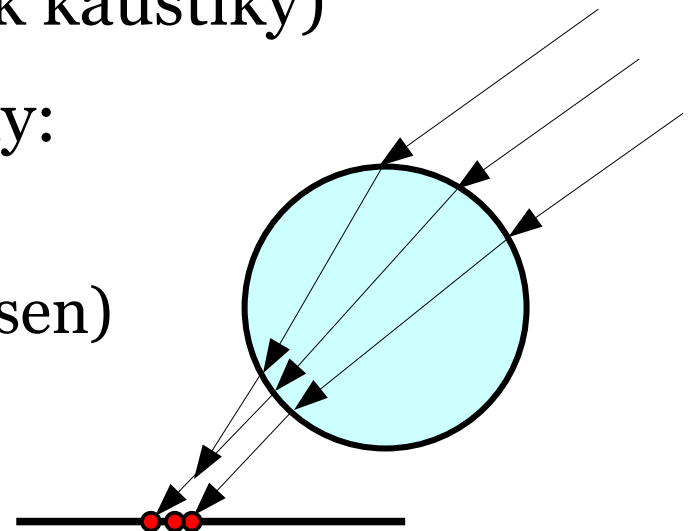
- ◆ Cook 1984: Distributed Ray Tracing
- ◆ **vylepšení kvality výsledku**
  - ◆ integrál nahrazuje původně jediný vzorek
  - ◆ měkké stíny, odrazy, lomy, difrakce
  - ◆ rozmazání pohybem
  - ◆ hloubka ostrosti kamery
- ◆ výpočetně velmi náročné metody
  - ◆ Monte-Carlo algoritmy
  - ◆ stonásobně víc paprsků...



# Historie – Bidirectional R–T

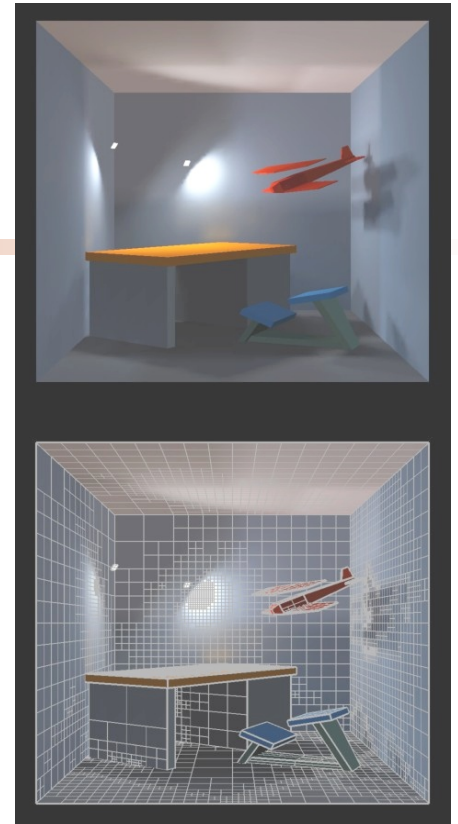


- ◆ Arvo 1986: Backward Ray Tracing
- ◆ sledování **opačného směru**
  - ◆ v první fázi se paprsky posílají ze světla a zachytávají na plochách
  - ◆ vykreslení „kaustiky“ (1986 = rok kaustiky)
  - ◆ později se z toho vyvinuly metody:
    - Light-tracing, Photon-tracing
    - Photon-maps (Henrik Wann Jensen)



# Historie – Radiační metoda I

- ◆ Goral et al. 1984: Illumination for Computer-Generated Pictures
- ◆ předpoklad **difusních** materiálů
  - ◆ Lambertův zákon (dokonalý rozptyl světla)
  - ◆ metoda konečných prvků vede na **soustavu lineárních rovnic**
- ◆ různá **vylepšení**:
  - ◆ iterace à la Southwell
  - ◆ hierarchické přístupy
  - ◆ zobecněné konfigurační faktory (lesklé odrazy)



# Historie – Radiační metoda II

- ♦ základní rovnice pro **radiositu**  $i$ -té plošky:

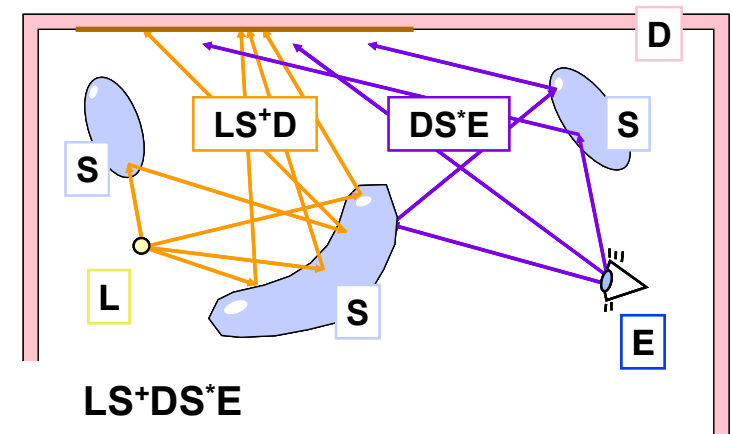
$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j \cdot \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x) dA_j dA_i$$

geometrický člen - **konfigurační faktor**  $F_{ij}$   
(část výkonu vyzářeného ploškou  $A_i$  dopadající na  $A_j$ )

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j F_{ij} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$

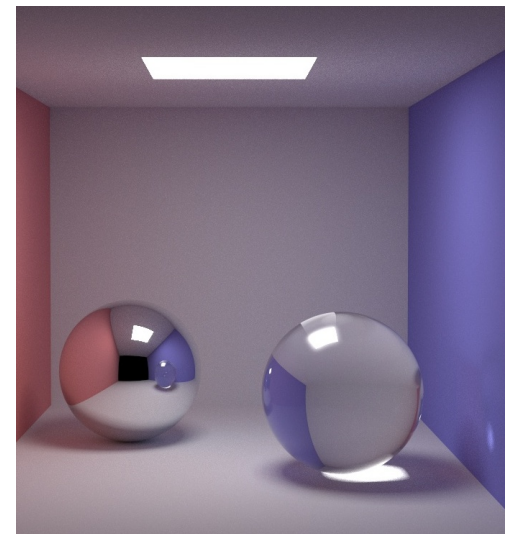
# Historie – Hybridní metody

- ◆ Wallace 1987, Sillion 1989, 1991, ...
- ◆ radiální metoda umí dobře **difusní** materiály
- ◆ metody založené na paprscích umí dobře **lesklý** odraz
  - ◆ Ray-tracing, Distributed R-T
  - ◆ Path-tracing, Photon-tracing, ...
- ◆ **kombinace** několika metod
  - ◆ pozor na duplikace!
  - ◆ většinou sériové zapojení = více fází za sebou
  - ◆ vykreslení: Ray-tracing, Path-tracing



# Historie – Zobrazovací rovnice

- ◆ J. T. Kajiya: The rendering equation (SIGGRAPH '86)
- ◆ matematický přístup k zobrazování
  - ◆ integrální rovnice popisující šíření světla, nestranné řeš.
- ◆ algoritmy založené na **Monte-Carlo**
  - ◆ .. přesné (analytické) řešení není možné
- ◆ **Path-tracing** (už Kajiya)
  - ◆ později: Light-tracing, Photon-tracing, Bidirectional Path-tracing, hybridní alg., Metropolis metody



# Teoretické základy

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ **teoretické základy – zobrazovací rovnice**
  - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
  - ◆ radiační metody (matné materiály)
  - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
  - ◆ hybridní metody (efektivita)
  - ◆ efektivnější vzorkování (Metropolis)

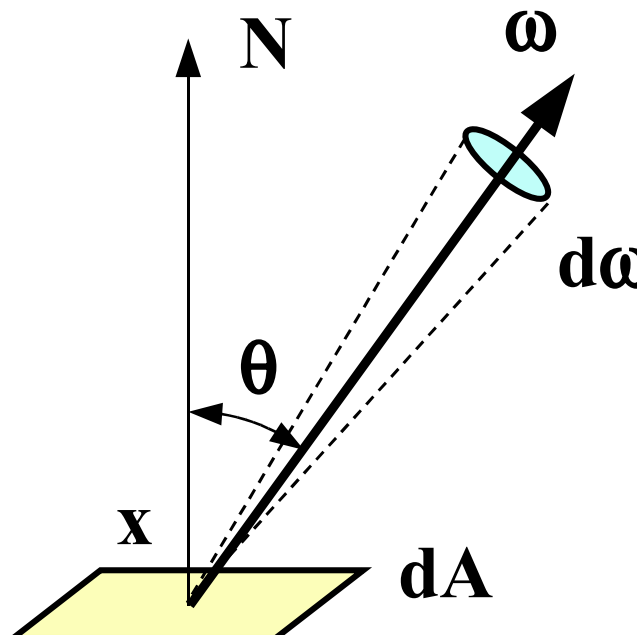
# Základní radiometrické veličiny

- **výkon** přijímaný (emitovaný) nějakou částí plochy:  
 $\Phi_{in} (\Phi_{out}) [W]$
- přijímaná (emitovaná) **radiosita** (hustota výkonu na ploše):  $B_{in} (E, B_{out}) [W / m^2]$
- **intenzita** (hustota výkonu v prostorovém úhlu  $\omega$ ):  
 $I = d\Phi / d\omega [W / sr]$



# Radiance

- přijímaná (emitovaná) **radiance** ve směru  $\omega$ :  
 $L_{in}(\omega)$  ( $L_e(\omega)$ ,  $L_{out}(\omega)$ ) [W / m<sup>2</sup> sr]



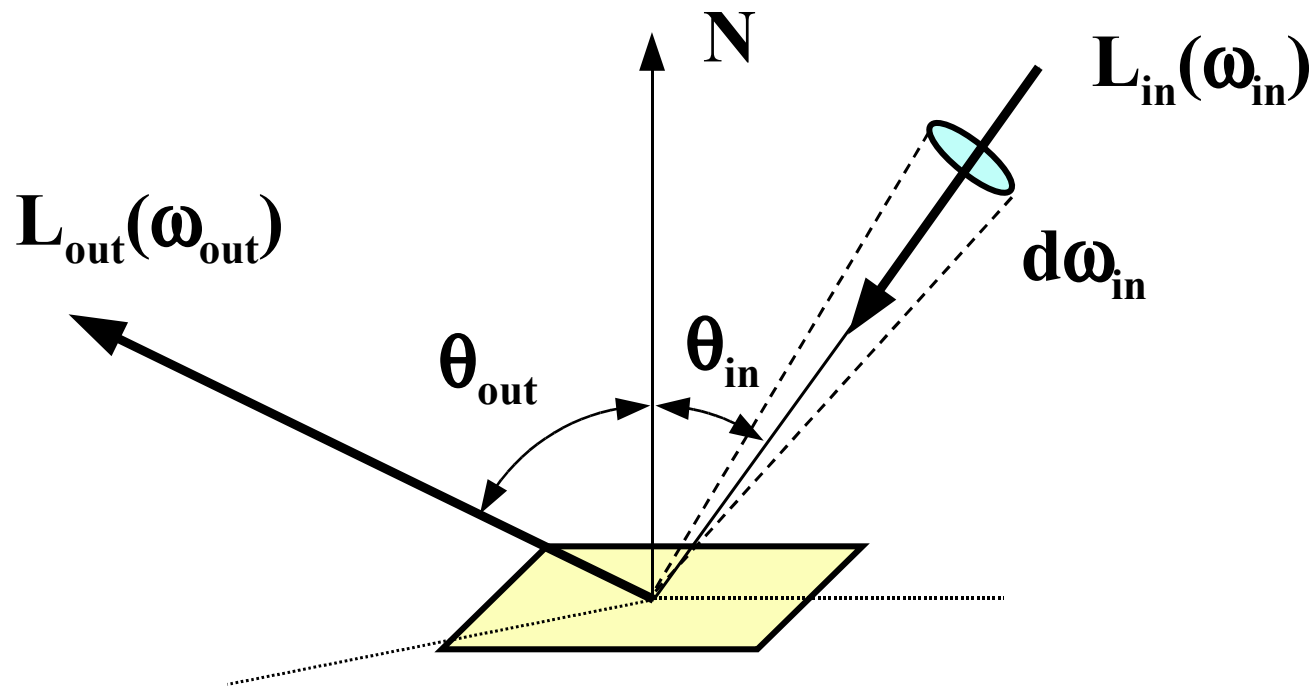
$$L_{out}(x, \omega) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial A \partial \omega \cos \theta}$$

$$= \frac{\partial B_{out}}{\partial \omega \cos \theta}$$

$$= \frac{\partial I}{\partial A \cos \theta}$$

# BRDF (lokální fce odrazivosti)

(“Bidirectional Reflectance Distribution Function”)

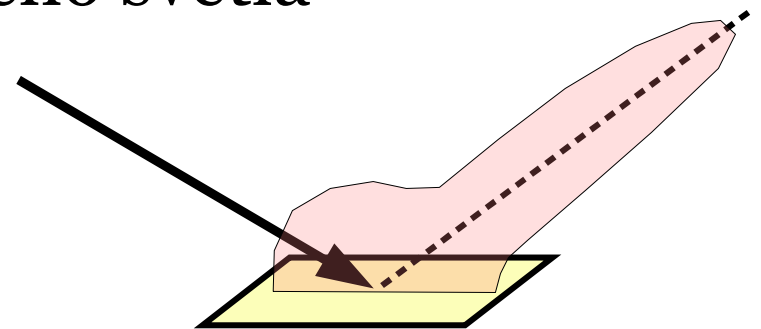


$$f(\omega_{in} \rightarrow \omega_{out}) = \frac{\partial L_{out}(\omega_{out})}{L_{in}(\omega_{in}) \cdot \cos \theta_{in} \cdot \partial \omega_{in}} \quad [sr^{-1}]$$

# Lokální světelné modely

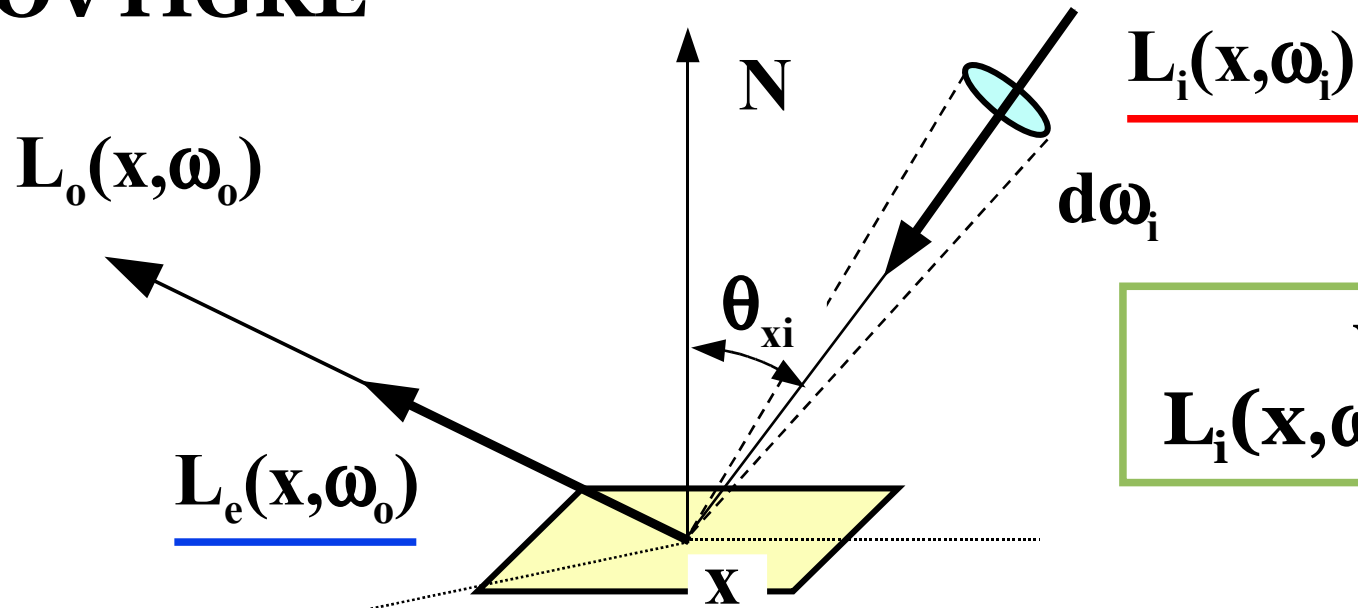
- ◆ **Bouknight** 1970: difusní (Lambert) a ambient
- ◆ **Gouraud** 1971: interpolace barvy z vrcholů
- ◆ **Phong** 1975: navíc lesklá složka, interpolace normály
- ◆ **Blinn** 1977, **Cook** et al. 1982: „mikroplošky“
- ◆ **Kajiya** 1985, **Cabral** et al. 1987: vylepšení (anizotrop.)
- ◆ **Wolf** 1990: polarizace odraženého světla
- ◆ **Oren-Nayar** 1993: difusní mikroplošky

...



# Lokální zobrazovací rovnice

„OVTIGRE“



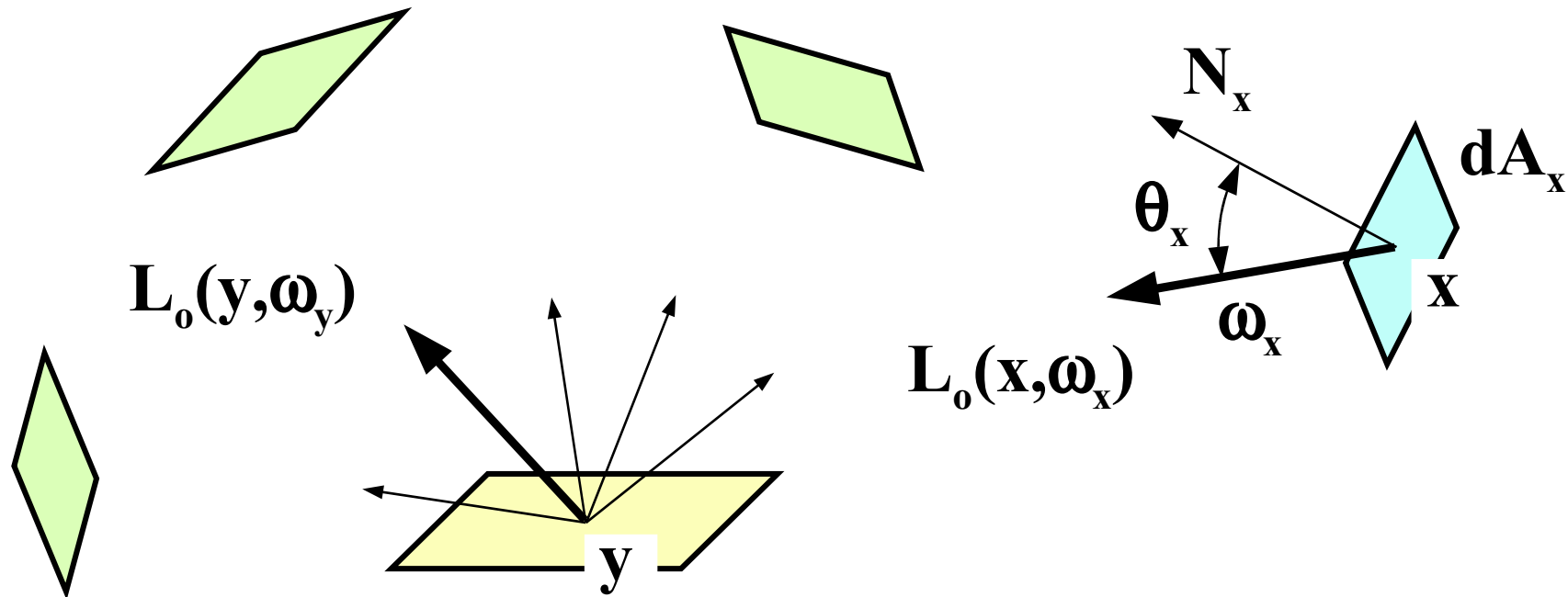
vakuum:  
 $L_i(x, \omega_i) = L_o(y, \omega_i)$

vyzařování zdroje

$$L_o(x, \omega_o) = \frac{L_e(x, \omega_o)}{+} + \int f(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \underline{L_o(y, \omega_i)} \cdot \cos \theta_{xi} d\omega_i$$

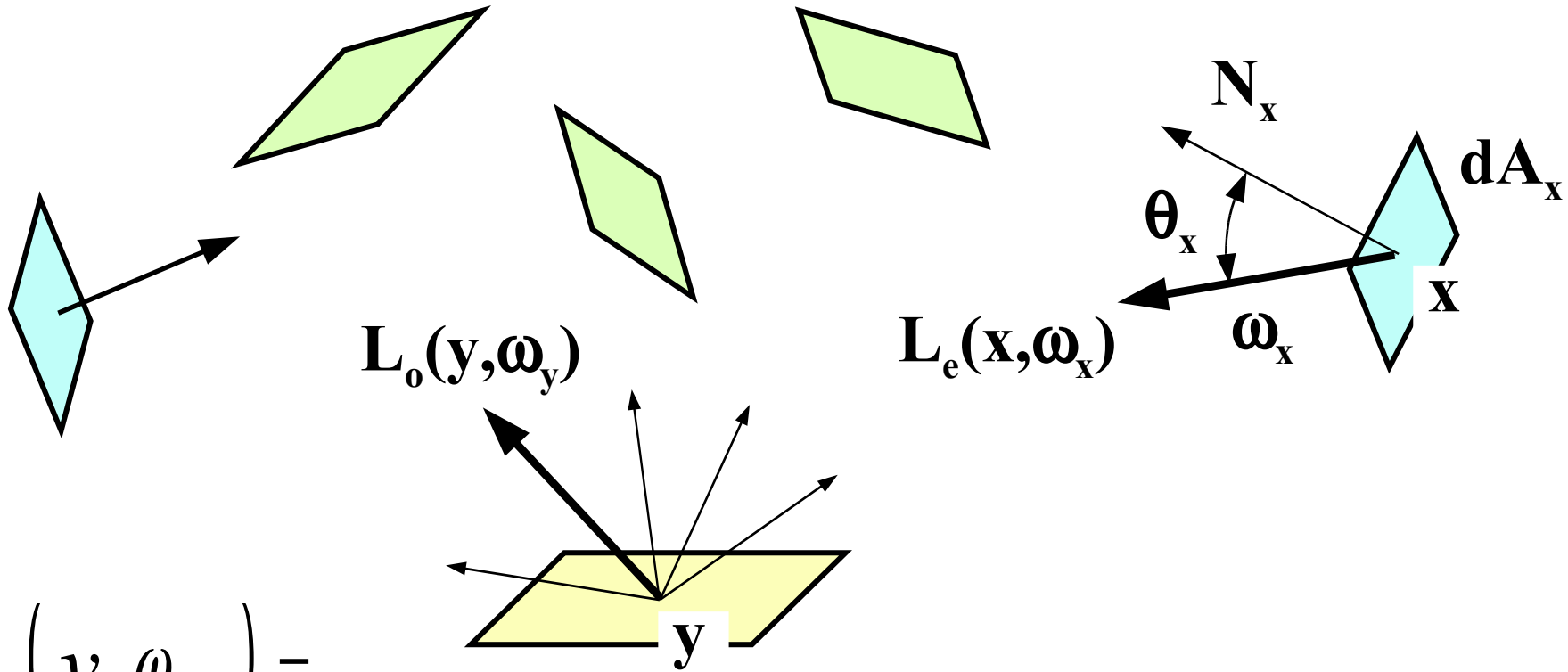
# GRDF (globální fce odrazivosti)

(“Global Reflectance Distribution Function”)



$$F(x, \omega_x \rightarrow y, \omega_y) = \frac{\partial^2 L_o(y, \omega_y)}{L_o(x, \omega_x) \cdot \cos \theta_x \cdot \partial A_x \partial \omega_x} \quad [m^{-2} sr^{-1}]$$

# Globální zobr. rovnice (s GRDF)



$$L_o(y, \omega_y) =$$

$$= \int_A \int_{\Omega_x} L_e(x, \omega_x) \cdot F(x, \omega_x \rightarrow y, \omega_y) \cdot \cos \theta_x d\omega_x dA_x$$

# Souhlas starších metod s teorií

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
  - ◆ **souhlas starších metod s teorií** (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
  - ◆ radiační metody (matné materiály)
  - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
  - ◆ hybridní metody (efektivita)
  - ◆ efektivnější vzorkování (Metropolis)

# Operátory šíření světla

Zobrazovací rovnice pro **radianci**:

$$L = e + TL$$

$$L = e + Te + T^2e + T^3e + \dots$$

Integrální **operátor T** lze rozložit na difusní (**D**) a lesklou (**S**) složku odrazu:

$$T = D + S$$

$$L = e + (D + S)e + (D + S)^2e + \dots$$

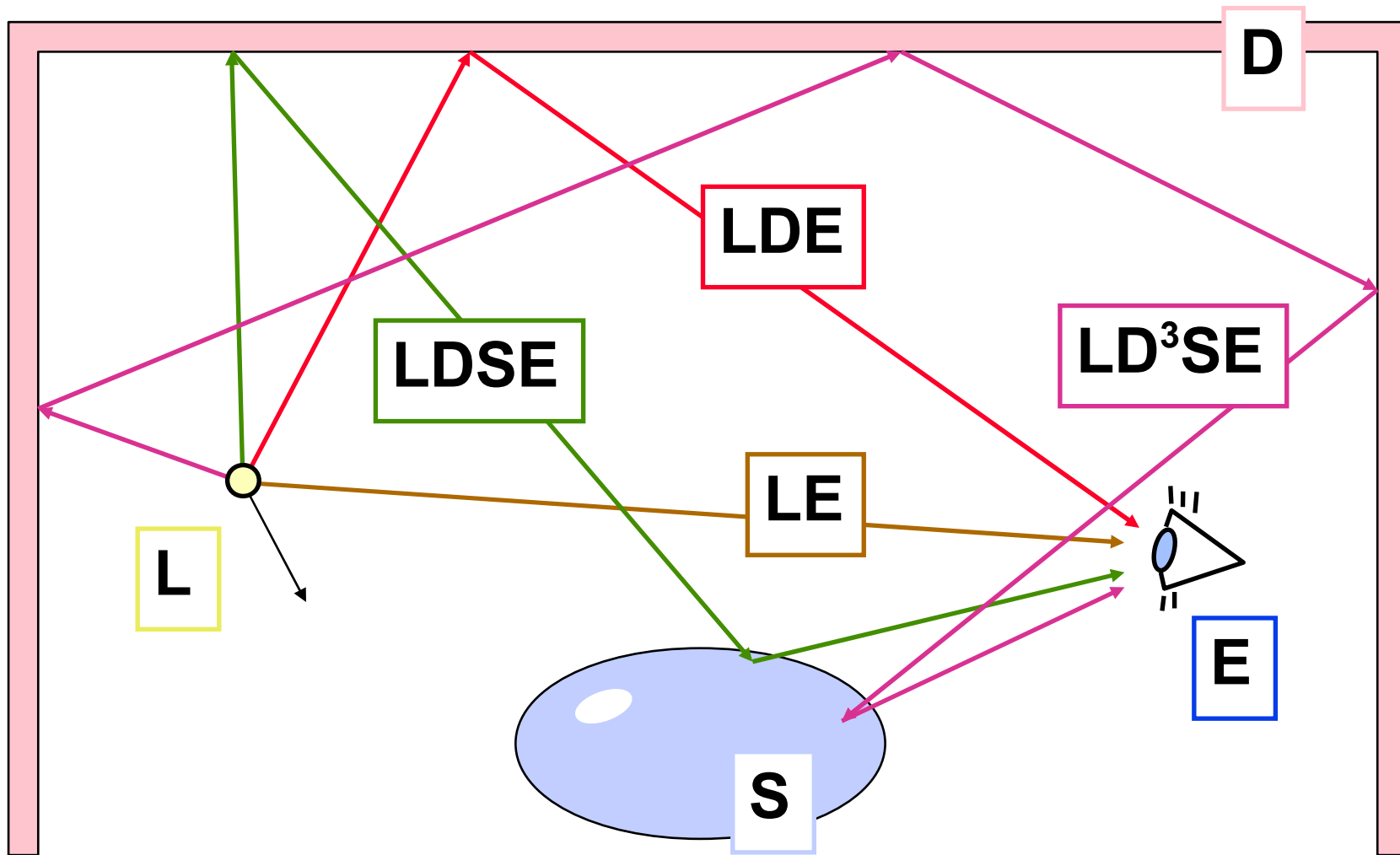
$$L = e + De + Se + DDe + DSe + SDe + SSe + \dots$$



# Abeceda regulárních výrazů

- ◆ zdroj světla **L** („light“)
- ◆ difusní odraz **D** („diffuse“)
  - ◆ odraz podle Lambertova zákona (všesměrový)
- ◆ lesklý odraz **S** („specular“)
  - ◆ směrový odraz, odlesk – směrová část BRDF
  - ◆ idealizovaný zrcadlový odraz: **S<sub>M</sub>**
- ◆ oko pozorovatele **E** („eye“)
  - ◆ příspěvek výslednému obrazu

# Cesty šíření světla



# Přehled zobrazovacích metod

- ◆ **stínování** s odlesky a **vrženými stíny** (např. Phongův model):  $L ( D | S ) E$ 
  - často se ignoruje výpočet vržených stínů
- ◆ **Ray-tracing** (Whitted):  $L [ D | S ] S_M^* E$ 
  - první lesklý odraz se počítá přesně, ostatní se nahrazují ideálním zrcadlovým odrazem
- ◆ **Distributed Ray-tracing** (Cook):  $L [ D ] S^* E$ 
  - všechny lesklé odrazy se odhadují korektně

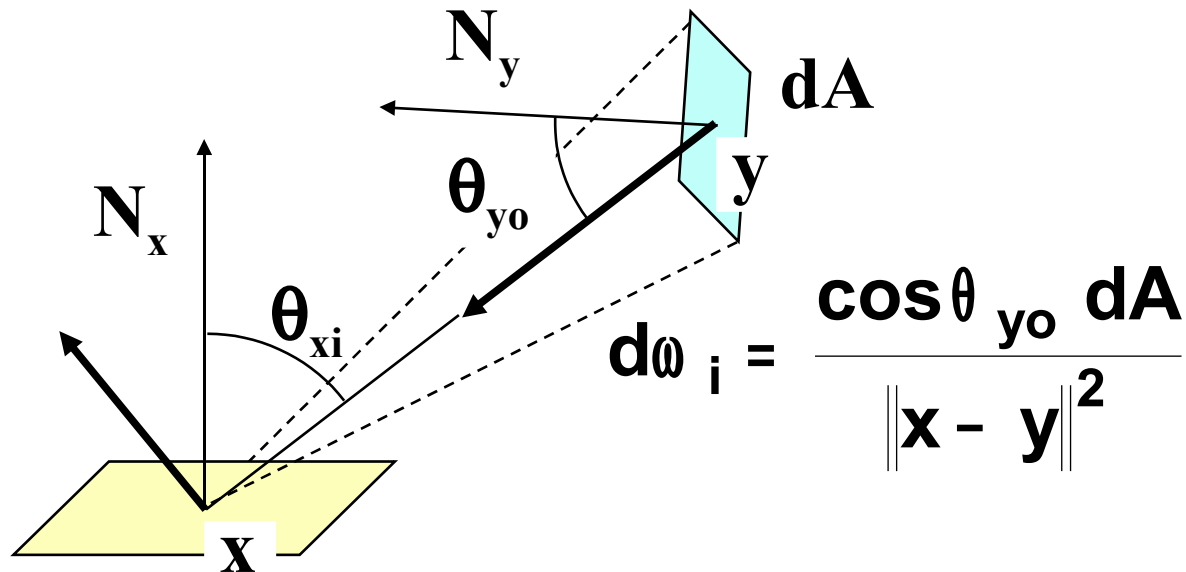
# Přehled zobrazovacích metod

- ◆ obyčejná **radiační metoda**:  $L D^* E$ 
  - pouze difusní odraz světla
- ◆ **všechny možné** cesty světla:  $L ( D | S )^* E$ 
  - přesné řešení zobrazovacích rovnic, nestranné metody
  - první z nich byla „Path-tracing“ (Kajiya)

# Radiační metody

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
  - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ **metody založené na zobrazovací teorii**
  - ◆ **radiační metody** (matné materiály)
  - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
  - ◆ hybridní metody (efektivita)
  - ◆ efektivnější vzorkování (Metropolis)

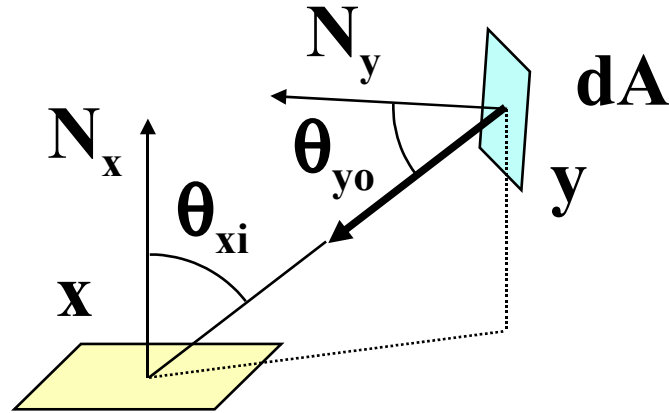
# Radiance přijímaná z plochy



**Geometrický člen:** 
$$G(y, x) = V(x, y) \cdot \frac{\cos \theta_{yo} \cos \theta_{xi}}{\|x - y\|^2}$$

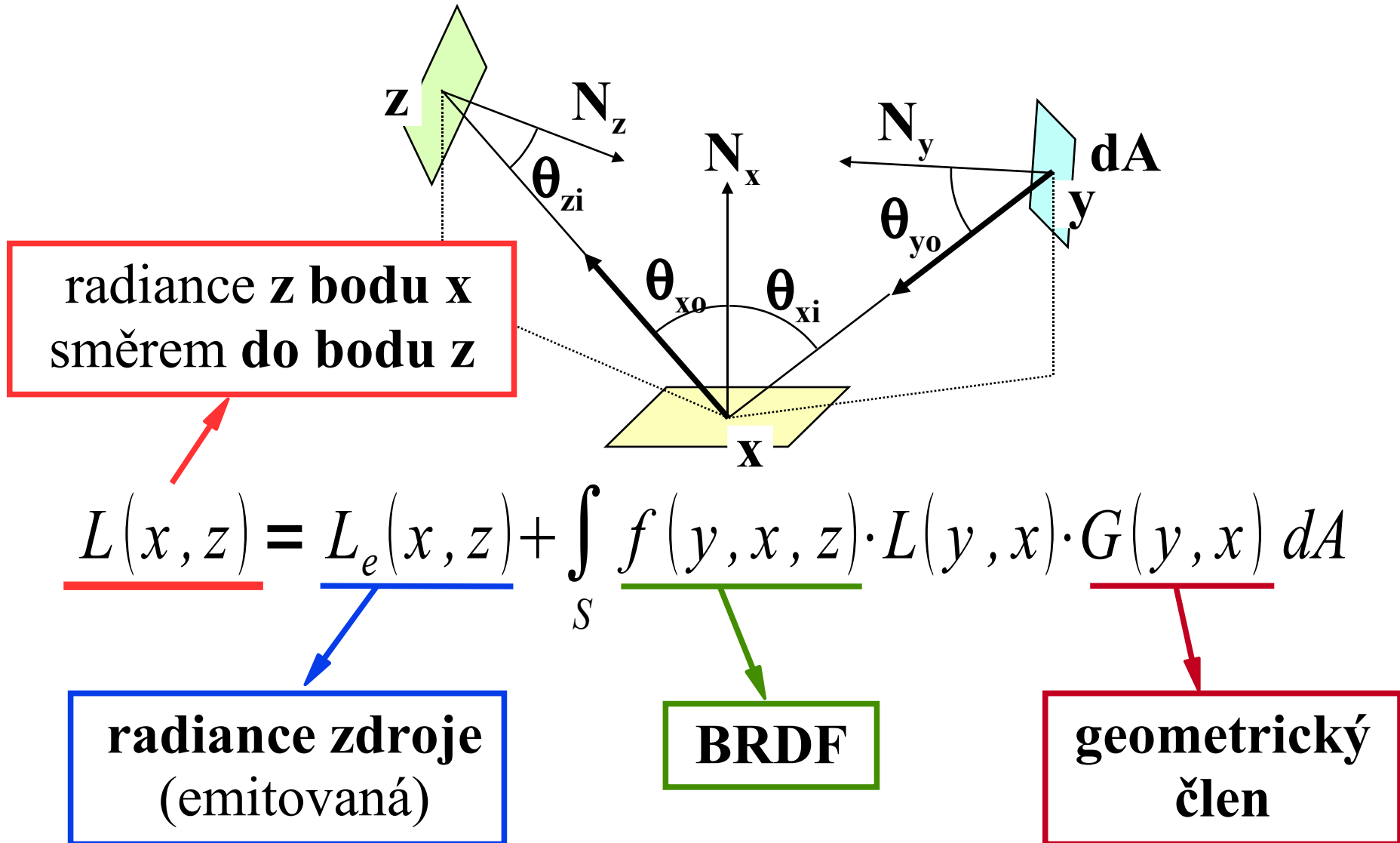
faktor viditelnosti  $\{0|1\}$

# Radiance přijímaná z plochy



$$\begin{aligned}
 L_o(\mathbf{x}, \omega_o) &= \text{integrál přes všechny směry} \\
 &= L_e(\mathbf{x}, \omega_o) + \int_{\Omega} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot L_i(\mathbf{x}, \omega_i) \cdot \cos \theta_{xi} \, d\omega_i = \\
 &= L_e(\mathbf{x}, \omega_o) + \int_{\mathcal{S}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot L_o(\mathbf{y}, -\omega_i) \cdot \mathbf{G}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \, dA \\
 &= \text{integrál přes povrch scény}
 \end{aligned}$$

# Zjednodušené značení





# Rovnice pro radiositu

- ◆ předpokládáme **ideálně difusní povrch**
  - ◆ **BRDF** není závislá na úhlech
  - ◆ výstupní radiance  **$L(\mathbf{x}, \omega)$**  **nezávisí na směru  $\omega$**

$$L(x, z) = L_e(x, z) + \int_S f(y, x, z) \cdot L(y, x) \cdot G(y, x) dA$$

$$L(x, z) = B(x)/\pi \quad L_e(x, z) = E(x)/\pi \quad f(x) = \rho(x)/\pi$$

$$B(x) = E(x) + \rho(x) \cdot \int_S \frac{B(y) \cdot G(y, x)}{\pi} dA$$

# Rovnice pro radiositu

$$B(x) = E(x) + \rho(x) \cdot \int_S B(y) \cdot g(y, x) dA$$

$$G(y, x) / \pi = g(y, x)$$

- ◆ řešení  $B$  je nekonečně-dimenzionální
- ◆ **diskretizace úlohy**
  - ◆ klasické radiační metody
  - ◆ **konečné prvky** na povrchu těles scény

# Obecná FEM radiační metoda

- ① rozdělení ploch na konečný počet **elementů**
- ② určení polohy **uzlových bodů** na elementech
  - v těchto bodech se bude počítat hodnota **radiosity**
- ③ volba **aproximační metody** a chybové metriky
  - systém basicých funkcí pro lineární (konvexní) kombinace hodnot v uzlových bodech
- ④ výpočet **koeficientů** soustavy lineárních rovnic
  - ♦ “konfigurační faktory” (“form-factors”)

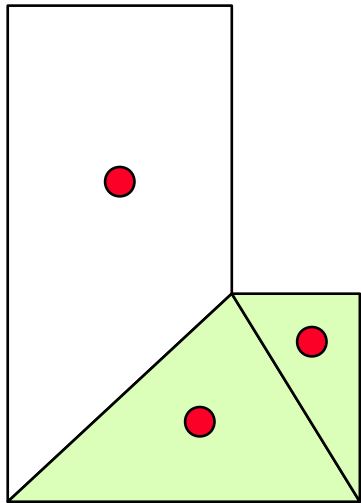
# Obecná FEM radiační metoda

- 5 řešení **soustavy lineárních rovnic**
  - výsledek: radiosita v uzlových bodech
- 6 rekonstrukce přibližného řešení na **celých plochách**
  - lineární kombinace bazických funkcí pomocí hodnot v uzlových bodech
- 7 **zobrazení** výsledku (libovolný směr pohledu)
  - ♦ intenzita osvětlení závisí na spočítané radiositě

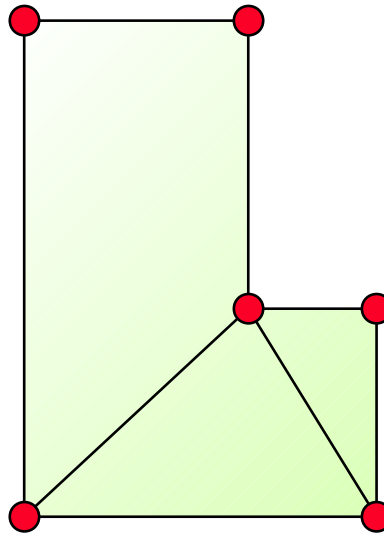
# Poznámky

- ◆ krok ③ se provádí ve fázi **návrhu algoritmu**
  - ◆ v implementaci se přímo neobjevuje
- ◆ některé **dokonalejší metody** nepostupují striktně posloupností kroků ① až ⑦
  - ◆ často se výpočet v některých fázích vrací a opakuje se předcházející kroky (s lepší aproximací, lepším rozlišením, ..)
  - ◆ adaptivní techniky
  - ◆ hierarchická radiační metoda

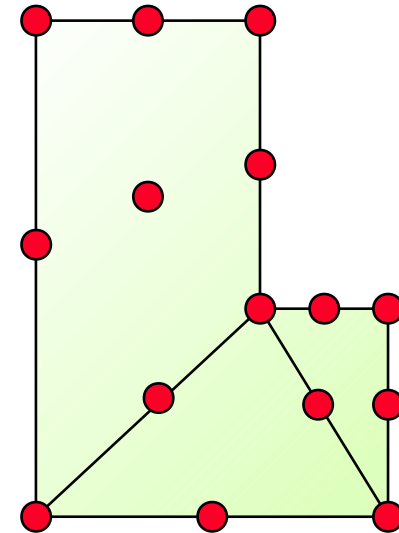
# Aproximace radiosity



**konstantní**  
(uzly jsou  
těžiště ploch)



**bilineární**  
(uzly jsou  
ve vrcholech)



**kvadratická**  
(další uzly jsou  
uprostřed hran  
a stěn)

# Metoda konstantních elementů

- na **elementu**  $A_i$  předpokládáme:
  - ◆ konstantní odrazivost  $\rho_i$
  - ◆ konstantní radiositu  $B_i$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \mathbf{E}(\mathbf{x}) + \rho(\mathbf{x}) \cdot \int_S \mathbf{B}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \, dA$$

**průměr**  
přes plochu  $A_i$



$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \left[ \sum_{j=1}^N B_j \int_{A_j} \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) \, dA_j \right] dA_i$$

# Metoda konstantních elementů

.. přehození sumy a integrálu:

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j \cdot \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x) dA_j dA_i$$

geometrický člen - **konfigurační faktor**  $F_{ij}$   
(část *energie* vyzářené ploškou  $A_i$  dopadající na  $A_j$ )

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j F_{ij} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$



# Fyzikálně intuitivní odvození

$$B_i A_i = E_i A_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j A_j F_{ji} \quad [W]$$

emitovaný výkon = vlastní výkon + odražený výkon

reciproční pravidlo:

$$A_j F_{ji} = A_i F_{ij}$$

$$B_i A_i = E_i A_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j F_{ij} A_i \quad \Big| \cdot A_i^{-1}$$

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j F_{ij} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$

# Soustava lineárních rovnic

$$\underline{B_i} - \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N \underline{B_j} F_{ij} = E_i \quad i = 1..N$$

$$\begin{bmatrix} 1 - \rho_1 F_{1,1} & -\rho_1 F_{1,2} & \dots & -\rho_1 F_{1,N} \\ -\rho_2 F_{2,1} & 1 - \rho_2 F_{2,2} & \dots & -\rho_2 F_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\rho_N F_{N,1} & -\rho_N F_{N,2} & \dots & 1 - \rho_N F_{N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_N \end{bmatrix}$$

vektor neznámých  $[B_i]$

# Soustava lineárních rovnic

- ◆ pro **rovinné (konvexní) plošky** platí  $F_{ii} = \mathbf{0}$ 
  - ◆ na diagonále jsou pak samé jedničky
- ◆ **nediagonální prvky matice** mají typicky malou absolutní hodnotu
  - ◆ matice je diagonálně dominantní
  - ◆ soustava je dobře podmíněná a lze ji úspěšně řešit iteračními metodami
- ◆ při změně osvětlení se mění jenom pravá strana
  - ◆ přímé metody → rozklad matice zůstává

# Konfigurační faktory

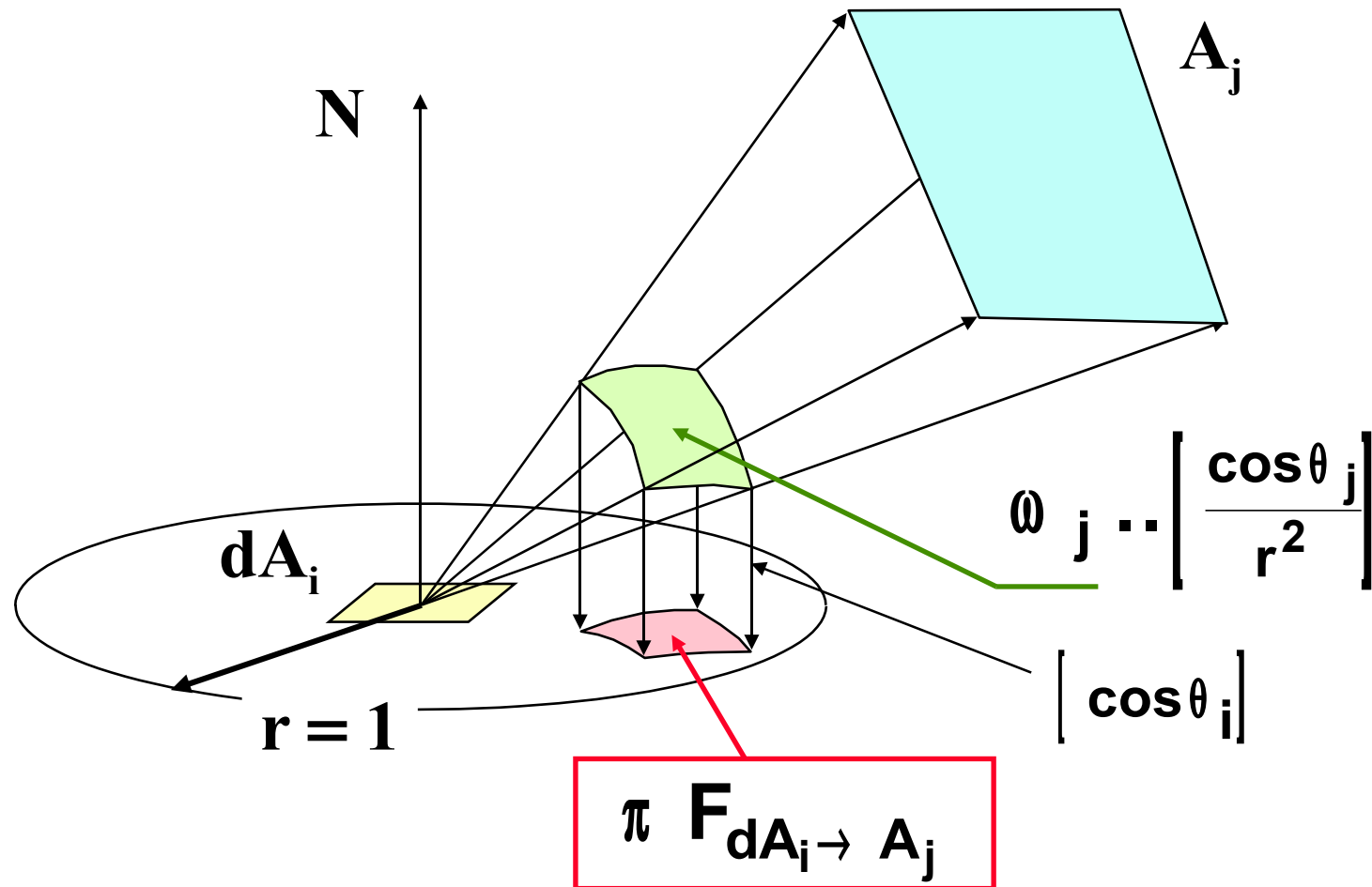
Rovnice pro radiositu (konstantní elementy):

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j \cdot \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x) dA_j dA_i$$

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x) dA_j dA_i =$$

$$= \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \|x - y\|^2} \cdot V(x, y) dA_j dA_i$$

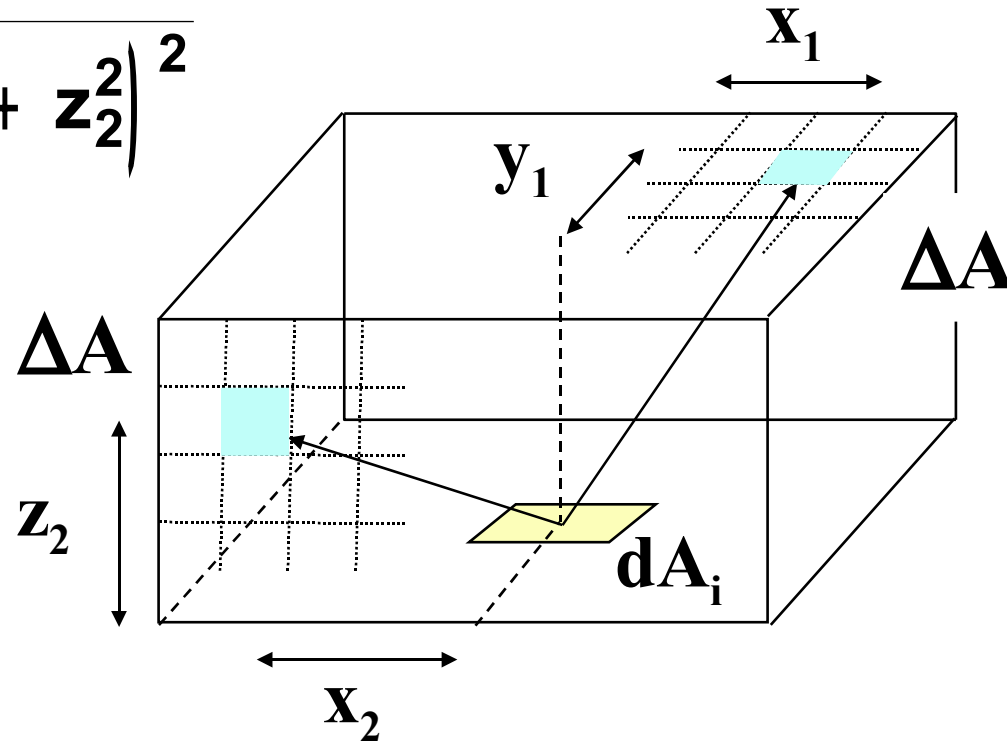
# Nusseltova analogie



# Polokrychle (částečné FF)

$$\Delta F_1 = \frac{\Delta A}{\pi \cdot (x_1^2 + y_1^2 + 1)^2}$$

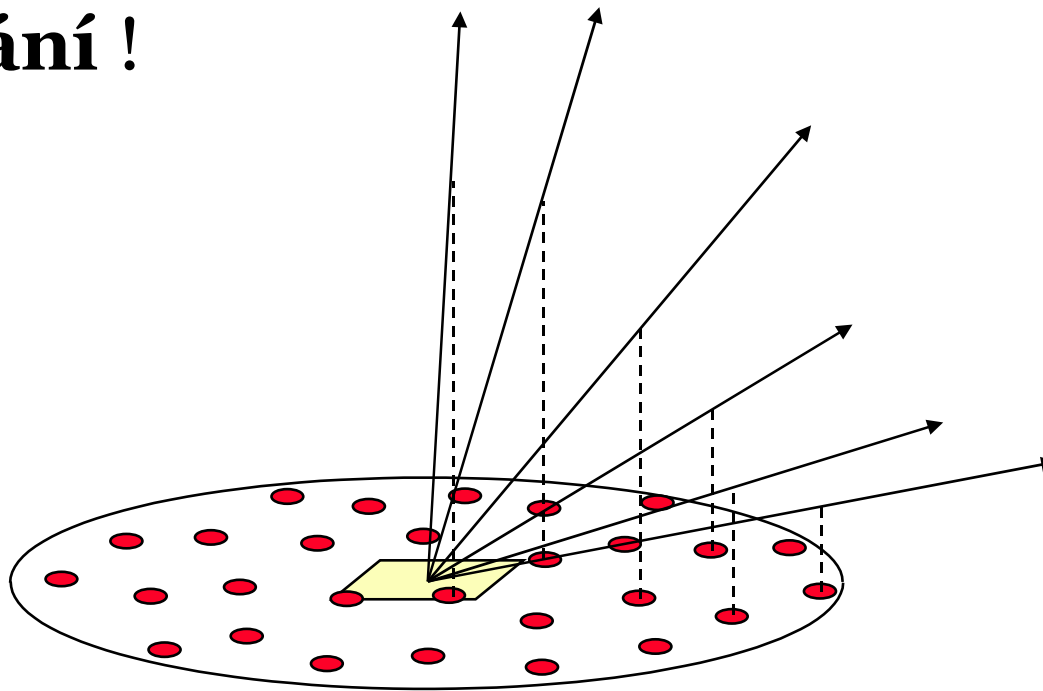
$$\Delta F_2 = \frac{z_2 \cdot \Delta A}{\pi \cdot (x_2^2 + 1 + z_2^2)^2}$$



# Metody Monte-Carlo

- ◆ **vrhání paprsků** ze zdrojové plošky do scény
  - ◆ najednou se spočítá celý řádek matice
  - ◆ možnost klasického urychlení (průsečíky)

- ◆ **vzorkování !**

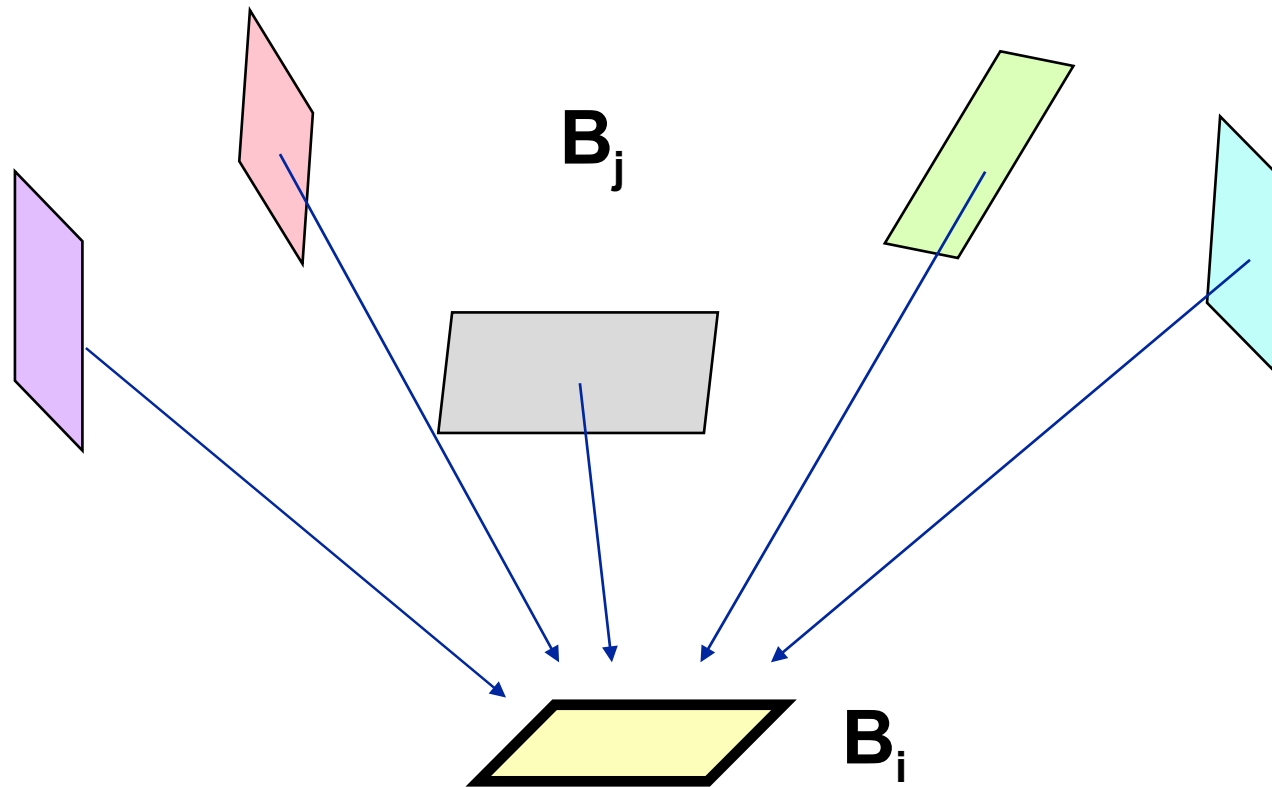


# Řešení radiační soustavy rovnic

- ◆ klasické **iterační metody**: Jacobi, Gauss-Seidel
- ◆ chytřejší: Southwell, **progresivní radiosita**
  - ◆ nejsou slepé, používají třídění
  - ◆ „over-relaxation“ modifikace: à la SOR
- ◆ **Super-Shoot-Gather (SSG)**
  - ◆ maximálně využívá jednoho spočítaného řádku matice
- ◆ **hierarchické přístupy**
  - ◆ „multiresolution“ („multigrid“) techniky
  - ◆ úloha zdroje a příjemce světla není symetrická



# Gauss–Seidel = „sbírání“ světla



$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j \neq i} B_j F_{ij}$$

# Reziduum a Southwellova metoda

**Reziduum** (chyba) k-té iterace:

$$\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{E} - \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}^{(k)}$$

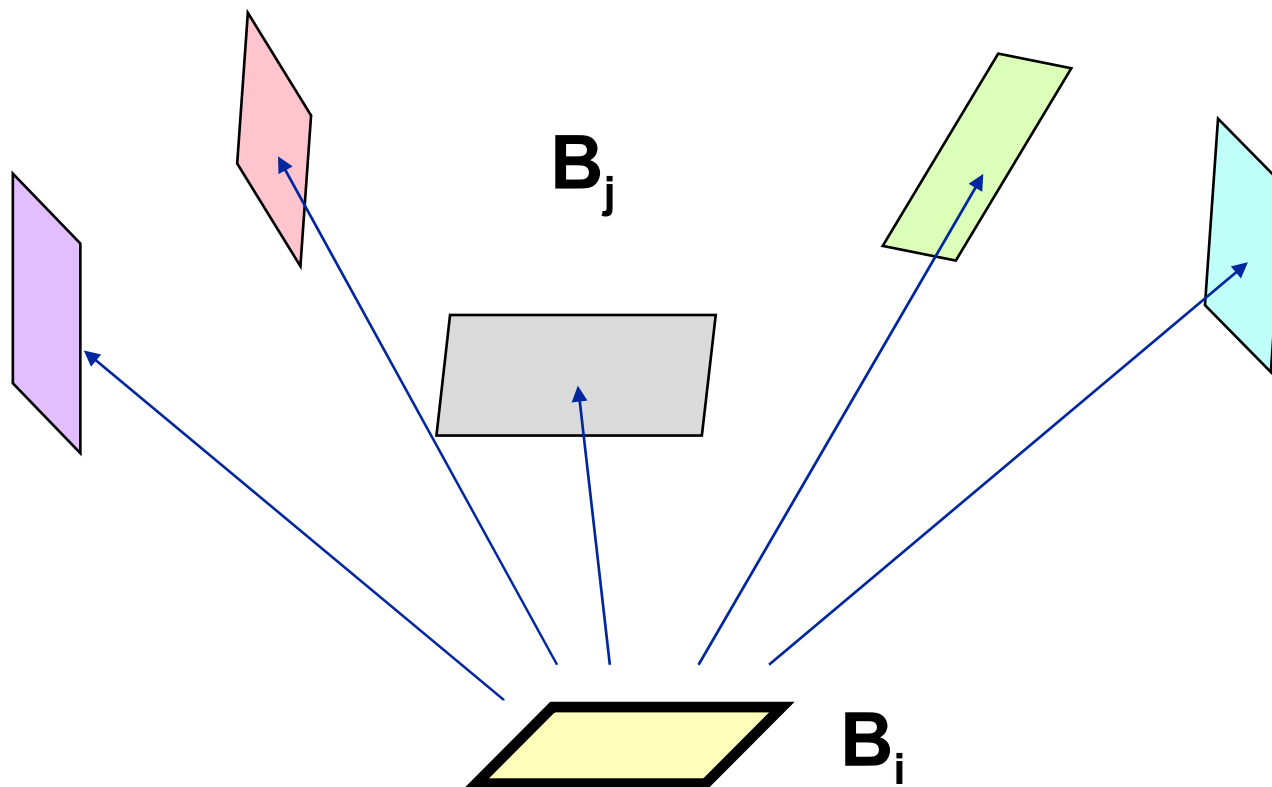
- ◆ Jacobiho i Gauss-Seidelova metoda v každém kroku výpočtu vynulují jednu složku rezidua
  - ◆ naivní postup: pořadí dané očíslováním neznámých
- ◆ chytřejší přístup: **Southwell**
  - ◆ dává přednost neznámým s **větším reziduem**
  - ◆ složky s větší chybou se opravují častěji
  - ◆ rychlejší konvergence

# Progresivní radiční metoda

- ◆ Cohen a spol., 1988
- ◆ používá podobnou myšlenku jako Southwell
  - ◆ plošky se třídí podle **dosud nevystřelené energie**
  - ◆ musí se průběžně upravovat celý vektor reziduí
    - je to vlastně „Southwell + Jacobi sweep“
- ◆ fyzikální analogie = „**střílení**“ světla
- ◆ průběžné, interaktivní zobrazení
  - ◆ možnost využít dosud nevystřeleného světla (okolní složka osvětlení)

# „Střílení“ světla

$$\mathbf{B}_j^{(p+1)} = \mathbf{B}_j^{(p)} + \underline{r_i^{(p)} \cdot \rho_j \cdot \mathbf{F}_{ji}}$$



# Úprava rezidua po vystřelení

Podle recipročního pravidla pro konfigurační faktory:

$$\underline{r_j^{(p+1)}} = r_j^{(p)} + \rho_j \cdot F_{ji} \cdot r_i^{(p)} = \underline{r_j^{(p)}} + \rho_j \cdot F_{ij} \frac{A_i}{A_j} \cdot r_i^{(p)}$$

Distribuce energie v jednom kroku výpočtu:

$$r_i^{(p+1)} \cdot A_i = 0$$

$$r_j^{(p+1)} \cdot A_j = r_j^{(p)} \cdot A_j + \underbrace{\rho_j}_{<1} \cdot \underbrace{F_{ij}} \cdot r_i^{(p)} \cdot A_i \quad j = 1..N$$

# Progresivní radiační metoda

```

double B[N], E[N], dB[N], F[N][N], A[N], ro[N];

for ( int i=0; i<N; i++ ) { // inicializace B, dB
    B[i] := E[i];
    dB[i] := E[i];
}
while ( "nezkonvergovalo" ) { // jeden krok výpočtu
    "výběr i == argmaxi(dB[i]*A[i])"
    for ( int j=0; j<N; j++ ) {
        double dRad = dB[i]*ro[j]*F[j][i];
        B[j] += dRad;
        dB[j] += dRad;
    }
    dB[i] = 0.0;
    "zobrazení mezivýsledku pomocí radiosit B[i]"
}

```

# Přestřelování („over-relaxation“)

- ♦ vystřelím světlo „na dluh“ (předpokládám, že v budoucnu se do plošky vrátí)

$$\mathbf{B}_i^{(k+1)} = \mathbf{B}_i^{(k)} + \omega \cdot \frac{\mathbf{r}_i^{(k)}}{\mathbf{M}_{ii}} \quad \omega \geq 1 \quad (\text{třeba } 1.2)$$

$$\mathbf{r}_i^{(k+1)} = (1 - \omega) \cdot \mathbf{r}_i^{(k)}$$

- ♦ musí se počítat i se zápornými hodnotami (abs)
- ♦ hodnota  $\omega$  se může v průběhu konvergence měnit
  - ♦ na začátku jsem odvážnější, postupně více konzervativní
  - ♦ přestřelování podle odhadu zbytkového světla

# Odhad zbytkového světla

- aproximace dosud nespočítaných odrazů světla
- celková dosud nevystřelená radiosity:

$$\overline{\Delta B} = \frac{\sum \Delta B_i A_i}{\sum A_i}$$

- průměrný koeficient odrazu:  $\bar{\rho} = \frac{\sum \rho_i A_i}{\sum A_i}$

- odhad zbytkové radiosity:

$$\underline{B_{amb}} = \overline{\Delta B} \cdot (1 + \bar{\rho} + \bar{\rho}^2 + \dots) = \underline{\frac{\overline{\Delta B}}{1 - \bar{\rho}}}$$



# Aplikace zbytkové radiosity

## ♦ instantní zobrazení

- ♦ radiosity každé plošky se jen pro účely zobrazení upraví:

$$B_i^{disp} = B_i + \rho_i \cdot B_{amb}$$

## ♦ dynamický koeficient přestřelování $\omega$

- ♦ podle odhadu dosud nevystřelené radiosity..
- ♦ vystřeluje se

$$\Delta B_i + k \cdot \rho_i \cdot B_{amb} \quad \text{pro } 0 < k \leq 1$$

# Super-Shoot-Gather (SSG)

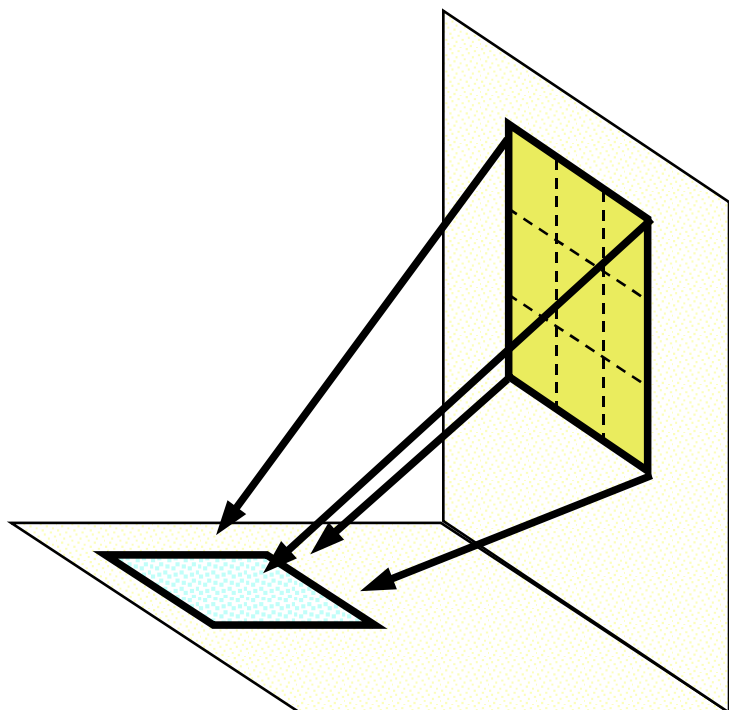
- ◆ maximální **využití spočítaných koeficientů**
  - ◆ mám k dispozici jednu řádku a jeden sloupec matice
  - ◆ opakované střílení z dané plošky do ostatních (a zpět)
  - ◆ tato izolovaná soustava konverguje  $[M'] \cdot [SG_i] = [\Delta B_i]$
  - ◆ musím ukládat nevystřelenou radiositu v matici (řídské)
  - ◆ explicitní řešení:

$$SG_i = \frac{\Delta B_i + \sum_{i \neq j} \rho_i F_{ij} \cdot \Delta B_j}{1 - \sum_{i \neq j} \rho_i F_{ij} \cdot \rho_j F_{ji}}$$

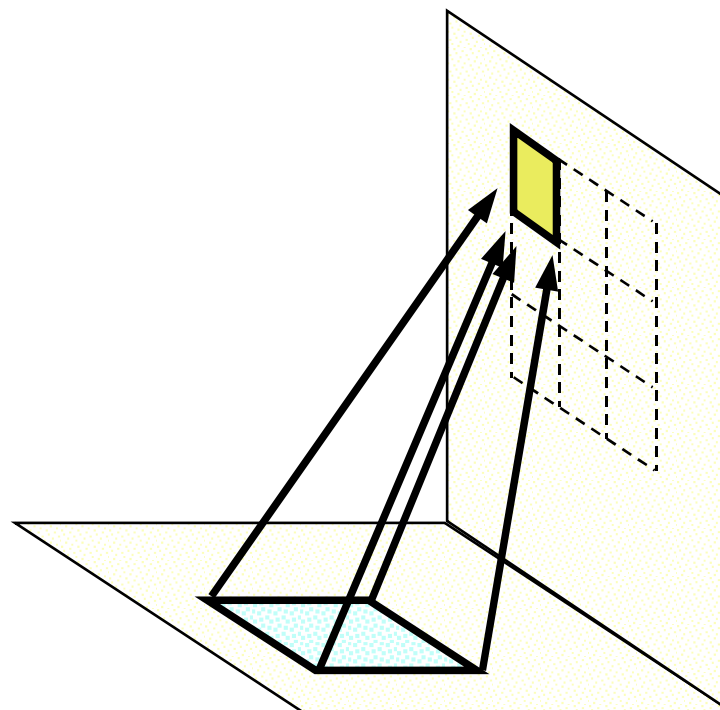
$$\Delta B_j + SG_j \leftarrow SG_{j \neq i} = \Delta B_j + \rho_j F_{ji} \cdot SG_i$$

# Hierarchické radiační metody

vyzařování



příjem



# Dvoustupňová „hierarchie“

◆ Cohen a spol., 1986

◆ **elementy** (**N**) se sdružují do **plošek** (**M**) ... **M** << **N**

konfigurační faktory  
(mezi ploškami)

$$F_{ij} = \sum_{q \in i} \underline{F_{qj}} \frac{A_q}{A_i}$$

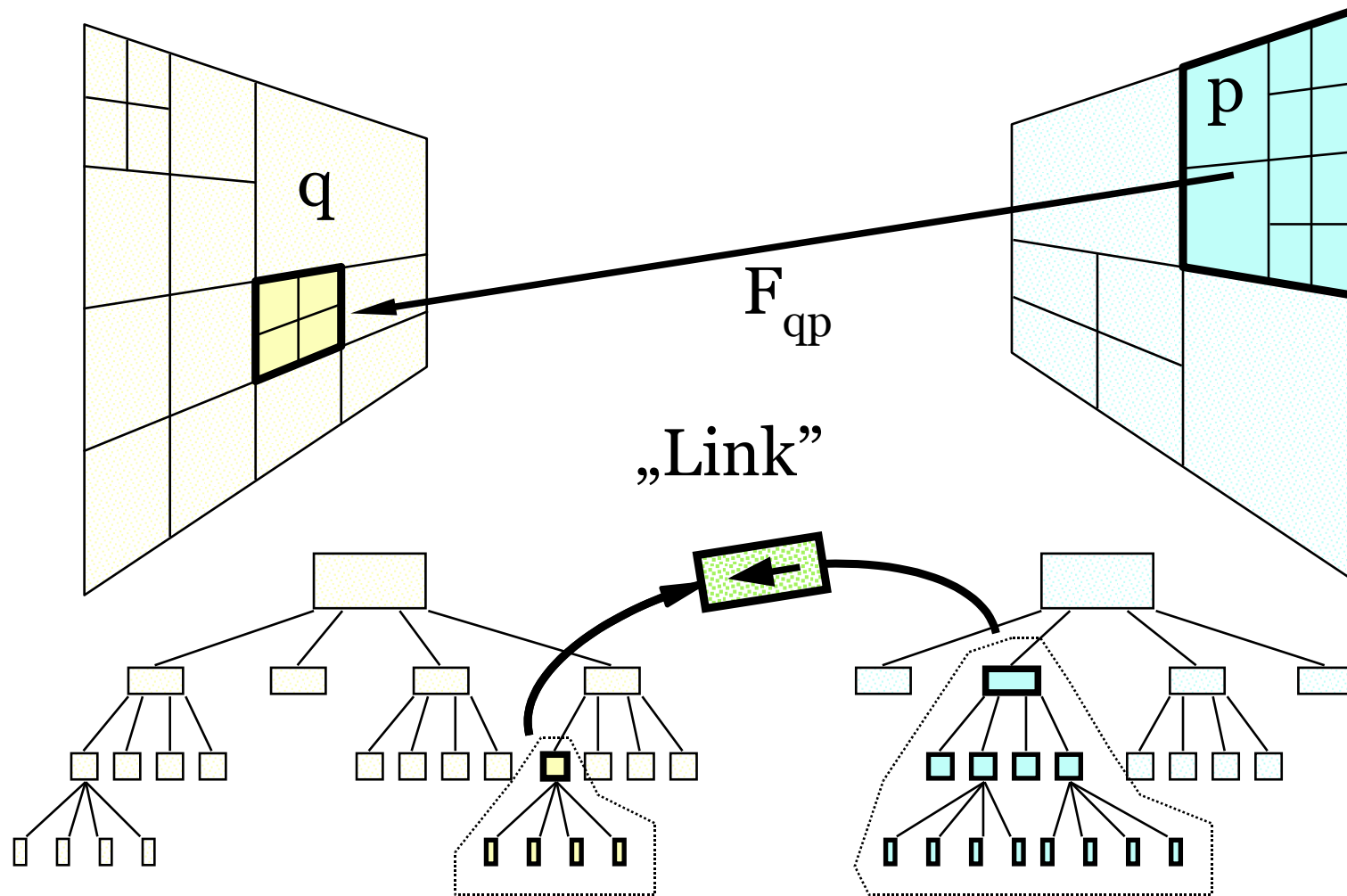
soustava rovnic (plošky)

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^M B_j F_{ij}$$

radiosity elementů

$$B_q = E_q + \rho_q \cdot \sum_{j=1}^M B_j \underline{F_{qj}}$$

# Vícestupňová hierarchie



# Uzel stromu („Node“)

- ◆ Bg – **přijatá radiosita** (v tomto kroku se nestřílí)
- ◆ Bs – **vystřelovaná radiosita**
- ◆ E – **emitovaná radiosita** (zdroj světla)
- ◆ A – **plocha**
- ◆  $\rho$  – **odrazivost** plošky
- ◆ L – seznam spojů, které na plošku „svítí“

Uzly se vytvářejí až na základě potřeby:

- předzpracování (odhad konfiguračních faktorů „F-rule“)
- adaptivní zjemňování scény („BF-rule“)

# Iterace

```

SolveHR() {                                     // balance energy using HR links
  while „not converged“ {
    foreach root node r
      GatherRad( r );                          // gather up incoming energy
    foreach root node r
      PushPullRad( r, r.Bg );                 // give energy to children
  }
}

GatherRad( n ) {                               // get radiosity into this node
  n.Bg = 0.0;
  foreach link L into n
    n.Bg += n.ro * L.Fqp * L.p.Bs;
    // L.p is shooter patch
  foreach child r of n
    GatherRad( r );                           // accumulate for each child
}

```

# Distribuce světla v hierarchii

```
float PushPullRad( n, Bdown ) {  
    // node n inherits radiosity Bdown  
    if ( „n is leaf node“ )  
        Bup = n.E + n.Bg + Bdown;  
    else {  
        Bup = 0.0;  
        foreach child r of n  
            Bup += r.A/n.A * PushPullRad( r, n.Bg+Bdown );  
    }  
    n.Bs = Bup;  
    return Bup;  
}
```



# Adaptivní algoritmus

- ◆ základní algoritmus je **statický**
  - ◆ hierarchie se staví pouze **na začátku** (podle odhadu konfiguračních faktorů „*F-rule*“)
- ◆ **adaptivní algoritmus**
  - ◆ modifikuje hierarchie v průběhu výpočtu
  - ◆ zjemňování podle množství **přenášené energie** daným spojem („*BF-rule*“)
- ◆ cíl – sjednotit energie předávané jednotlivými spoji
  - ◆ každý spoj pak má přibližně stejnou důležitost
  - ◆ .. mizí rozdíl mezi „sbíráním“ a „střílením“ světla

# Monte-Carlo zobrazování

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
  - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ **metody založené na zobrazovací teorii**
  - ◆ radiační metody (matné materiály)
  - ◆ **Monte-Carlo zobrazování** (paprsky, „unbiased“)
  - ◆ hybridní metody (efektivita)
  - ◆ **efektivnější vzorkování (Metropolis)**

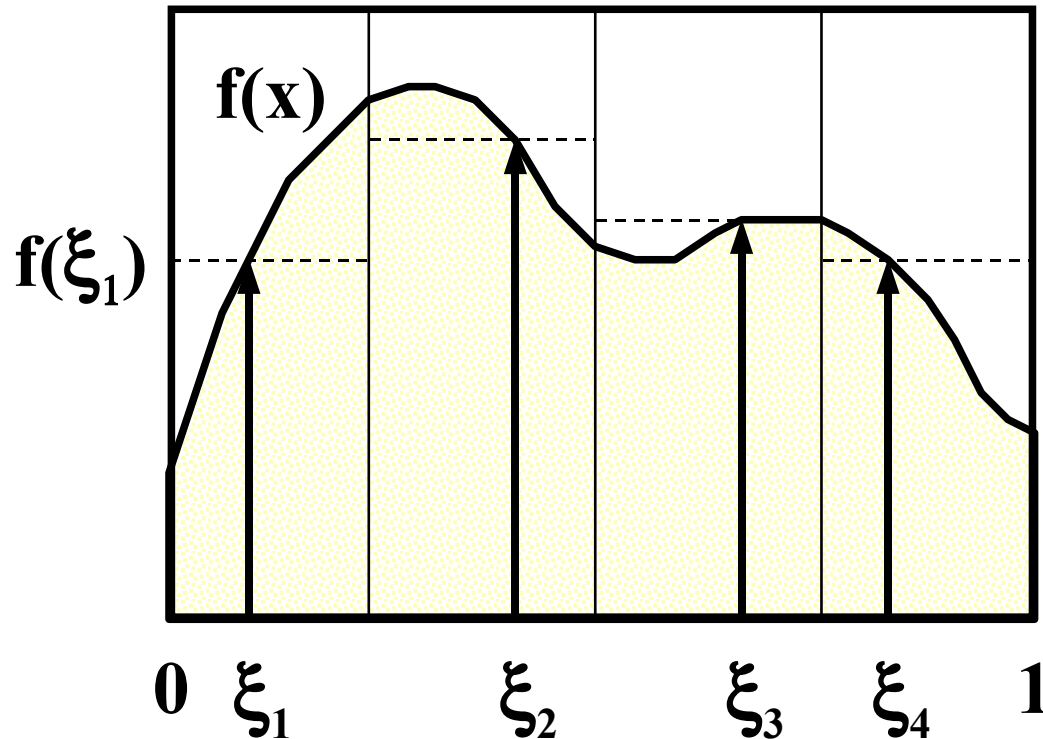
# Monte-Carlo zobrazování

- ◆ **Monte-Carlo kvadratura:** integrály zobrazovacích rovnic jsou **mnoho-rozměrné**
  - ◆ anti-aliasing, hloubka ostrosti, rozmazání pohybem
  - ◆ Monte-Carlo metody nejsou citlivé na vyšší dimenze
- ◆ integrandy mají mnoho **nespojností** různých druhů
- ◆ obvykle se **nepožaduje velká přesnost**
  - ◆ lidské vidění má velmi omezenou absolutní citlivost
  - ◆ běžně postačí relativní přesnost  $1/2 \div 2 \%$

# Urychlení konvergence M–C

- ◆ „jittering“, „stratified sampling“
  - ◆ vzorkování s nižší diskrepancí
- ◆ vzorkování podle důležitosti („importance sampling“)
  - ◆ hustota pravděpodobnosti podobná integrované funkci
  - ◆ generování vzorků s libovolnou hustotou pravděpodob.
- ◆ kombinované odhady, smíšené heuristiky (různé pr.)
  - ◆ každé vzorkování (= hustota pravděpodobnosti) vyjadřuje jednu složku integrované funkce
- Metropolis vzorkování (později)

# Stratified sampling



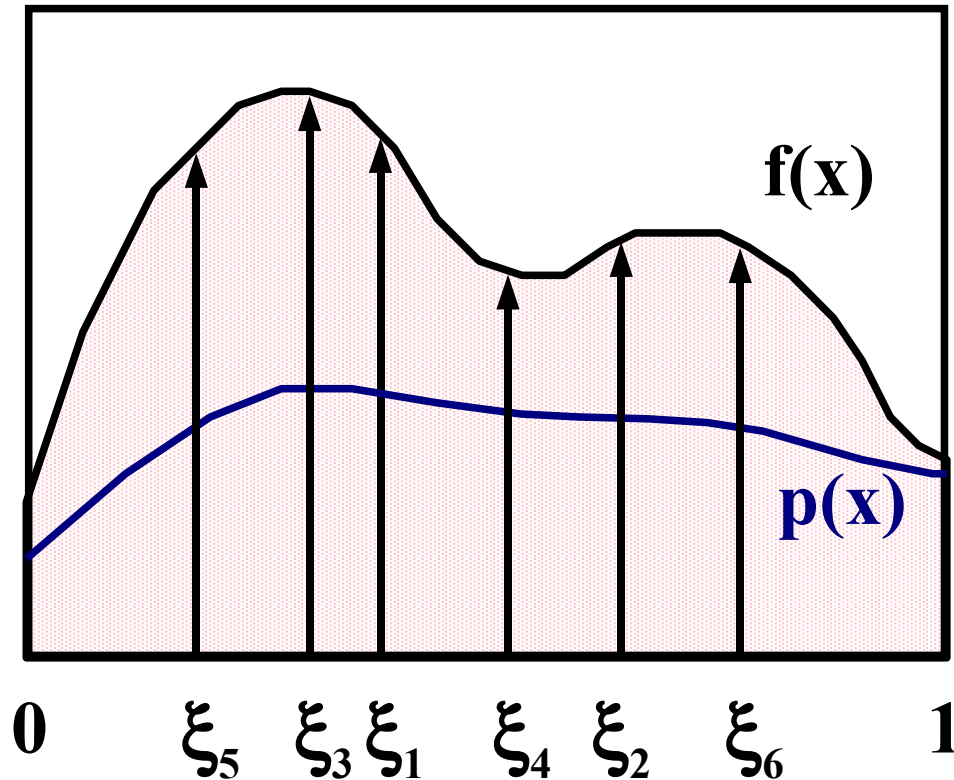
$$\int_0^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^N \int_{A_i} f(x) dx$$

$$\langle I \rangle_{strat} = \sum_{i=1}^N f(\xi_i) \mu(A_i)$$

$$\xi_i \in A_i$$

- ◆ „chytrý“ rozklad na subintervaly:
- ◆ funkce  $f(x)$  má na subintervalech co nejmenší variaci

# Importance sampling



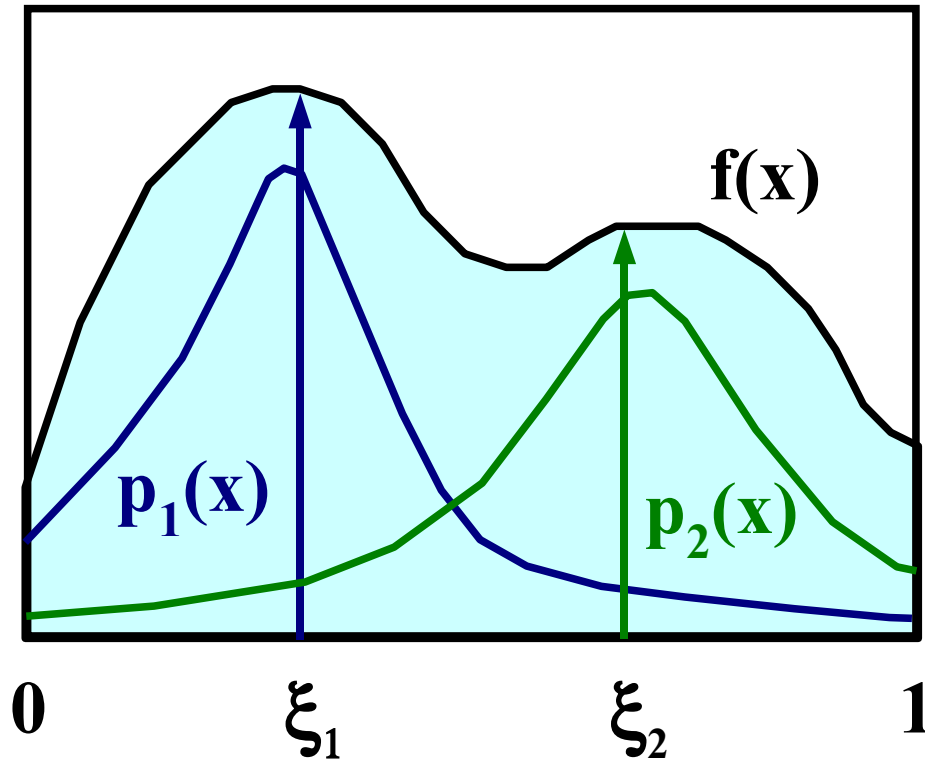
$$\int_0^1 f(x) d\mu(x) = \int_0^1 \frac{f(x)}{p(x)} dp(x)$$

$$\langle I \rangle_{imp} = \frac{f(\xi)}{p(\xi)}$$

$$\xi_i \in Rnd(p)$$

- hustota  $p(x)$  má být co nejpodobnější funkci  $f(x)$
- ?! efektivní generování vzorků podle hustoty  $p(x)$  !?

# Combined sampling



$$\langle I \rangle_{comb} = \sum_{i=1}^N w_i(\xi_i) \frac{f(\xi_i)}{p_i(\xi_i)}$$

$$\xi_i \in Rnd(p_i)$$

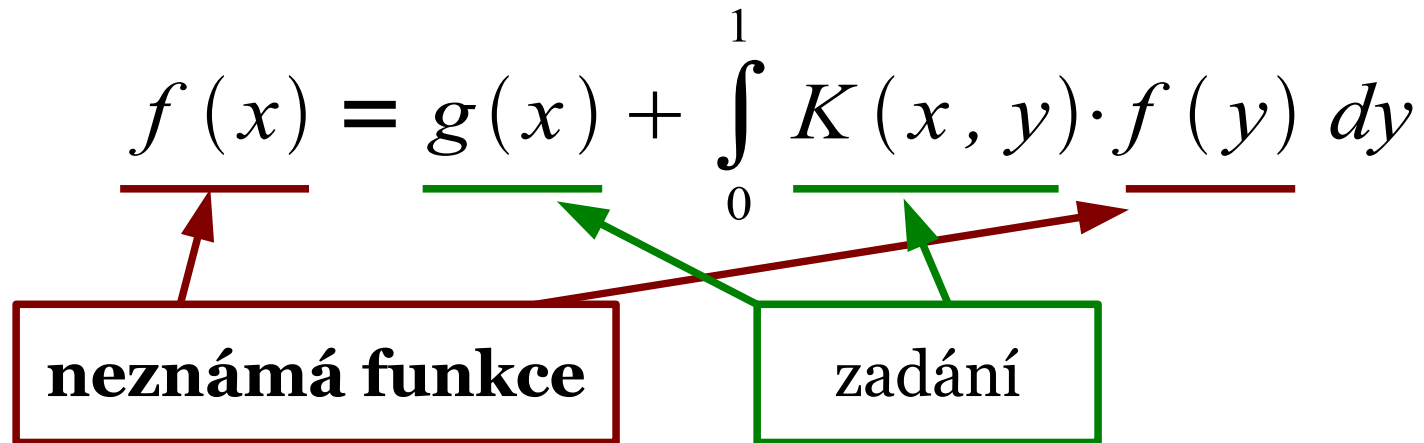
$$0 \leq w_i(x)$$

$$\sum_{i=1}^N w_i(x) = 1$$

- odhaduje se podle několika náhodných rozdělení
- každé rozdělení může charakterizovat jinou složku  $f(x)$  ..

# Náhodná procházka

- ◆ řešení Fredholmovy soustavy druhého druhu:

$$f(x) = g(x) + \int_0^1 K(x, y) \cdot f(y) dy$$


- nekonečná náhodná procházka řízená distribucemi  $p_i$

$$\langle f(x) \rangle_r = \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^i \frac{K(\xi_{j-1}, \xi_j)}{p_j(\xi_j)} \right] g(\xi_i), \quad \xi_0 = x$$



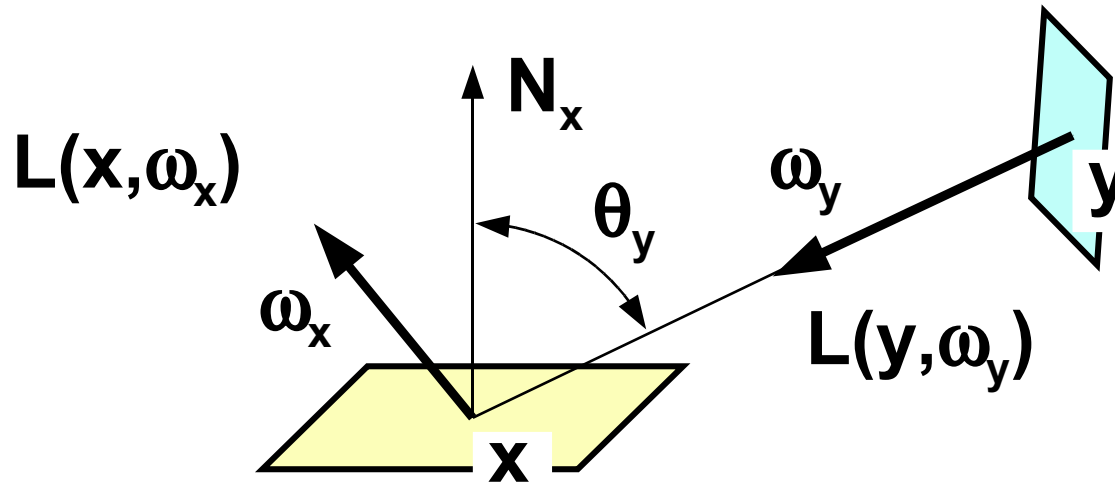
# Ruská ruleta

- odstranění nekonečné řady:

$$\langle f(x) \rangle_{Russ, r} = \sum_{i=0}^k \left[ \prod_{j=1}^i \frac{K(\xi_{j-1}, \xi_j)}{P_j \cdot p_j(\xi_j)} \right] g(\xi_i)$$

- $P_j$  udává pravděpodobnost pokračování v kroku  $j$
- je logické, aby byla úměrná celkové odrazivosti  $\int K(x, y)$
- $p_j(x)$  je distribuce pro výběr dalšího prvku posloupnosti:  $\xi_j$

# Zobrazovací rovnice pro radianci



$$L(x, \omega_x) =$$

$$= L_e(x, \omega_x) + \int_{\Omega_x^{-1}} f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L(y, \omega_y) \cdot \cos \theta_y \, d\omega_y$$

$$\Phi_o(S) = \int_A \int_{\Omega_x} L(x, \omega_x) \cdot W_e(x, \omega_x, S) \cdot \cos \theta_x \, d\omega_x \, dA_x$$

# Path-tracing

**Monte-Carlo** odhad toku  $\Phi(\mathbf{S})$  i radiance  $\mathbf{L}(\mathbf{x}_0, \omega_0)$   
(omezení náhodné procházky ruskou ruletou):

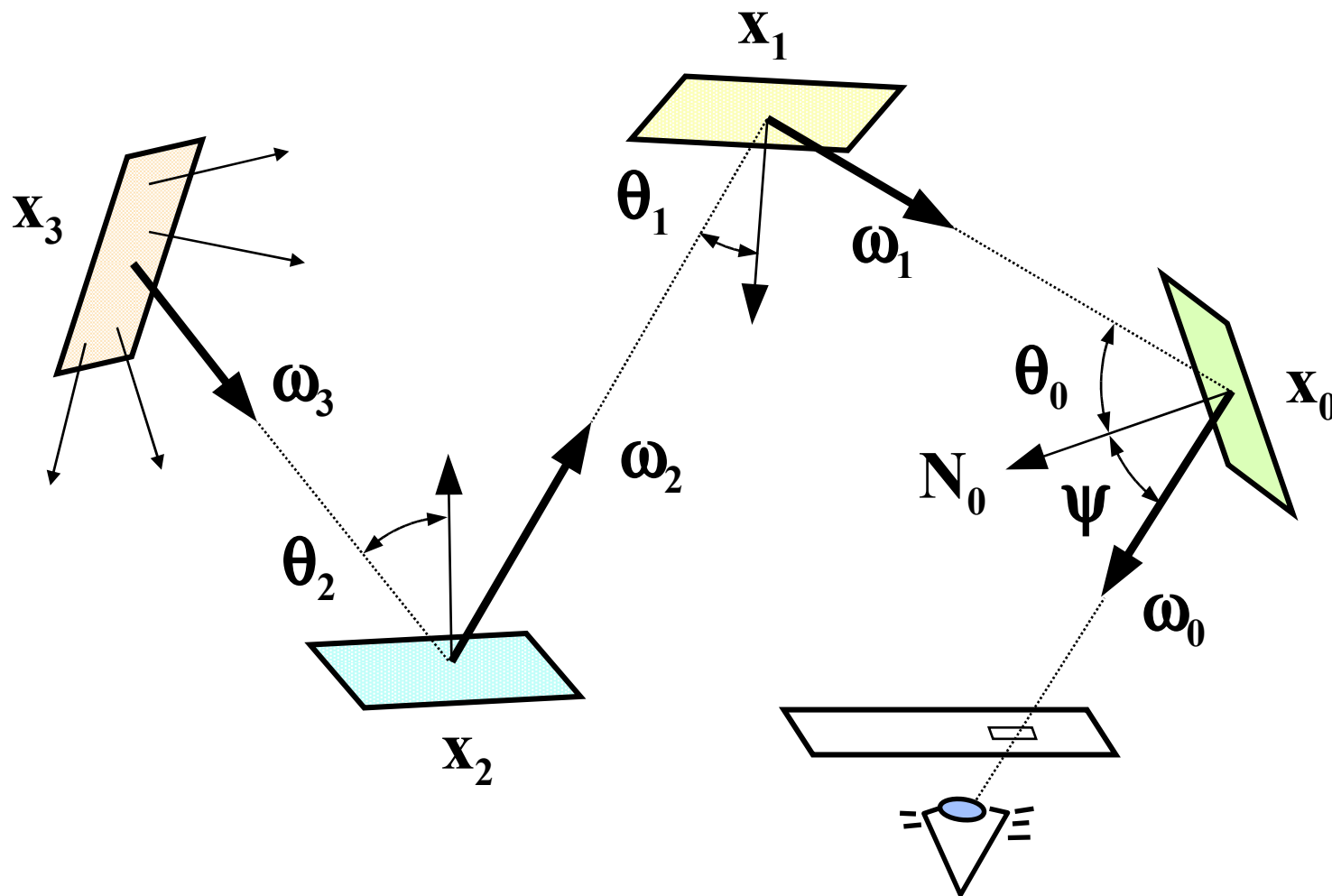
$$\langle \Phi(\mathbf{S}) \rangle_{path} = \frac{W_e(x_0, \omega_0, \mathbf{S}) \cdot \cos \psi}{p_0(x_0, \omega_0)} .$$

$$\cdot \sum_{i=0}^k \left[ \prod_{j=1}^i \frac{f(x_{j-1}, \omega_j \rightarrow \omega_{j-1}) \cdot \cos \theta_{j-1}}{P_j \cdot p_j(\omega_j)} \right] \cdot L_e(x_i, \omega_i)$$

pravděpodobnost  
pokračování krokem  $\mathbf{j}$

hustota pravděp.  
pro vstupní směr  $\omega_j$

# Schema šíření světla



# Odhad příští události (NEE)

- ♦ obyčejný Path-tracing je velmi **neefektivní**
  - náhodná procházka se musí trefit do zdroje světla!
- ♦ **odhad příští události** („Next Event Estimation“)
  - zařídím příspěvky od zdrojů v každém kroku
- ♦ NEE je nejvýhodnější pro scény s **malými** ale **dobře viditelnými** plochami světelných zdrojů
  - ♦ vzorkování světelných zdrojů tvoří dominantní složku výsledku

# Odhad příští události II

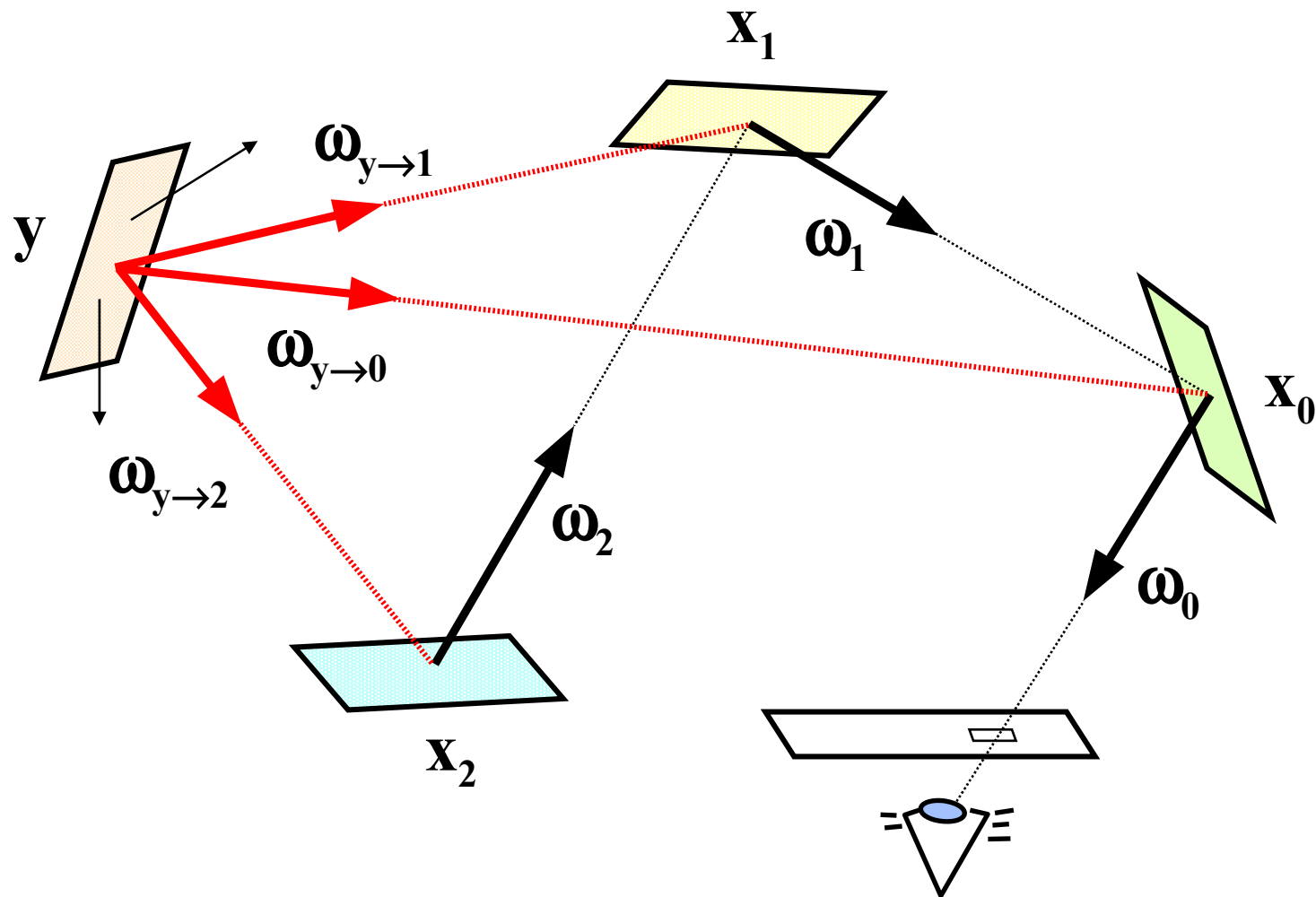
Rozdělení **nepřímého osvětlení** na dvě složky:

$$L(x, \omega_x) = L_e(x, \omega_x) + L_r(x, \omega_x)$$

$$\underline{L_r(x, \omega_x)} = \int_{\Omega_x^{-1}} f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L(y, \omega_y) \cdot \cos \theta_y d\omega_y =$$

$$= \int_A f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L_e(y, \omega_y) \cdot G(y, x) dA_y + \\ + \int_{\Omega_x^{-1}} f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L_r(y, \omega_y) \cdot \cos \theta_y d\omega_y$$

# Schema šíření světla (NEE)



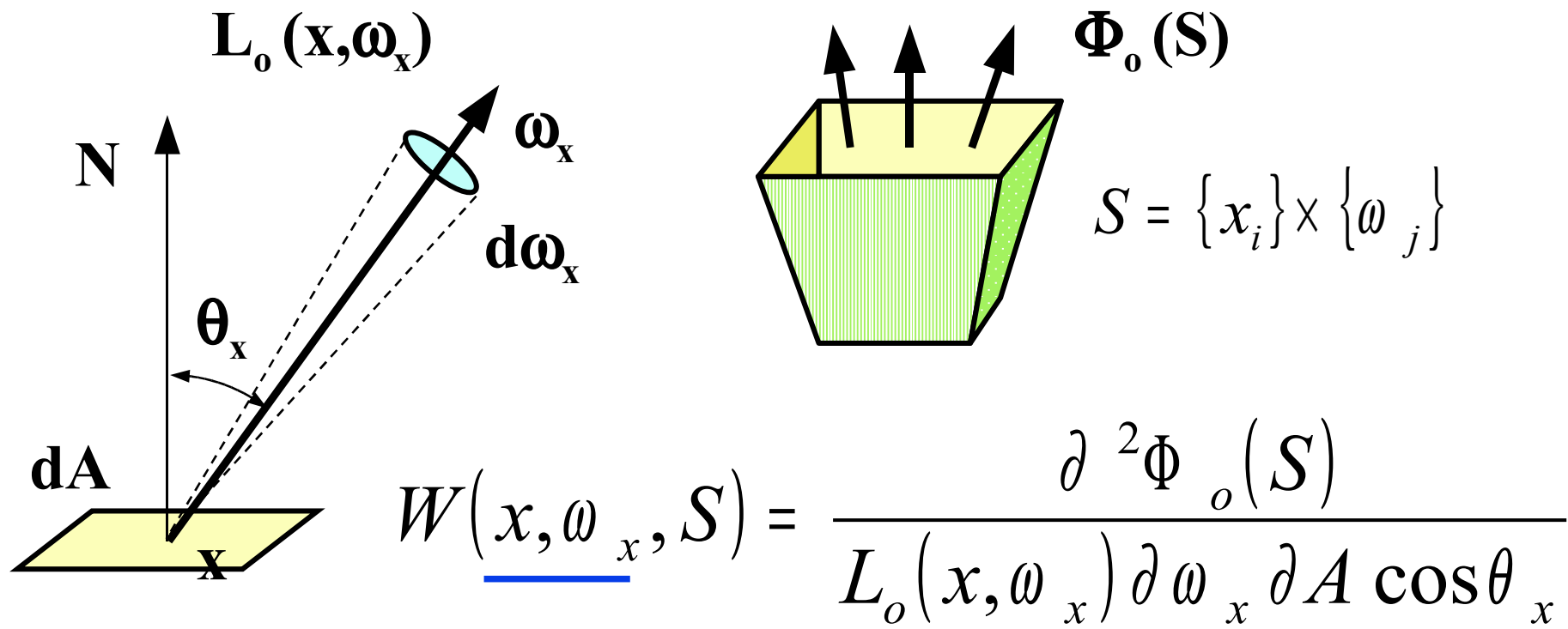
# Dualita v teorii zobrazování

- ◆ Kajiya 1986: zobrazovací rovnice
- ◆ **Smits** 1992: zavedení pojmu „důležitost“ (potenciál)
  - aplikace v radiální metodě
  - efektivní **zjemňování hierarchie** („*BFI-rule*“)  
(„zpřesňuji výpočet ne tam, kde je hodně světla, ale tam, kde je světlo potřeba = přispívá významně k výsledku“)
- ◆ **Pattanaik** 1993: zavedení duality do teorie zobrazování
  - duální operátory a rovnice - prostředek k řešení úlohy globálního osvětlení scény



# Důležitost (potenciál)

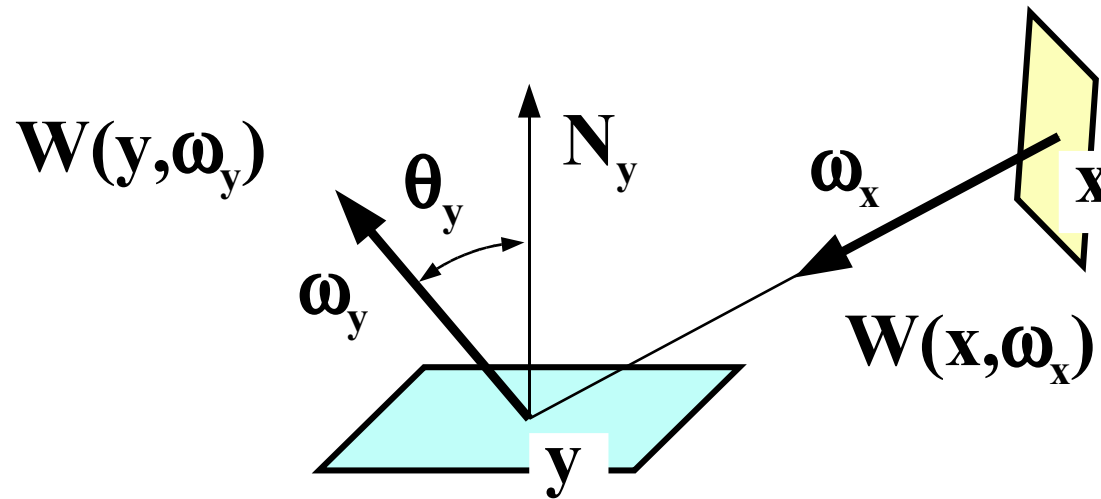
- ◆ **výkon** procházející **svazkem S** jako důsledek jednotkové radiance z bodu **x** směrem  $\omega_x$  [ 1 ]



$L_o(x, \omega_x)$   
 $\omega_x$   
 $d\omega_x$   
 $N$   
 $\theta_x$   
 $dA$   
 $x$   
 $\Phi_o(S)$   
 $S = \{x_i\} \times \{\omega_j\}$

$$W(x, \omega_x, S) = \frac{\partial^2 \Phi_o(S)}{L_o(x, \omega_x) \partial \omega_x \partial A \cos \theta_x}$$

# Zobrazovací rovnice pro potenciál



$$W(x, \omega_x) =$$

$$= W_e(x, \omega_x) + \int_{\Omega_y} f(y, \omega_x \rightarrow \omega_y) \cdot W(y, \omega_y) \cdot \cos \theta_y d\omega_y$$

$$\Phi_o(S) = \int_A \int_{\Omega_x} L_e(x, \omega_x) \cdot W(x, \omega_x, S) \cdot \cos \theta_x d\omega_x dA_x$$

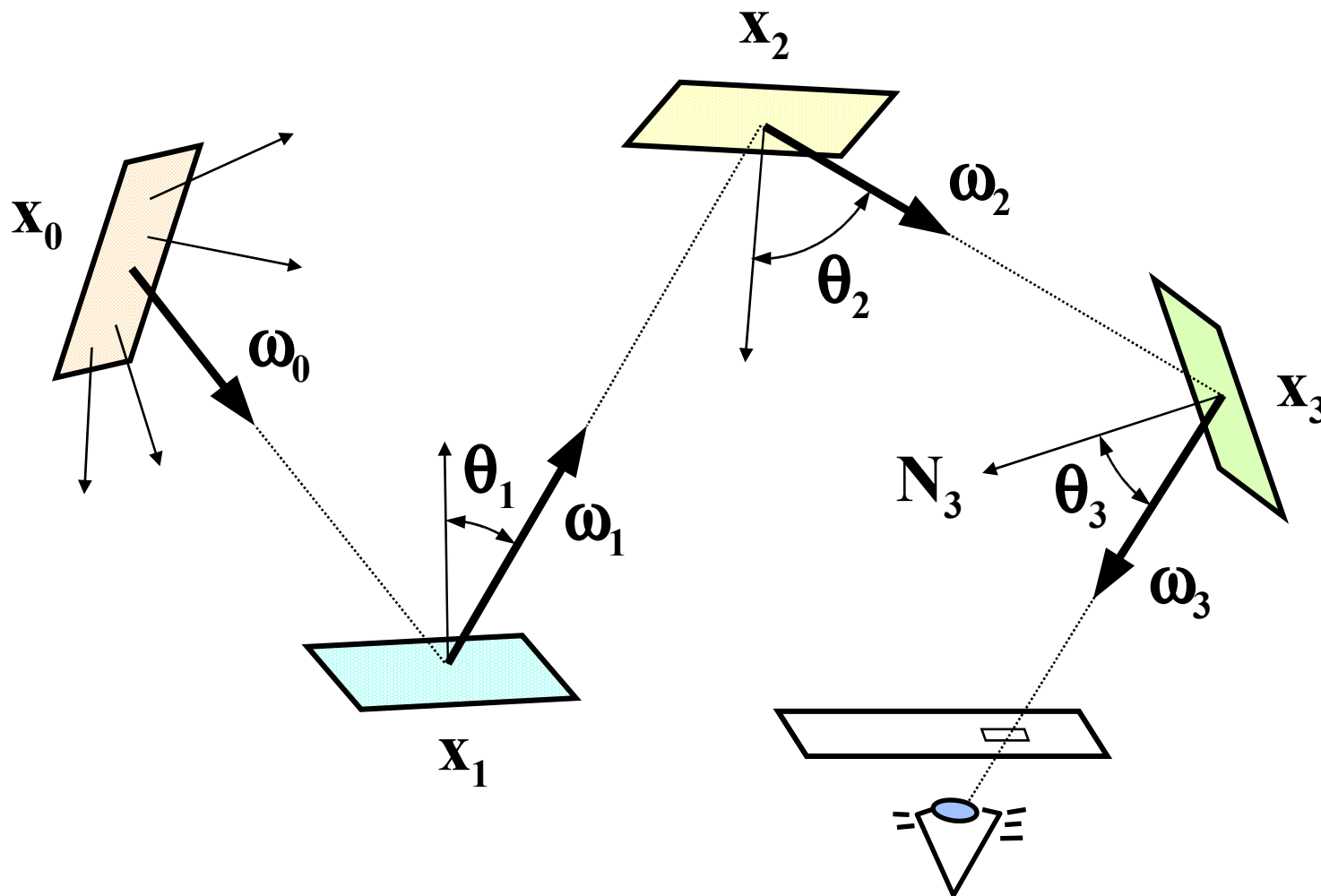
# Light-tracing

celkový  
odhad

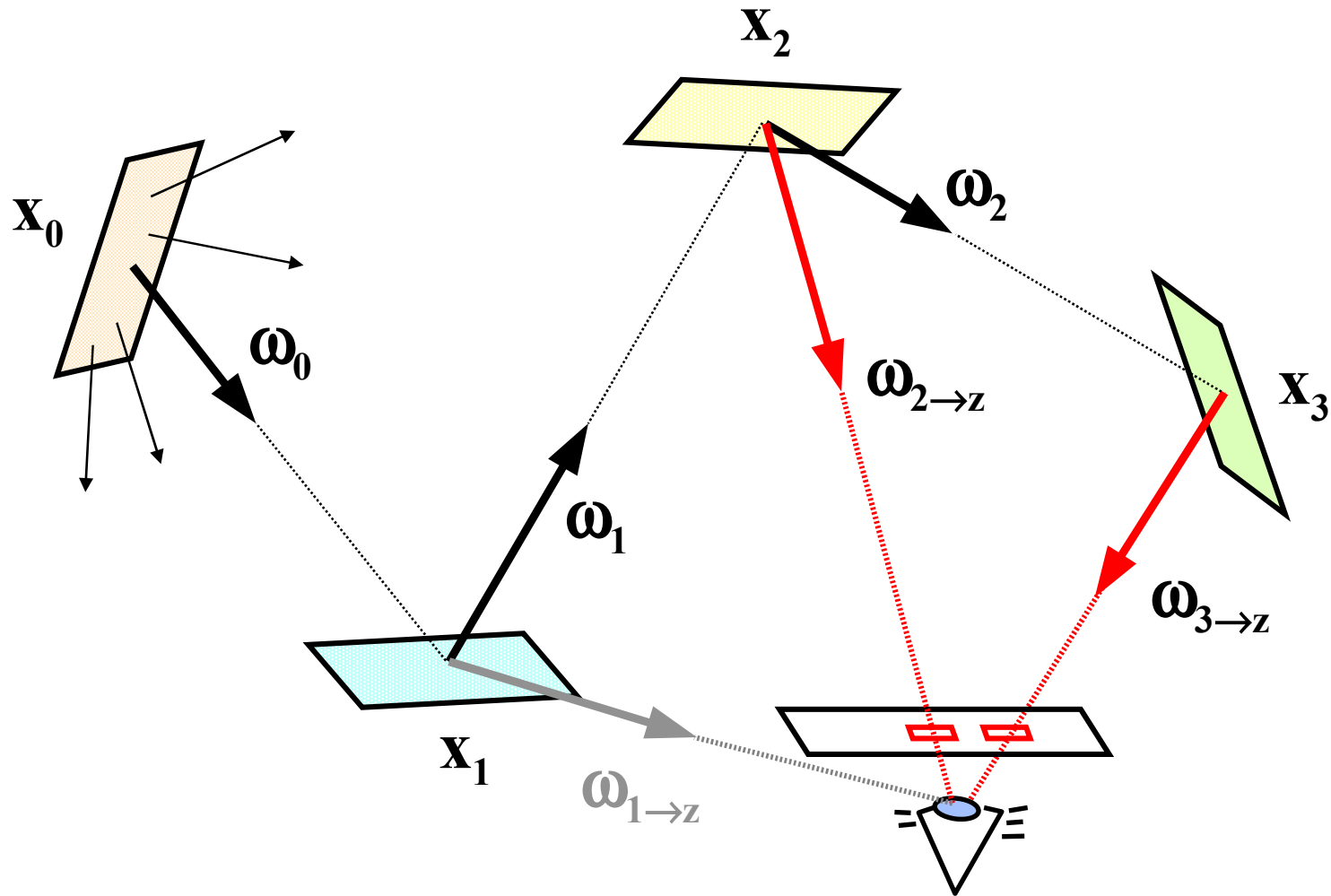
paprsek vycházející ze zdroje  
(vyzařovací charakteristiky zdroje)

$$\langle \Phi(S) \rangle_{light} = \frac{L_e(x_0, \omega_0) \cdot \cos \theta_0}{p_0(x_0, \omega_0)} \cdot \sum_{i=0}^k \left[ \prod_{j=1}^i \frac{f(x_j, \omega_{j-1} \rightarrow \omega_j) \cdot \cos \theta_j}{P_j \cdot p_j(\omega_j)} \right] \cdot W_e(x_i, \omega_i, S)$$

# Schema šíření světla (střílení)



# NEE pro Light-tracing



# Aplikace Light-tracingu

- ◆ **přímý výpočet realistického obrázku**
  - ◆ světlo se přijímá kamerou a ukládá v průmětně
- ◆ **pomocný výpočet** pro některou kombinovanou metodu
  - ◆ světlo se ukládá do tzv. světelných map (fotonové mapy, „Photon-tracing“)
  - ◆ větší suma potenciálu  $W_e$  vede k efektivnějšímu výpočtu (nemusí se dělat NEE)
  - ◆ „Photon-mapping“: moderní, ale nekorektní metoda zobrazování (Wann Jensen, 1995)

# Obousměrný Path-tracing

Kombinovaná **globální zobrazovací rovnice**:

vlastní emitovaná radiance

GRDF

diskrétní potenciál

$$\Phi(\mathbf{S}) = \iint_{A, \Omega_x} \iint_{A, \Omega_y} L_e(\mathbf{x}, \omega_x) W_e(\mathbf{y}, \omega_y, \mathbf{S}) F(\mathbf{x}, \omega_x \rightarrow \mathbf{y}, \omega_y) \cos \theta_y \cos \theta_x d\omega_y dA_y d\omega_x dA_x$$

integrály přes všechny plochy a směry zdrojů a všechny plochy a směry receptorů

# Rekurentní definice GRDF

První odraz:

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{x}, \omega_x \rightarrow \underline{\mathbf{y}, \omega_y}) &= \delta(\mathbf{x}, \omega_x, \mathbf{y}, \omega_y) + \\
 + \int_{\Omega_z} \mathbf{f}(\mathbf{z}, \omega_x \rightarrow \omega_z) \cdot F(\mathbf{z}, \omega_z \rightarrow \underline{\mathbf{y}, \omega_y}) \cdot \cos \theta_z \, d\omega_z
 \end{aligned}$$

Poslední odraz:

$$\begin{aligned}
 F(\underline{\mathbf{x}, \omega_x} \rightarrow \mathbf{y}, \omega_y) &= \delta(\mathbf{x}, \omega_x, \mathbf{y}, \omega_y) + \\
 + \int_{\Omega_y^{-1}} \mathbf{f}(\mathbf{y}, \omega_z \rightarrow \omega_y) \cdot F(\underline{\mathbf{x}, \omega_x} \rightarrow \mathbf{z}, \omega_z) \cdot \cos \theta_y \, d\omega_z
 \end{aligned}$$



# Základy smíšené heuristiky

Lineární kombinace obou rekurzivních vzorců:

$$\underline{F = \delta + w^* T^* F + w T F,} \quad w + w^* = 1$$

Nekonečná Neumannovská řada:

$$\underline{F = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} w_{ij} T^{*i} T^j \delta,} \quad \sum_{i=0}^N w_{i, N-i} = 1$$

$T$  i  $T^*$  se odhadují stochasticky pomocí náhodné procházky ukončované ruskou ruletou. Bez odhadu příští události však má tato metoda **velký rozptyl**.

# Odhad příští události

S přidáním neuzavřených cest:

$$\langle \Phi(\mathbf{S}) \rangle_{\text{bipath,nee}} = \sum_{i=-1}^k \sum_{j=-1}^{k^*} w_{ij} C_{ij}$$

$i = -1, j > 0$ : cesta od pozorovatele (bez NEE)

$i = 0, j \geq 0$ : cesta od pozorovatele se vzorkem na zdroji

$i > 0, j > 0$ : světlo  $i$ -krát odražené od zdroje a  $j$ -krát od pozorovatele

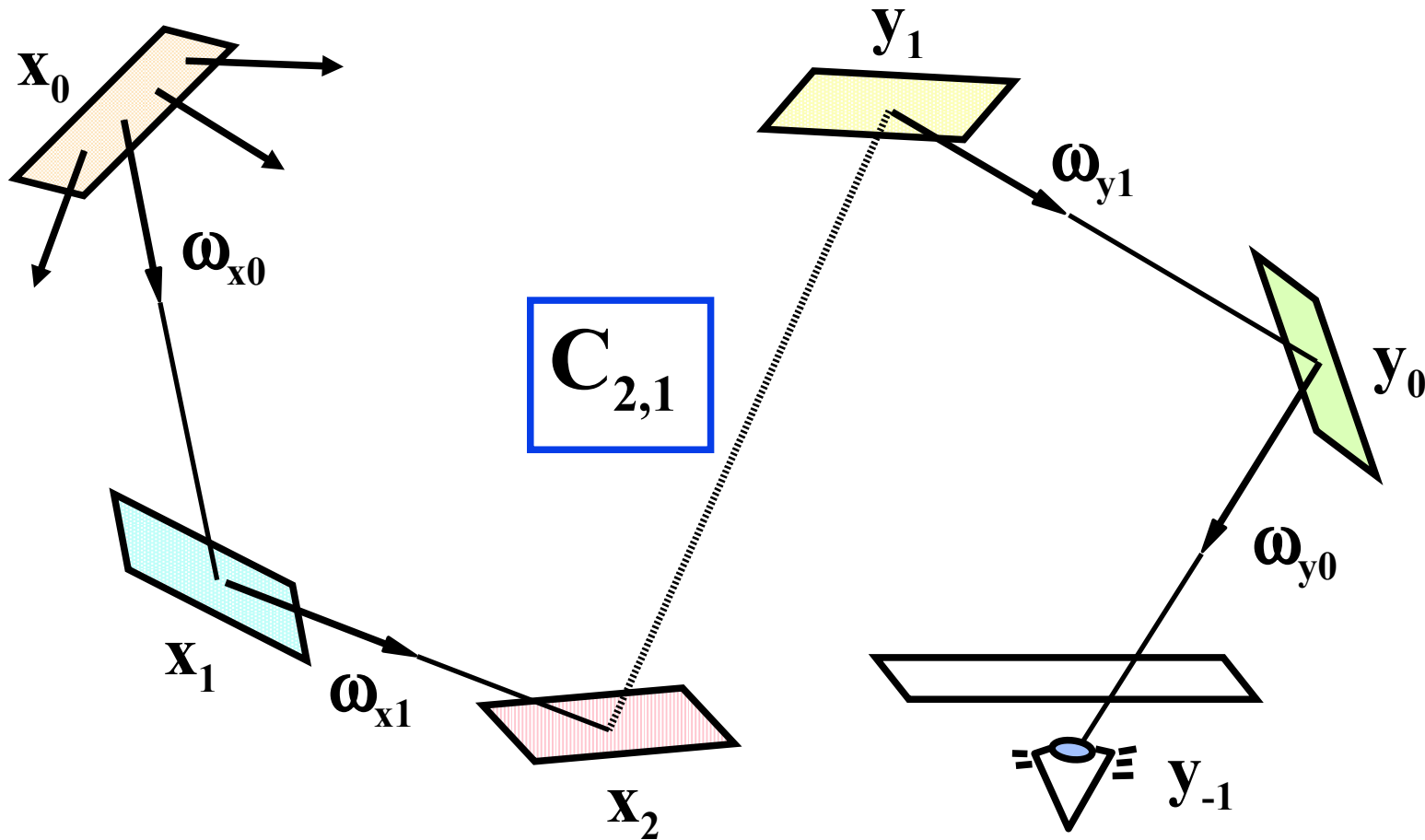
$i \geq 0, j = 0$ : cesta od zdroje se vzorkem na receptoru

$i > 0, j = -1$ : cesta od zdroje (bez NEE - neefektivní)

# Přehled vzorkování

závislost příspěvku na		<b>vzorku na cestě od zdroje světla</b>				
		$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	
<b>vzorku na cestě od receptoru</b>		<b>PT</b>				
		<b>LT</b>		$C_{1,-1}$	$C_{2,-1}$	$C_{3,-1}$
	$y_{-1}$		$C_{0,0}$	$C_{1,0}$	$C_{2,0}$	$C_{3,0}$
	$y_0$	$C_{-1,1}$	$C_{0,1}$	$C_{1,1}$	$C_{2,1}$	$C_{3,1}$
$y_2$	$C_{-1,2}$	$C_{0,2}$	$C_{1,2}$	$C_{2,2}$	$C_{3,2}$	

# Obecná cesta (obousměrná)



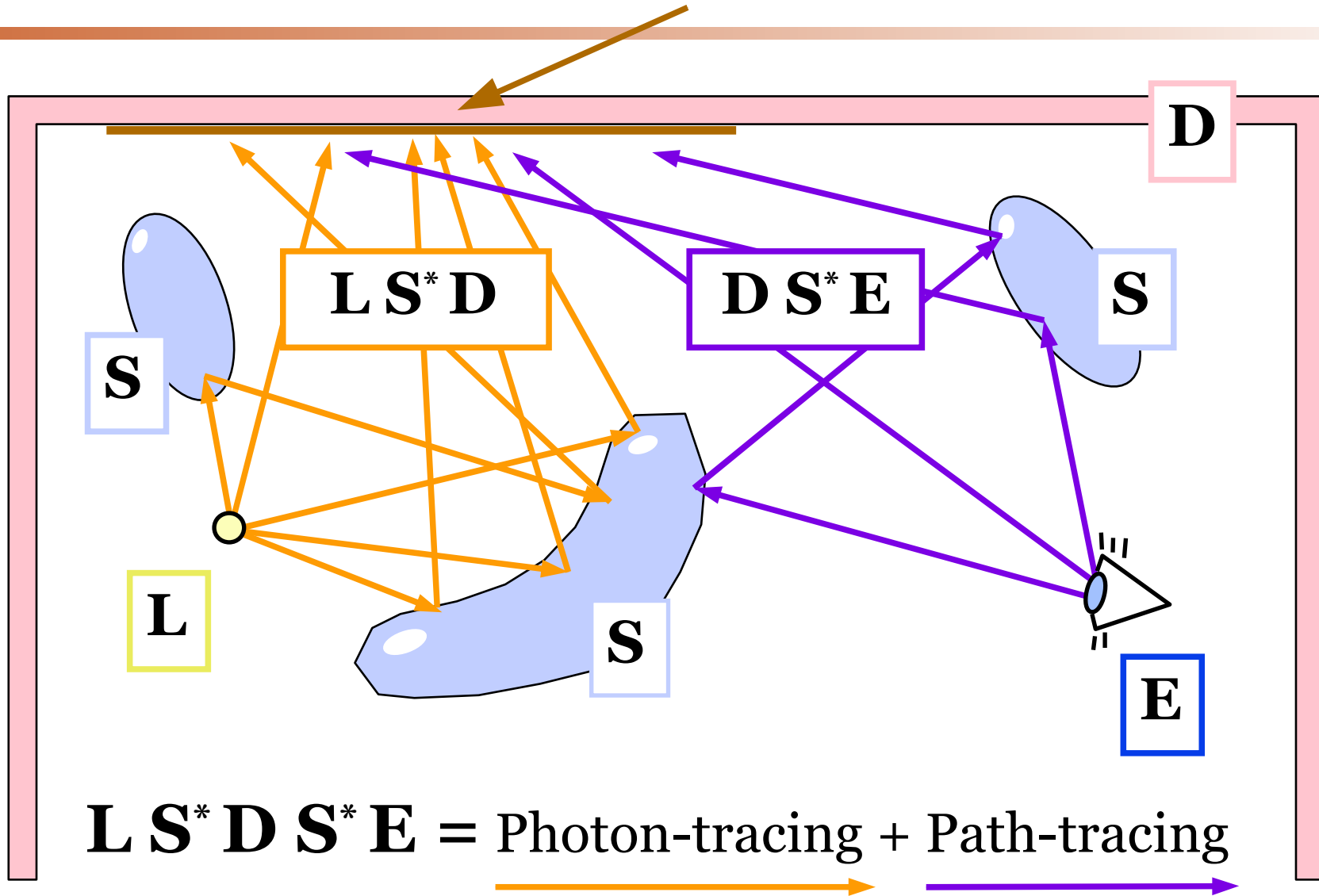
# Hybridní metody

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
  - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ **metody založené na zobrazovací teorii**
  - ◆ radiační metody (matné materiály)
  - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
  - ◆ **hybridní metody** (efektivita)
  - ◆ **efektivnější vzorkování (Metropolis)**

# Více krokové (hybridní) metody

- ◆ kombinace **radiačních metod** (difusní odrazy) a **sledování paprsku** (lesklé odrazy)
  - ◆ většinou se tyto dva přístupy střídají (algoritmus se dělí na jednotlivé „průchody“ nebo kroky)
- ◆ **radiační přístup** řeší (nepřímé) difusní osvětlení:  $D^*$
- ◆ **sledování paprsku** počítá lesklé odrazy:  $S_{[M]}^*$ 
  - ◆ navíc se používá pro finální průchod (zobrazení)
  - ◆ místo R-T lze použít **Path-tracing** nebo jeho vylepšení

# Mezivýsledek = světelná mapa



# „Metropolis“ metody

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
  - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ **metody založené na zobrazovací teorii**
  - ◆ radiační metody (matné materiály)
  - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
  - ◆ hybridní metody (efektivita)
  - ◆ **efektivnější vzorkování (Metropolis)**



# Metropolis vzorkování

- ◆ **Nicholas Metropolis** et al, 1953, výpočetní fyzika
- ◆ vzorkování podle dané funkce  $\mathbf{f}$  v obtížných podmínkách
- ◆ generuje posloupnost vzorků  $\{\mathbf{x}_i\}$  s hustotou úměrnou  $\mathbf{f}$

stavový prostor  $\Omega$        $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^+$

$$I(f) = \int_{\Omega} f(x) d\Omega \quad f_{pdf} = f / I(f)$$

generování vzorků     $X = \{x_i\}$        $x_i \sim f_{pdf} \propto f$

**Přitom není potřeba počítat  $I(f)$  ani  $f_{pdf}$ !**

# Základní algoritmus

- ◆ **Markovův řetězec** vzorků:  $x_i$  závisí jen na  $x_{i-1}$
- ◆ generátor nového vzorku – „**mutate()**“
- ◆ pravděpodobnost **schválení** – „**accept()**“
  - zajišťuje správnou a stacionární distribuci  $x_i$

```

State x, x0, result[N];

x = x0;
for ( i = 0; i < N; i++ ) {
  // generate next sample
  State x' = mutate( x );
  float a = accept( x, x' );
  if ( random() < a ) x = x';
  result[i] = x;
}

```

# Rozšířený algoritmus

- ♦ vzorkuje i oblasti s **nízkou hodnotou  $f(x)$** 
  - ♦ v limitě má stejný výsledek (distribuci)

```

State x, x0, result[2*N];
float weight;           // standard sample weight
float weights[2*N];    // result weights

x = x0;
for ( i = 0; i < 2*N; ) {
    // generate next sample
    State x' = mutate( x );
    float a = accept( x, x' );
    result[i] = x; weights[i++] = (1-a) * weight;
    result[i] = x'; weights[i++] = a * weight;
    if ( random() < a ) x = x';
}

```

# Mutace, přechody, schvalování

- ◆ hustota pravděpodobnosti **přechodu od  $x$  k  $x'$** 
  - ◆ je dána mutačním předpisem („mutate ()“)

$$T(x \rightarrow x')$$

- ◆ **pravděpodobnost schválení** tohoto přechodu
  - ◆ musí se spočítat (pozor na chyby!)
  - ◆ je-li určena správně, zajišťuje správnou distribuci výsledků

$$a(x \rightarrow x')$$

# Pravděpodobnost schválení $a()$

- ♦ podmínka **stacionární pravděpodobnosti výsledku  $f(x)$**

$$f(x) T(x \rightarrow x') a(x \rightarrow x') = f(x') T(x' \rightarrow x) a(x' \rightarrow x)$$

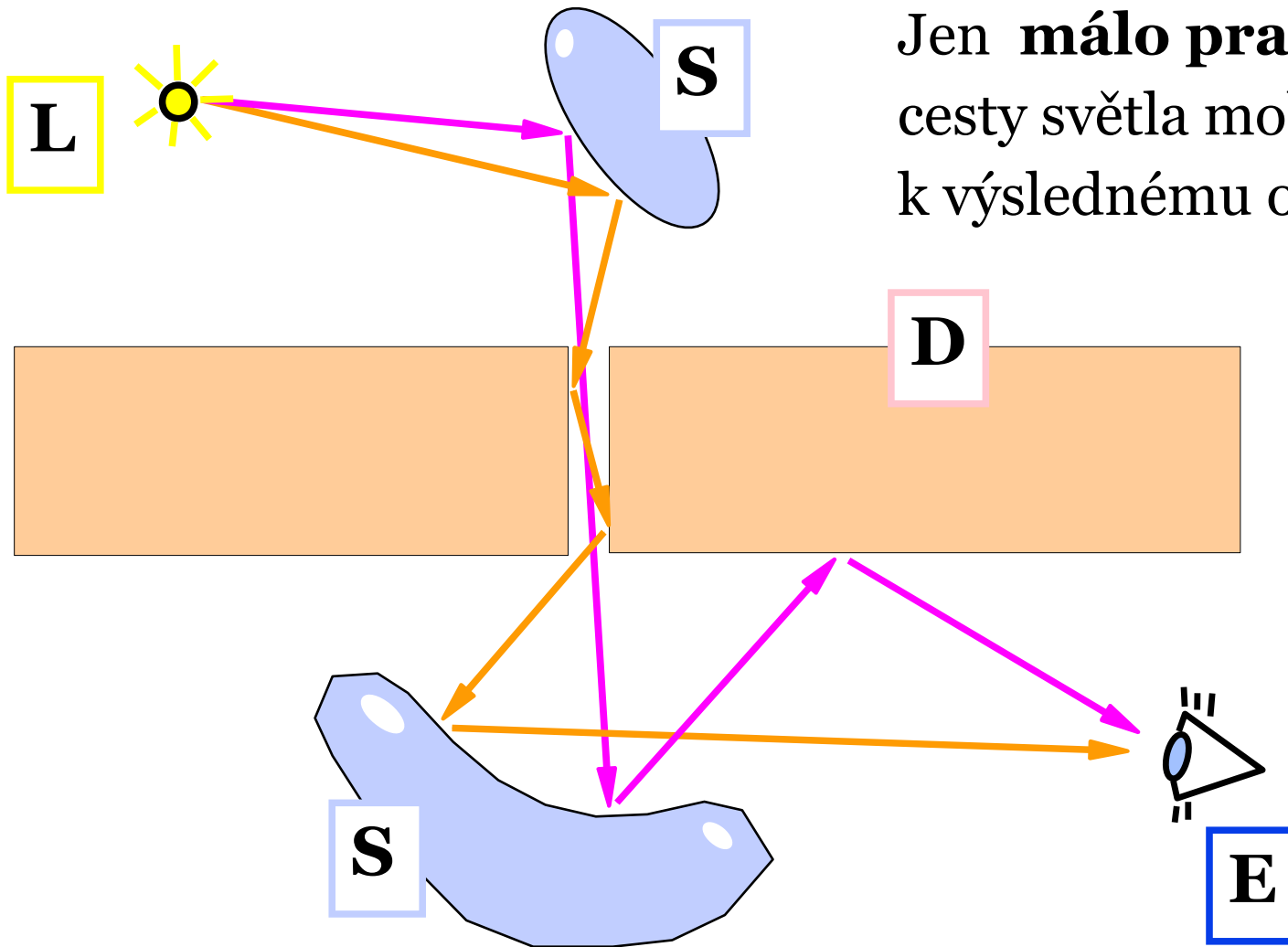
- ♦ **efektivní volba  $a()$ :**

$$a(x \rightarrow x') = \min \left( 1, \frac{f(x') T(x' \rightarrow x)}{f(x) T(x \rightarrow x')} \right)$$

# Volba přechodu – cíle, rady

- ◆ pravděpodobnost schválení by měla být co nejvyšší
  - ◆ lépe prozkoumáme stavový prostor
  - ◆ minimalizujeme korelace (alias v grafice)
- ◆ preferujeme přechody, které budou spíše schváleny
  - ◆ tj. přechody mířící do oblastí s větším  $f(\mathbf{x})$
- ◆ **adaptivní metody mutace**
  - ◆ můžeme měnit přechodovou funkci na základě zkušenosti
- ➔ musíme jen umět spočítat přechodové hustoty  $\mathbf{T}(\dots)$

# Metropolis výpočet osvětlení



Jen **málo pravděpodobné** cesty světla mohou přispět k výslednému obrázku..

# Metropolis výpočet osvětlení

- stavový prostor: prostor **náhodných procházek** potenciálně přenášejících světlo od zdroje do receptoru
- ◆ inicializace: hledání efektivních cest světla
  - ◆ obousměrný Path-tracing
  - ◆ minimalizace zkreslení (počátečních několik mutací nezapočítávám do výsledku)
- ◆ různé typy mutací
  - ◆ perturbace **kamery**:  $(L|D)DS^*E$  nahradím (stejná délka)
  - ◆ perturbace **kaustiky**:  $(L|D)S^*DE$  nahradím
  - ◆ **delší řetězce**: např.  $(L|D)DS^*DS^*DE$  nahrazuji



# Literatura – knihy

- ◆ Andrew Glassner: *Principles of Digital Image Synthesis*, Morgan Kaufmann, 1995
- ◆ Henrik Wann Jensen: *Realistic Image Synthesis Using Photon Mapping*, A K Peters, 2001
- ◆ Matt Pharr, Greg Humphreys: *Physically Based Rendering*, Morgan Kaufmann, 2004
- ◆ Philip Dutre, Kavita Bala, Philippe Baekert: *Advanced Global Illumination*, A K Peters, 2006

# Literatura

- ◆ Eric Veach, Leonidas J. Guibas: ***Optimally Combining Sampling Techniques for Monte Carlo Rendering***, SIGGRAPH'95 Proceedings
- ◆ Eric Lafortune: ***Mathematical Models and Monte Carlo Algorithms for Physically Based Rendering***, PhD thesis, KU Leuven, 1996
- ◆ Eric Veach, Leonidas J. Guibas: ***Metropolis Light Transport***, SIGGRAPH'97 Proceedings
- ◆ Eric Veach: ***Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation***, PhD Thesis, 1997

# Literatura

- ◆ S. Gortler, M. F. Cohen, P. Slusallek: ***Radiosity and Relaxation Methods***, IEEE CG&A, 16(6), 1994
- ◆ David Cline, Parris Egbert: ***A Practical Introduction to Metropolis Light Transport***, Tech. report, Brigham Young University, 2005
- ◆ Matt Pharr: ***Metropolis Sampling***, slides for cs348b course, May 2003