
Počítačová grafika III – Odraz světla, BRDF

Jaroslav Křivánek, MFF UK

Jaroslav.Krivanek@mff.cuni.cz



Interakce světla s povrchem

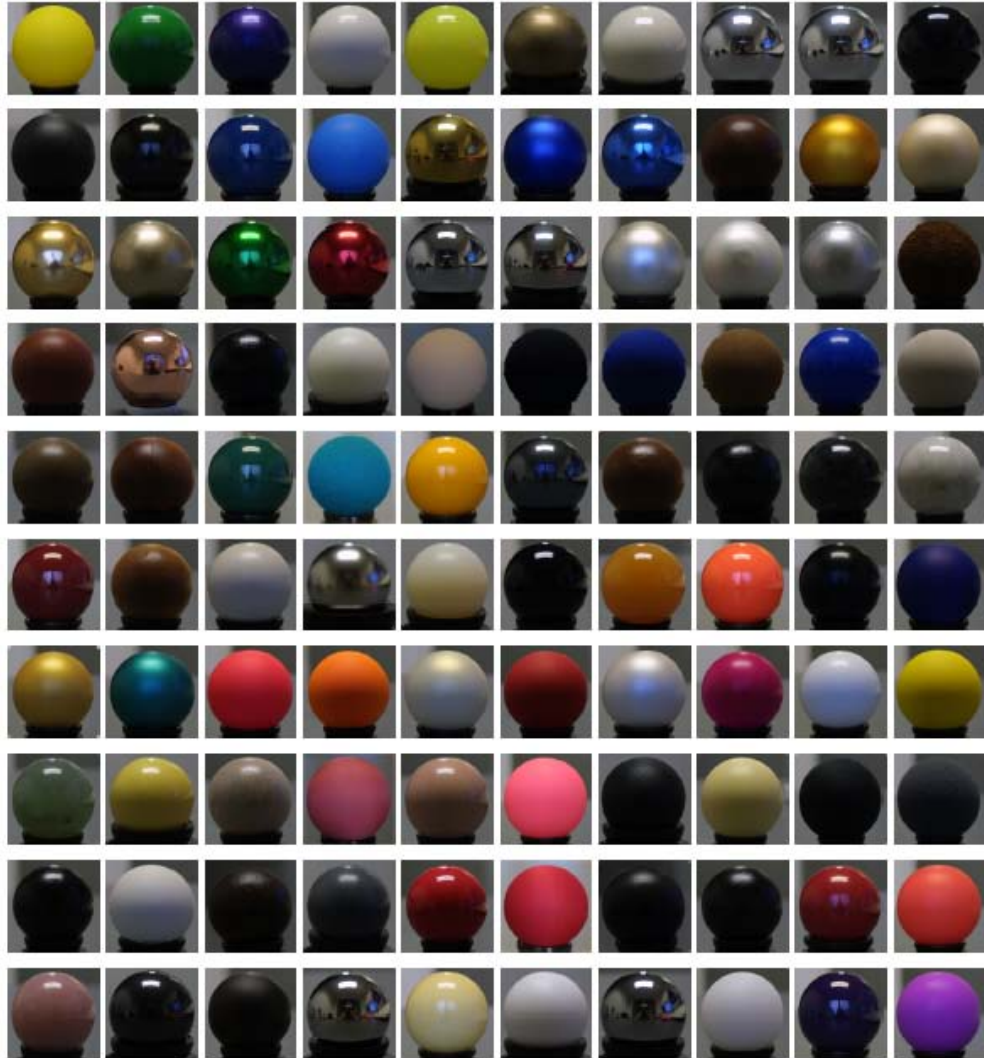
- Absorpce
- Odraz
- Lom
- Rozptyl pod povrchem

- Odrazivé vlastnosti materiálu určují
 - Vztah **odražené** radiance L_r k **příchozí** radianci L_i
 - **Vzhled** objektu: barva, lesklost atd.

- Neboli: materiál určuje odezvu povrchu na osvětlení

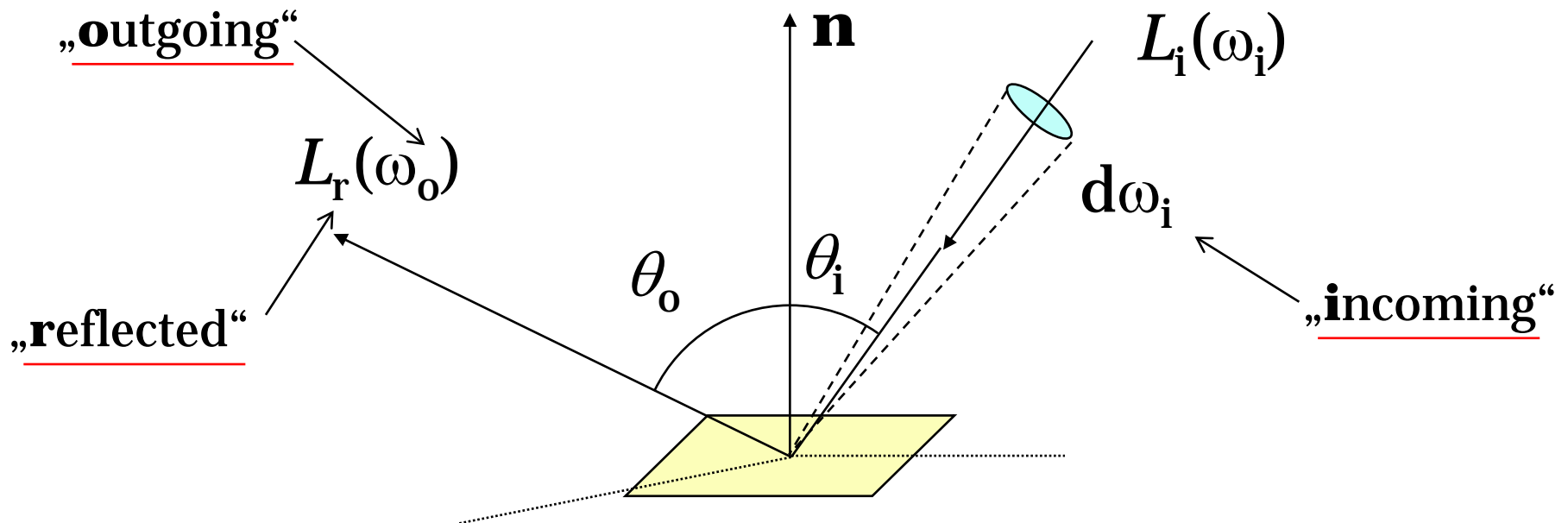
Interakce světla s povrchem

- Stejné osvětlení
- Různé materiály



BRDF

- Bidirectional reflectance distribution function
- Dvousměrová distribuční funkce odrazu



$$f_r(\omega_i \rightarrow \omega_o) = \frac{dL_r(\omega_o)}{dE(\omega_i)} = \frac{dL_r(\omega_o)}{L_i(\omega_i) \cdot \cos \theta_i \cdot d\omega_i} \quad [\text{sr}^{-1}]$$

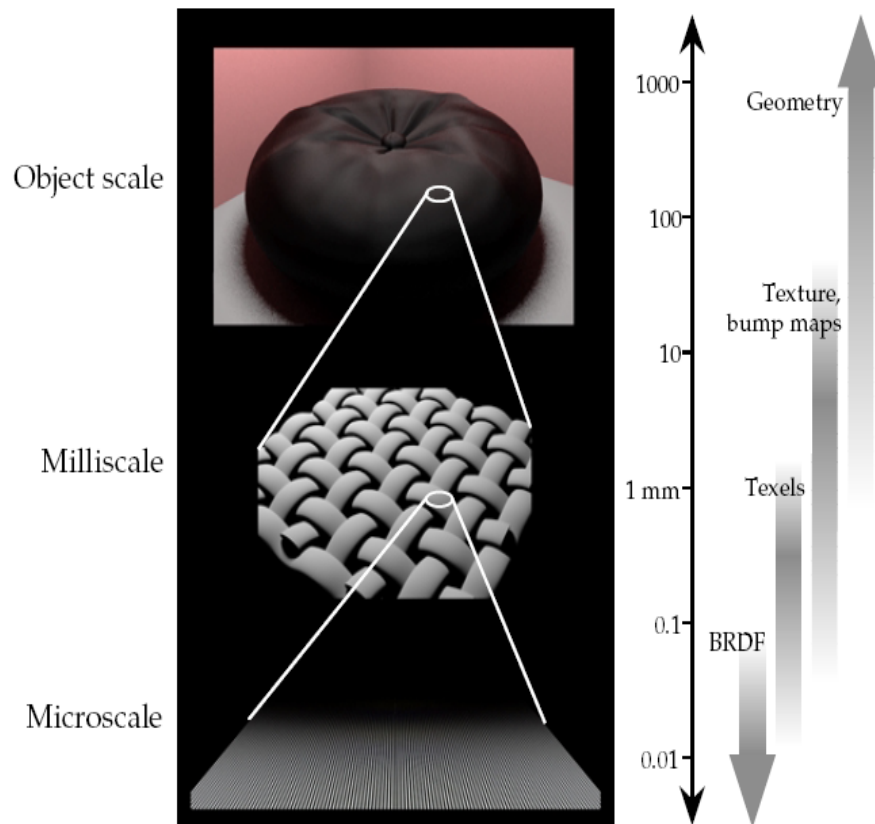
BRDF

- Matematický popis odrazivých vlastností povrchu
- Intuice
 - **Hodnota BRDF = hustota pravděpodobnosti**, že „foton“, který dopadne na plochu ze směru ω_i bude odražen ve směru ω_o .
- Obor hodnot:

$$f_r(\omega_i \rightarrow \omega_o) \in [0, \infty)$$

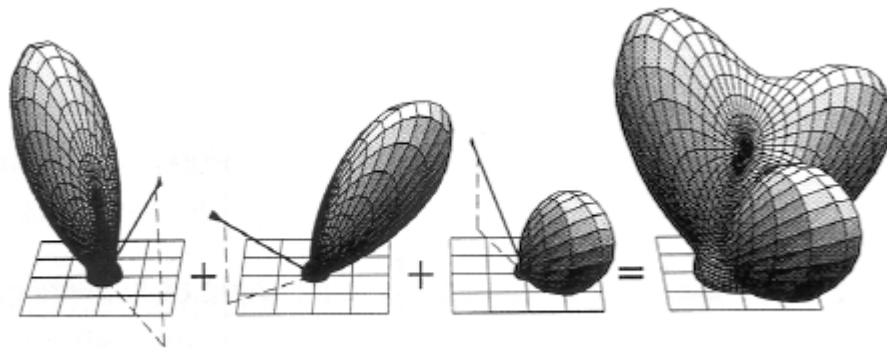
BRDF

- BRDF je **modelem** mikrostruktury při pohledu z dálky



Vlastnosti BRDF

- **Linearita**

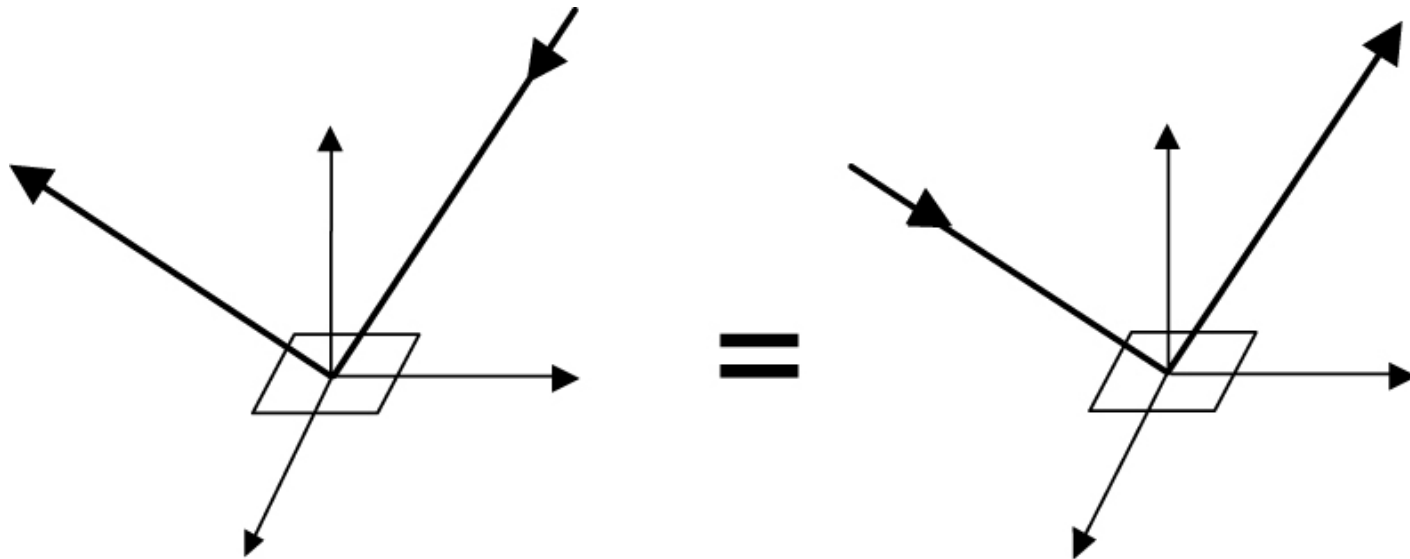


From Sillion, Arvo, Westin, Greenberg

Vlastnosti BRDF

- **Helmholzova reciprocita** (fyzikálně korektní BRDF)

$$f_r(\omega_i \rightarrow \omega_o) = f_r(\omega_o \rightarrow \omega_i)$$



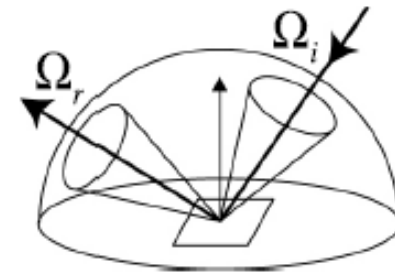
Vlastnosti BRDF

■ Zachování energie

$$\frac{d\Phi_r}{d\Phi_i} = \frac{\int_{\Omega_r} L_r(\omega_r) \cos \theta_r d\omega_r}{\int_{\Omega_i} L_i(\omega_i) \cos \theta_i d\omega_i}$$

$$= \frac{\int_{\Omega_r} \int_{\Omega_i} f_r(\omega_i \rightarrow \omega_r) L_i(\omega_i) \cos \theta_i d\omega_i \cos \theta_r d\omega_r}{\int_{\Omega_i} L_i(\omega_i) \cos \theta_i d\omega_i}$$

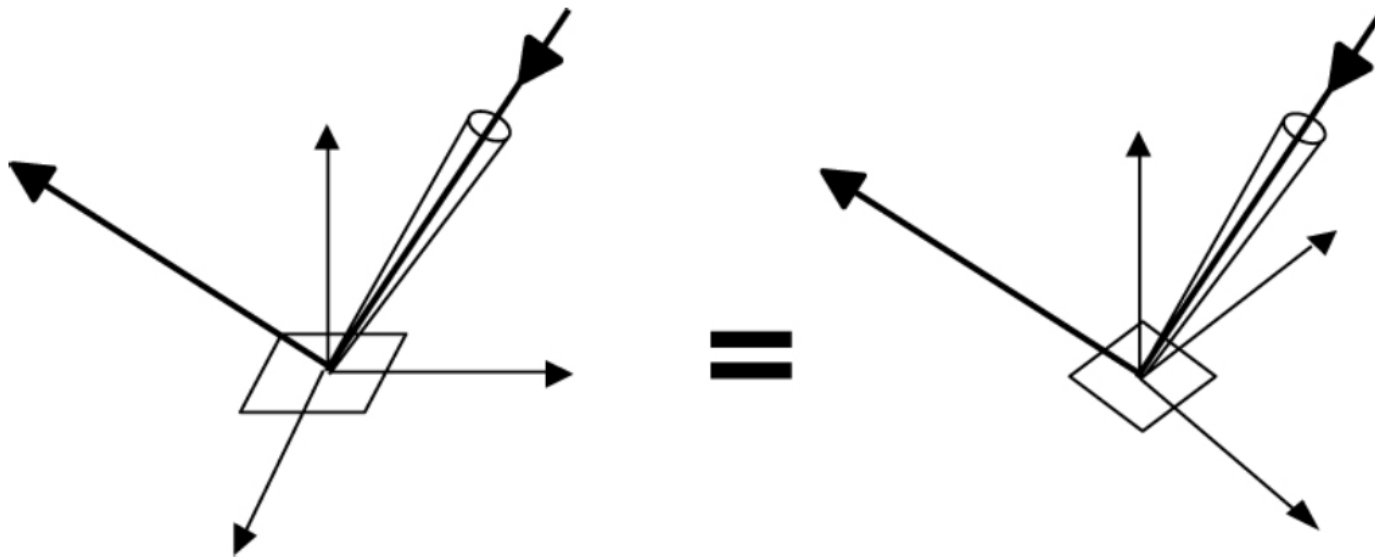
$$\leq 1$$



Vlastnosti BRDF – (An)izotropie

- **Izotropní BRDF** = invariantní k otočení kolem normály

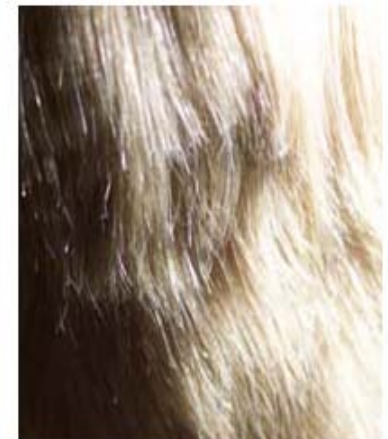
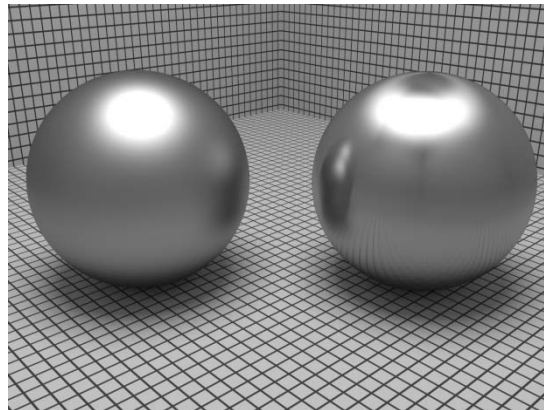
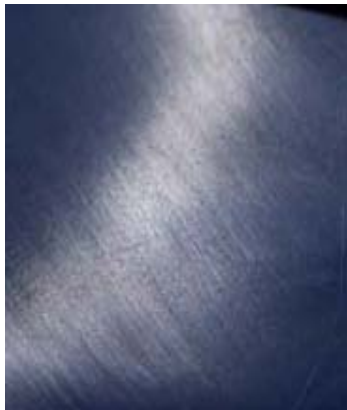
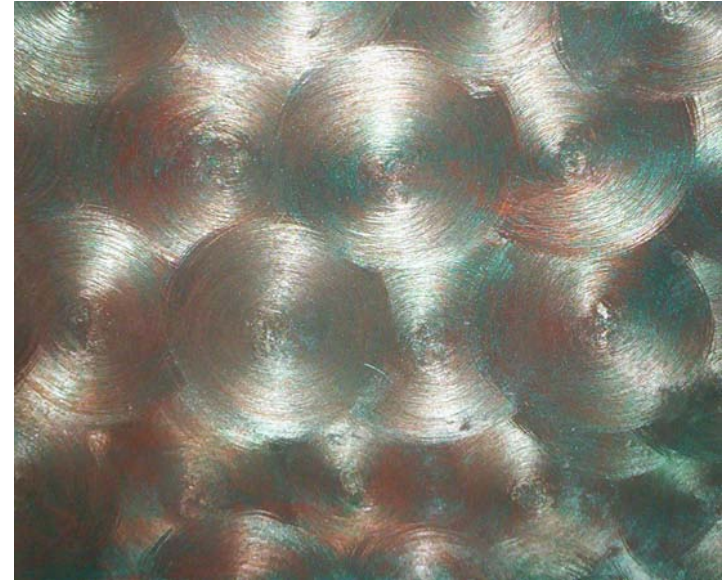
$$\begin{aligned} f_r(\theta_i, \phi_i; \theta_o, \phi_o) &= f_r(\theta_i, \phi_i + \phi; \theta_o, \phi_o + \phi) \\ &= f_r(\theta_i, \theta_o, \phi_o - \phi_i) \end{aligned}$$



Anizotropní BRDF



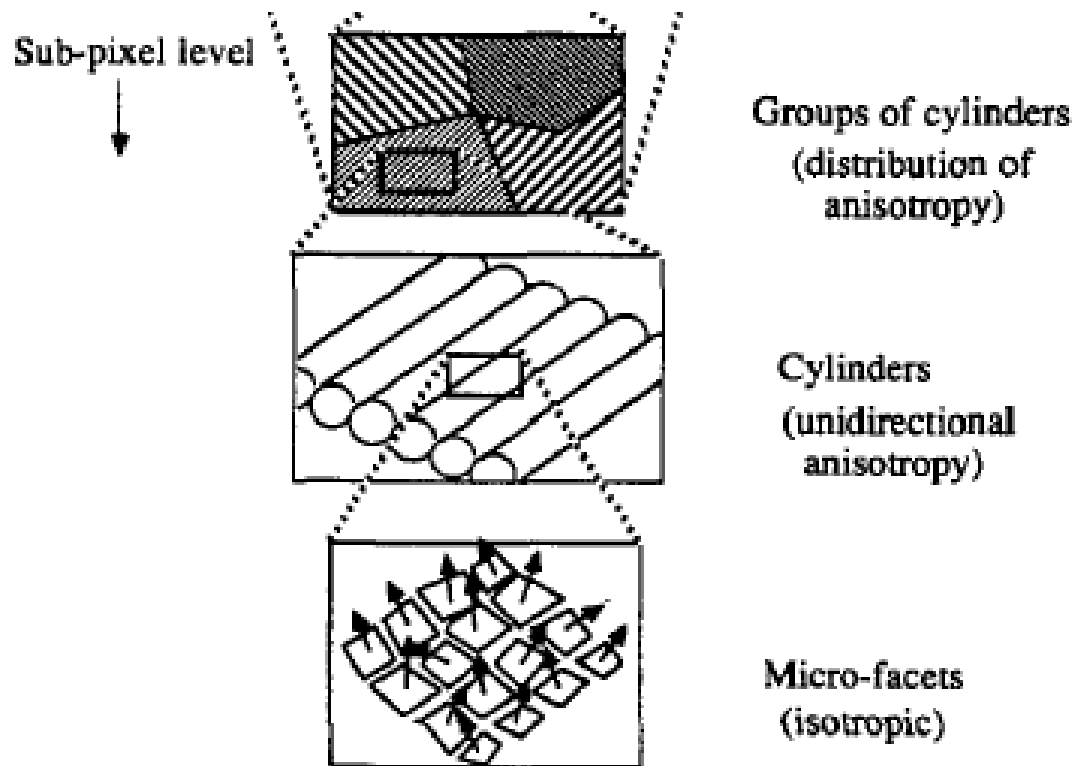
Figure 9: Anisotropic Aluminum Wheel



fibers

Anizotropní BRDF

- Různá mikroskopická hrubost povrchu v různých směrech (broušené kovy, tkaniny, ...)



Anizotropní BRDF – Shrnutí

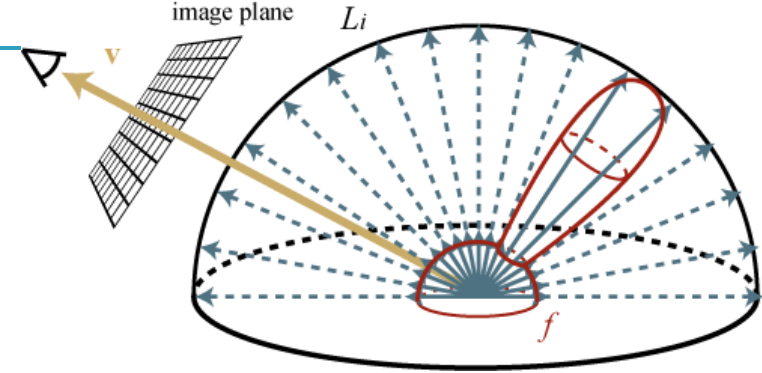
- Otočím-li plochu kolem normály, změní se vzhled
- **Izotropní BRDF** mají jen 3 stupně volnosti
 - Místo ϕ_i a ϕ_o stačí uvažovat pouze $\Delta\phi = \phi_i - \phi_o$
 - To pro popis anizotropní BRDF nestačí
- Popis **anizotropní BRDF**
 - ϕ_i a ϕ_o se musí vztáhnout k **referenčnímu souřadnému systému** (U, V, N)
 - U ... tangenta – směr broušení kovu
 - V ... binormála
 - N ... normála ... osa Z lokálního souřadného systému

Rovnice odrazu

- Reflectance equation, illumination integral, OVTIGRE (“outgoing, vacuum, time-invariant, gray radiance equation”)
- “Kolik světla je odraženo do směru ω_o ?”
(v závislosti na množství příchozího světla L_i a materiálu povrchu f)
- Z definice BRDF

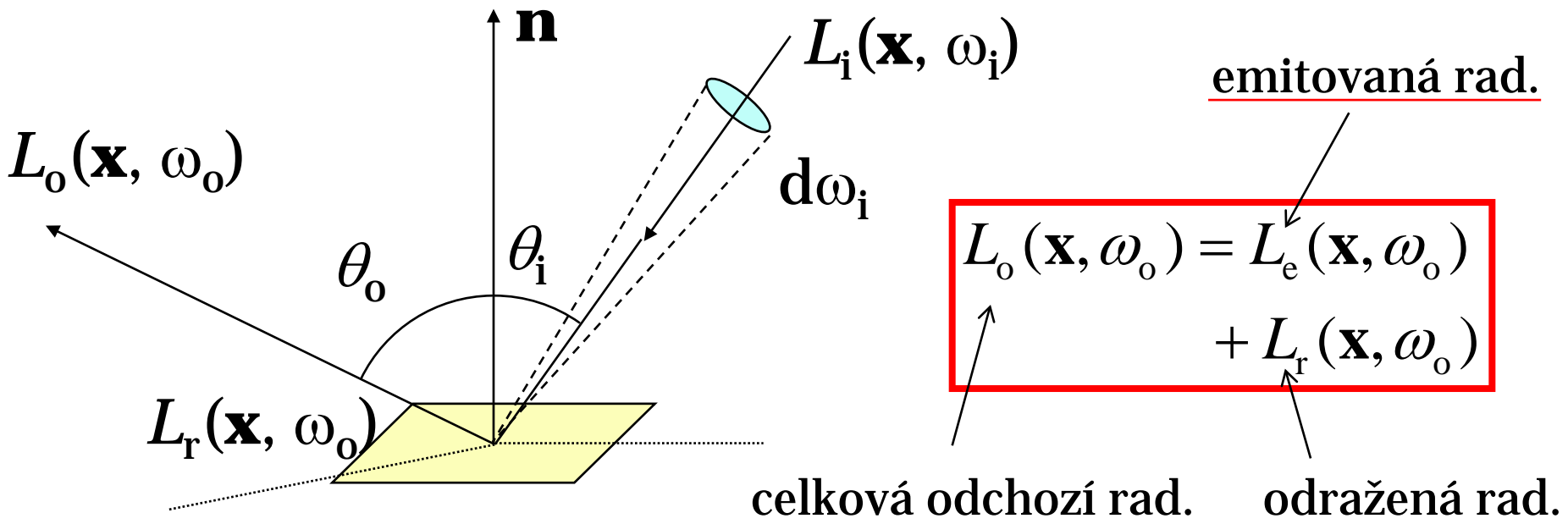
$$dL_r(\omega_o) = f_r(\omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot L_i(\omega_i) \cdot \cos \theta_i d\omega_i$$

Rovnice odrazu



- „Sečtení“ (integrál) příspěvků dL_r přes celou hemisféru:

$$L_r(\mathbf{x}, \omega_o) = \int_{H(\mathbf{x})} L_i(\mathbf{x}, \omega_i) \cdot f_r(\mathbf{x}, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$



Rovnice odrazu

- Vyhodnocením rovnice odrazu se dají renderovat obrázky!!!
 - Přímé osvětlení
 - mapy prostředí
 - plošné zdroje
 - atd.

Od lokálního odrazu ke globálnímu šíření světla

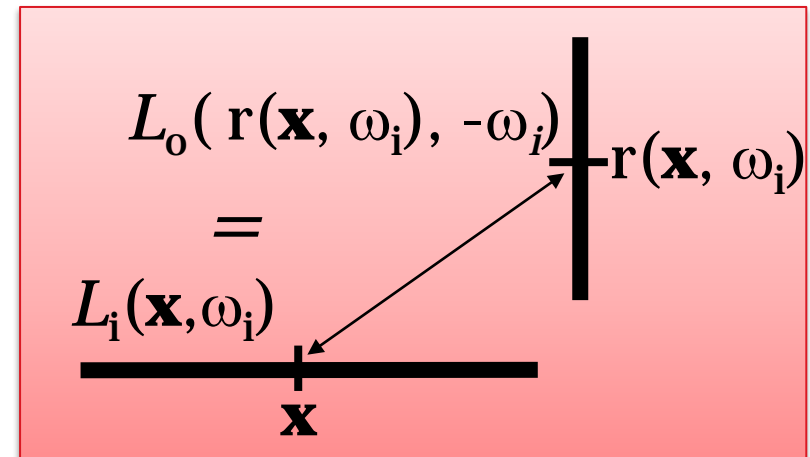
- Rovnice odrazu (lokální odraz)

$$L_o(\mathbf{x}, \omega_o) = L_e(\mathbf{x}, \omega_o) + \int_{H(\mathbf{x})} L_i(\mathbf{x}, \omega_i) \cdot f_r(\mathbf{x}, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- Odkud přichází radiance $L_i(\mathbf{x}, \omega_i)$?
 - Z ostatních míst ve scéně !!!

$$L_i(\mathbf{x}, \omega_i) = L_o(\mathbf{r}(\mathbf{x}, \omega_i), -\omega_i)$$

Funkce vržení paprsku
(ray casting function)



Od lokálního odrazu ke globálnímu šíření světla

- Dosazení za L_i do rovnice odrazu

$$L_o(\mathbf{x}, \omega_o) = L_e(\mathbf{x}, \omega_o) + \int_{H(\mathbf{x})} L_o(r(\mathbf{x}, \omega_i), -\omega_i) \cdot f_r(\mathbf{x}, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- Příchozí radiance L_i vyloučena.
- Odchozí radiance L_o popsána jako funkce L_o jinde ve scéně.

Zobrazovací rovnice – Rendering equation

- Odstranění indexu „o“ u odchozí radiance:

$$L(\mathbf{x}, \omega_o) = L_e(\mathbf{x}, \omega_o) + \int_{H(\mathbf{x})} L(\mathbf{r}(\mathbf{x}, \omega_i), -\omega_i) \cdot f_r(\mathbf{x}, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- Popis ustáleného stavu = **energetické rovnováhy** ve scéně.
- **Rendering** = výpočet $L(\mathbf{x}, \omega_o)$ pro místa viditelná přes pixely.

Rovnice odrazu vs. zobrazovací rovnice

Podobný tvar – jiný význam

$$L_o(\mathbf{x}, \omega_o) = L_e(\mathbf{x}, \omega_o) + \int_{H(\mathbf{x})} L_i(\mathbf{x}, \omega_i) \cdot f_r(\mathbf{x}, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

■ Rovnice odrazu

- popisuje **lokální odraz světla** v jednom místě
- Integrál, pomocí něhož lze spočítat odchozí radianci z příchozí radiance v daném bodě

$$L(\mathbf{x}, \omega_o) = L_e(\mathbf{x}, \omega_o) + \int_{H(\mathbf{x})} L(r(\mathbf{x}, \omega_i), -\omega_i) \cdot f_r(\mathbf{x}, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \cos \theta_i \cdot d\omega_i$$

■ Zobrazovací rovnice

- Podmínka na **globální rozložení světla ve scéně**
- Integrovaná rovnice – neznámá L vlevo i vpravo

Zpět k BRDF

Odrazivost (reflektance)

- Poměr **příchozího a odraženého toku**.
 - A.k.a. „albedo“ (pro difúzní odraz)
- **Hemisféricko-hemisférická** odrazivost
 - Viz slide „zachování energie“
- **Hemisféricko-směrová** odrazivost
 - „Kolik světla se odrazí do směru ω_o při osvětlení **uniformní jednotkovou příchozí radiancí.**“

$$\rho(\omega_o) = a(\omega_o) = \int_{H(\mathbf{x})} f_r(\mathbf{x}, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

Hemisféricko-směrová odrazivost

- Nezáporná
- Menší nebo rovna 1
(zachování energie)

$$\rho(\omega_o) \in [0, 1]$$

- Ekvivalentní se **směrovo-hemisférickou** odrazivostí
 - „Jaké procento světelného toku příchozího ze směru ω_i je odraženo (do libovolného směru)?“
 - Ekvivalence z Helmholtzovy reciprocity pro BRDF

Albedo

- ◆ fraction of light reflected from a diffuse surface
 - usually refers to an average across the visible spectrum

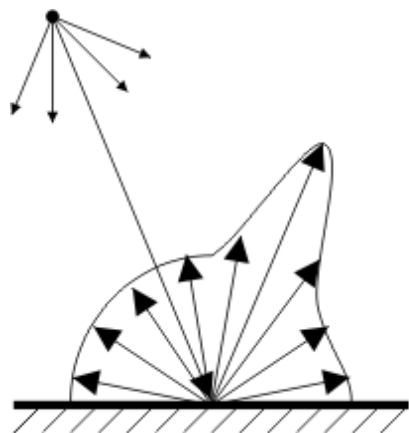
- ◆ examples

- clouds 80%
- fresh snow 80%
- old snow 40%
- grass 30%
- soil 15%
- rivers 7%
- ocean 3%

equality explains
“whiteout” in blizzards

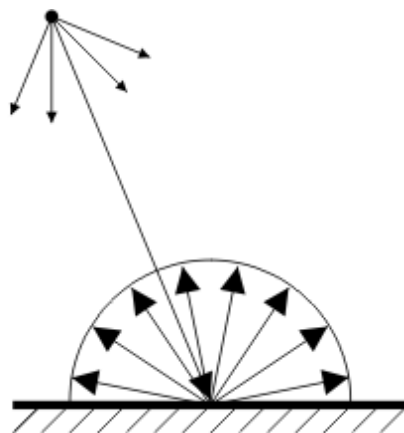
not including mirror
reflections of the sun

Druhy BRDF



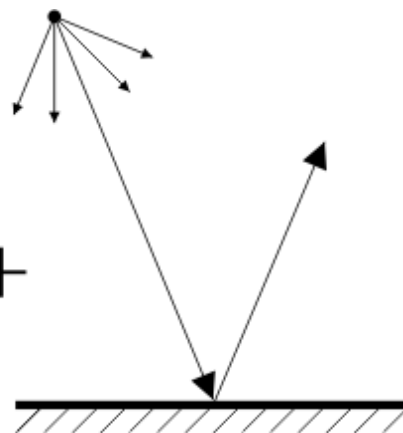
Obecná BRDF

=



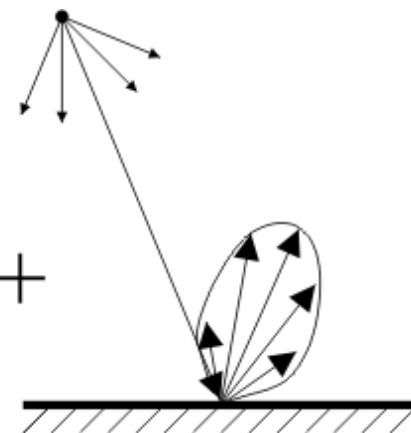
Ideálně difúzní
(Lambertovská)

+



Ideálně zrcadlová
(specular)

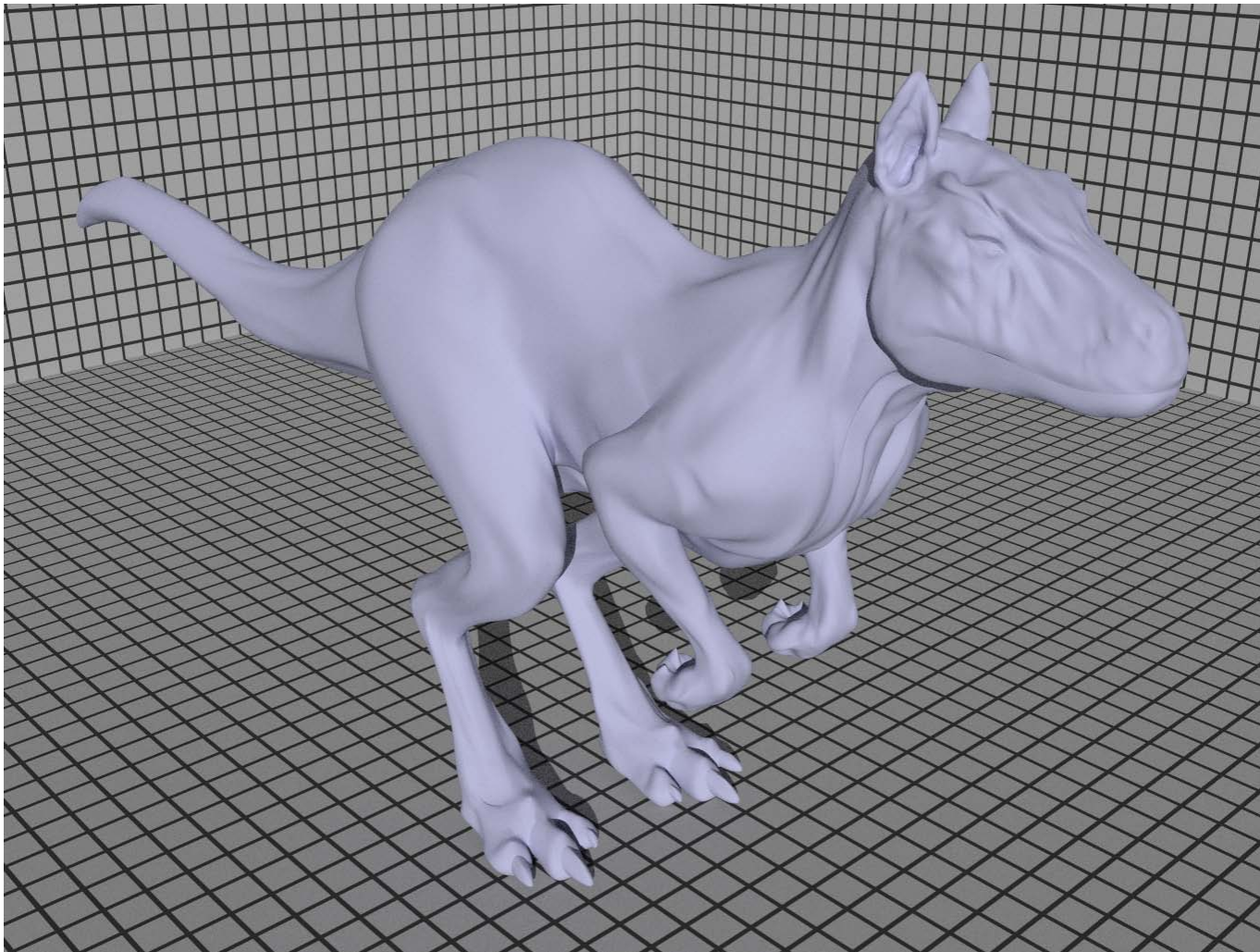
+



Lesklá
(glossy,
directional
diffuse)

Ideálně difúzní odraz

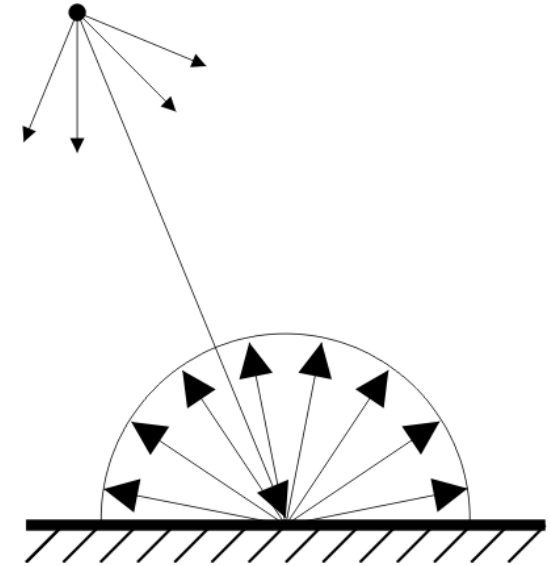
Ideálně difúzní odraz



Ideálně difúzní odraz

- A.k.a. Lambertovský odraz

- Johann Heinrich Lambert, „Photometria“, 1760.



- Předpoklad – světlo se se stejnou pravděpodobností odrazí do všech směrů (nezávisle na příchozím směru)
- Konstantní BRDF (nezávislá na ω_i , ω_o)

$$f_{r,d}(\omega_i \rightarrow \omega_o) = f_{r,d}$$

Ideálně difúzní odraz

- Odraz na Lambertovském povrchu:

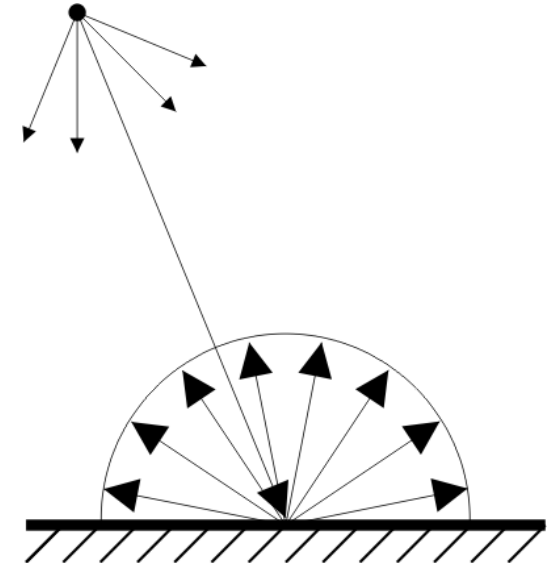
$$\begin{aligned} L_o(\omega_o) &= f_{r,d} \int_{H(\mathbf{x})} L_i(\omega_i) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i \\ &= f_{r,d} \cdot E \end{aligned}$$

- Pohledově nezávislý odraz

- L_o nezávisí na ω_o

- Odrazivost

$$\rho_d = \pi \cdot f_{r,d}$$



Ideálně difúzní odraz

- Neexistuje!
- Výrobci barev se snaží
- Neplatí obzvláště pro velké úhly incidence

Bílá tma

- Při zatažené obloze nepoznáme tvar terénu pokrytého sněhem.



- Blízko zdroje osvětlení tento problém nemáme.



- **PROČ?**

Bílá tma

- Předpokládáme konstatní radianci z oblohy

$$L_i(\mathbf{x}, \omega_i) = L^{\text{obloha}}$$

- Předpokládejme Lambertovský sníh

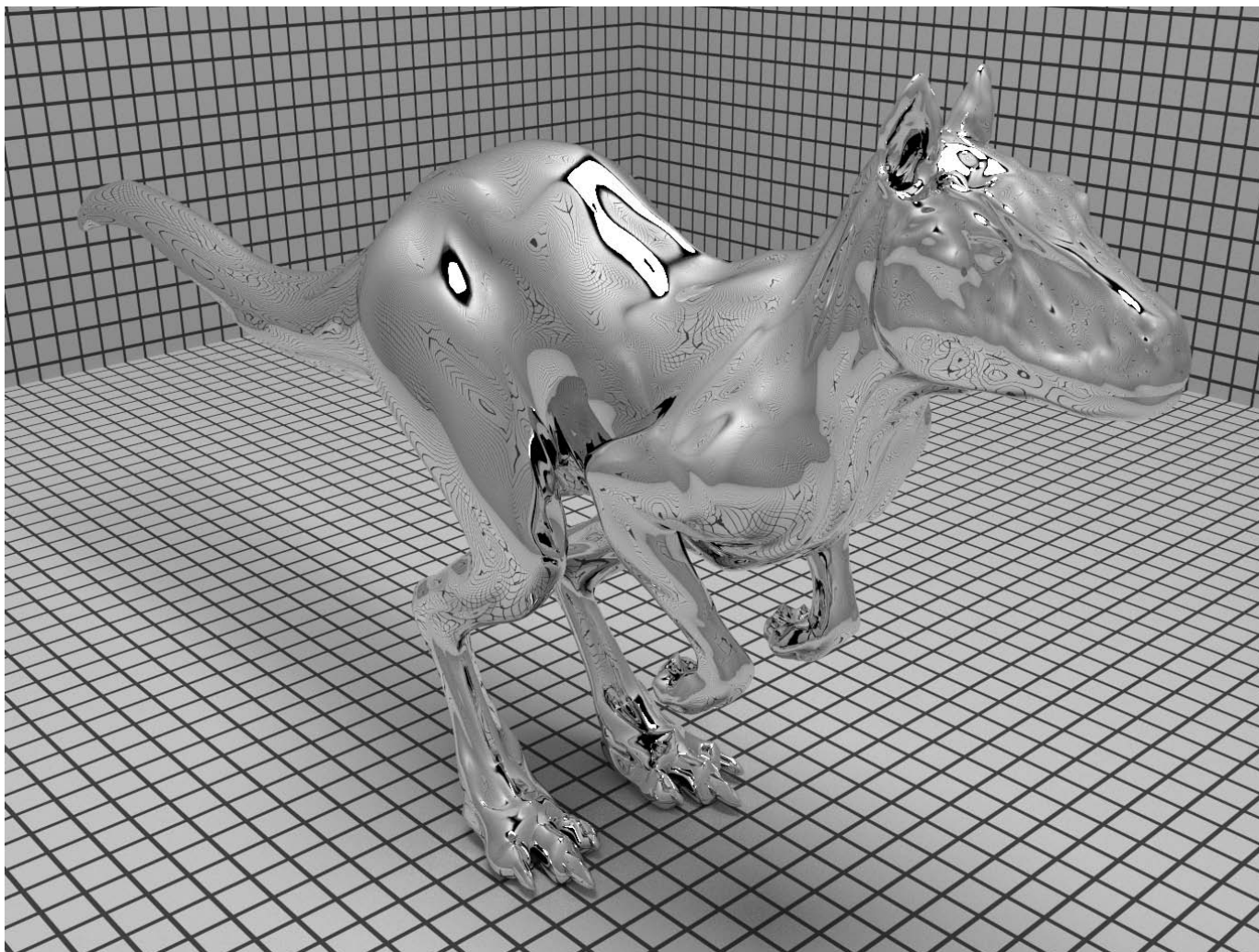
- Odražená radiance:

$$L_o^{\text{sníh}} = \rho_d^{\text{sníh}} \cdot L_i^{\text{obloha}}$$

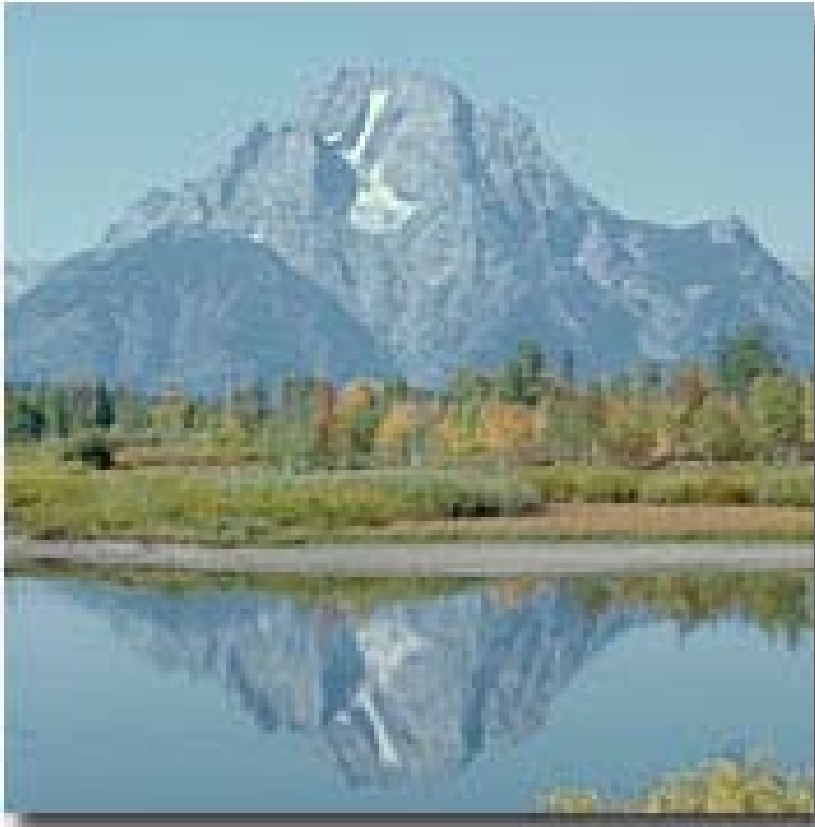
Bílá tma!!!

Ideální zrcadlový odraz

Ideální zrcadlový odraz



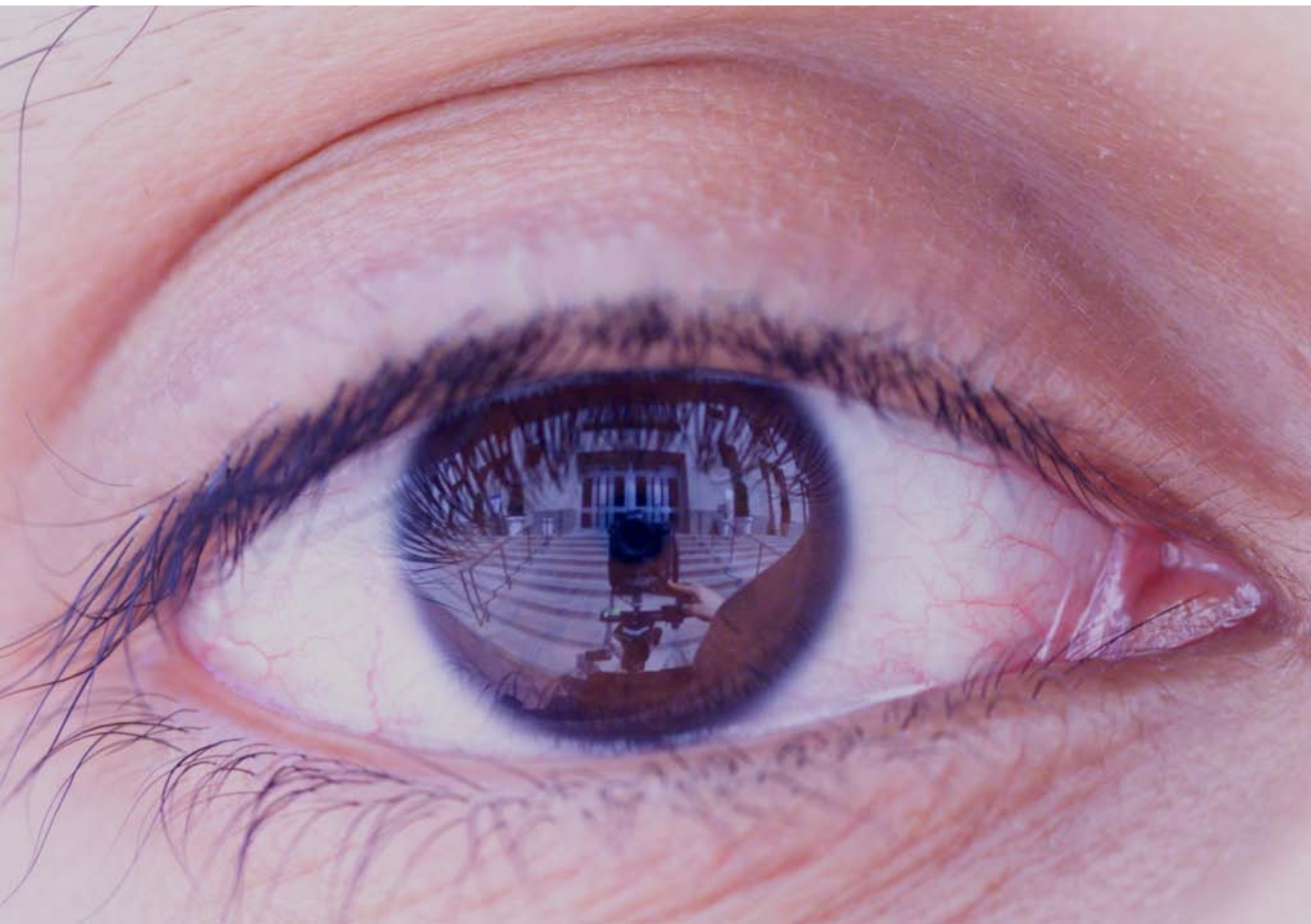
Reflections From the Surface of Water



Smooth Water Surface

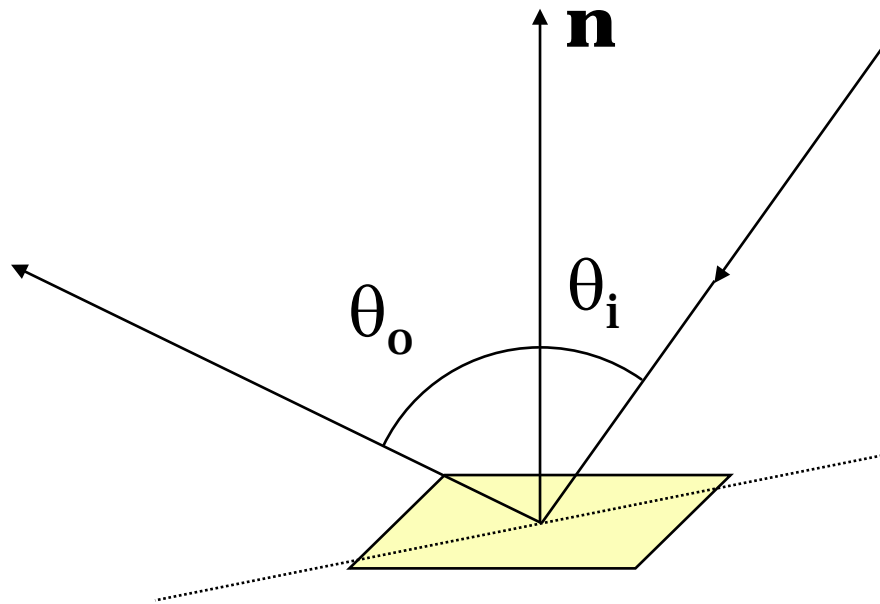


Wavy Water Surface

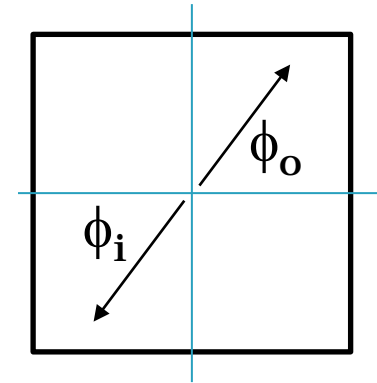


Nishino, Nayar: Eyes for Relighting, SIGGRAPH 2004

Zákon odrazu



$$\theta_o = \theta_i$$



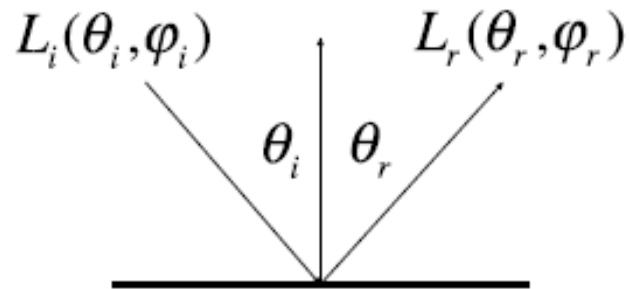
$$\phi_o = (\phi_i + \pi) \bmod 2\pi$$

- Směr odraženého paprsku

$$\omega_o = 2(\omega_i \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} - \omega_i$$

Ideální zrcadlový odraz – BRDF

- BRDF je delta-distribuce



$$L_{r,m}(\theta_r, \varphi_r) = L_i(\theta_r, \varphi_r \pm \pi)$$

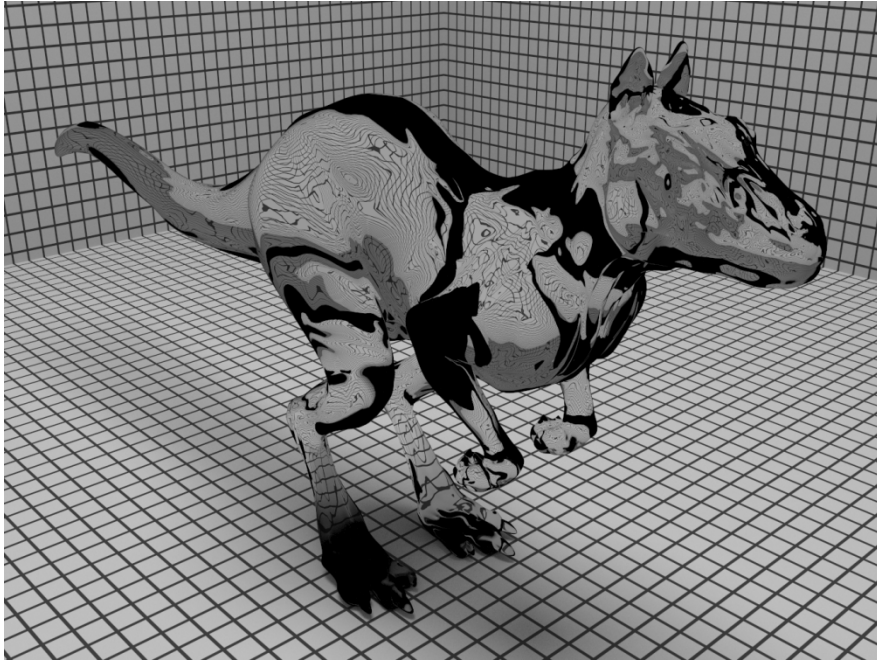
Diego Velázquez,
Venus at her
Mirror, 1647



Q. Who is Venus looking at in the mirror?

Ideální zrcadlový lom

Ideální zrcadlový lom

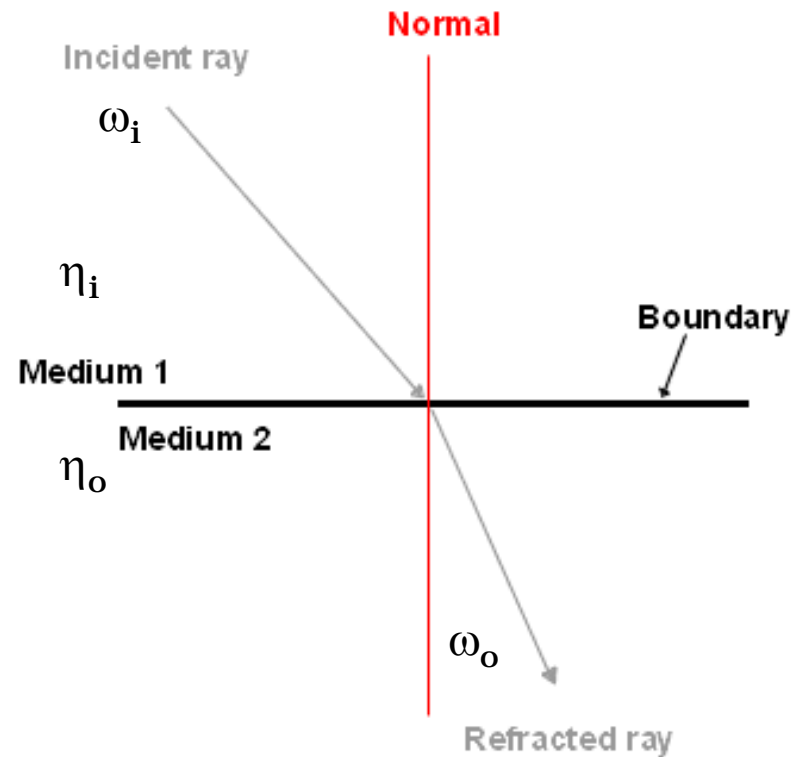


Ideální zrcadlový lom

- Index lomu (voda 1.33, sklo 1.6, diamant 2.4)

- **Snellův zákon**

$$\eta_i \sin \theta_i = \eta_o \sin \theta_o$$



Ideální zrcadlový lom

■ Směr lomeného paprsku:

$$\omega_o = -\eta_{io}\omega_i - \underbrace{\left(\eta_{io} \cos \theta_i + \sqrt{1 - \eta_{io}^2 (1 - \cos^2 \theta_i)}\right)}_{\text{pokud } < 0, \text{ úplný odraz (total internal reflection)}} \mathbf{n}$$

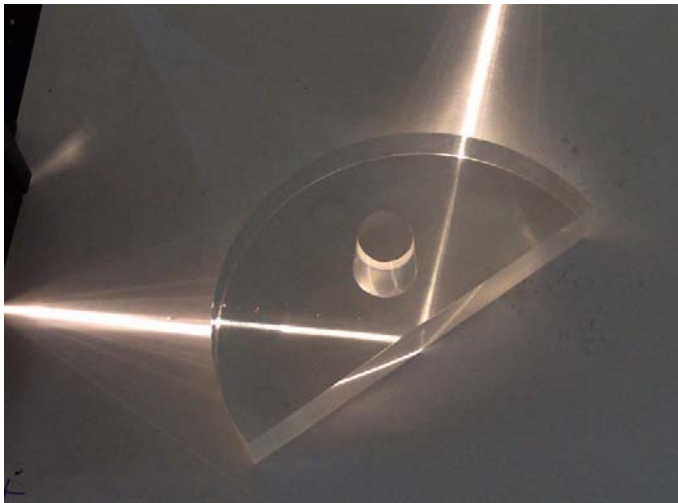
$$\eta_{io} = \frac{\eta_i}{\eta_o}$$

pokud < 0 , **úplný odraz**
(total internal reflection)

Kritický úhel:

$$\theta_{i,c} = \arcsin\left(\frac{\eta_o}{\eta_i}\right)$$

zdroj: wikipedia



Ideální zrcadlový lom

■ Změna radiance

- Ze zachování energie (toku)
- Při přechodu světla z řidšího do hustšího prostředí je světlo „stlačeno“ => vyšší radiance

$$L_o = L_i \frac{\eta_o^2}{\eta_i^2}$$

Fresnelovy rovnice

Fresnelovy rovnice



- Čti [frenel]
- Poměr lomeného a odraženého světla závisí na směru pohledu
 - Shora – více lomeného
 - Ze strany – více odraženého
- Důležité pro realistický rendering skla nebo vody, ale i jiných lesklých materiálů

- Neplést s Fresnelovými čočkami (používají se pro majáky)



Fresnelovy rovnice



Ze strany

- málo lomu
- hodně odrazu



Vyzkoušejte!!!

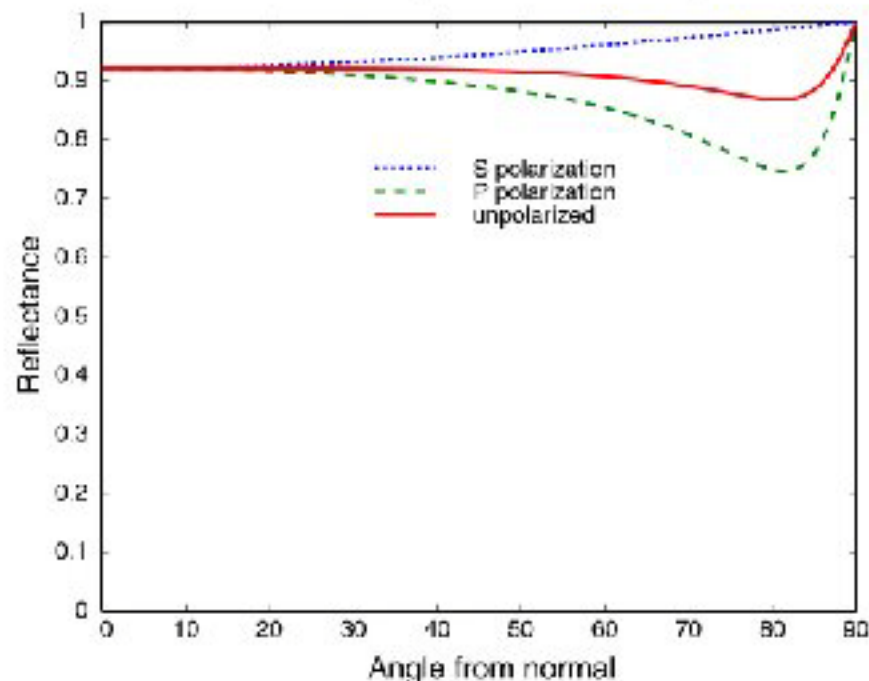


Shora

- málo odrazu
- hodně lomu

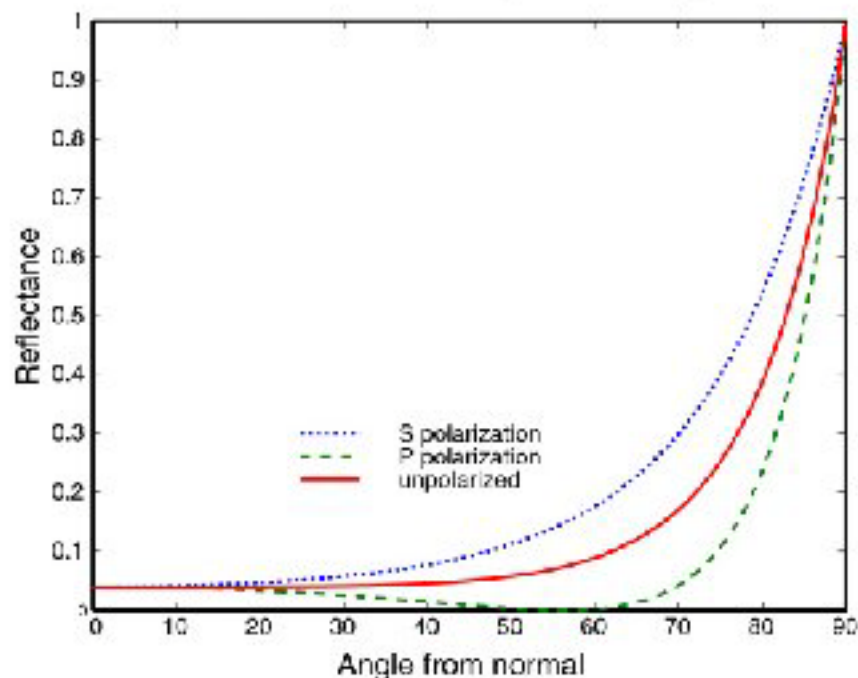
Fresnel Reflectance

Metal (Aluminum)



Gold $F(0)=0.82$
Silver $F(0)=0.95$

Dielectric (N=1.5)



Glass $n=1.5$ $F(0)=0.04$
Diamond $n=2.4$ $F(0)=0.15$

Schlick Approximation $F(\theta) = F(0) + (1 - F(0))(1 - \cos\theta)^5$

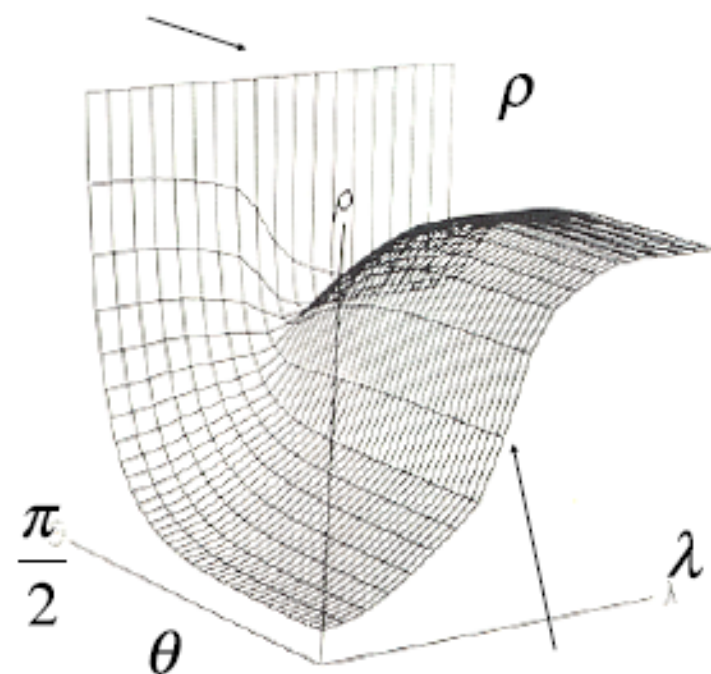
Cook-Torrance Model for Metals

Reflectance of Copper as a function of wavelength and angle of incidence



Measured Reflectance

Light spectra

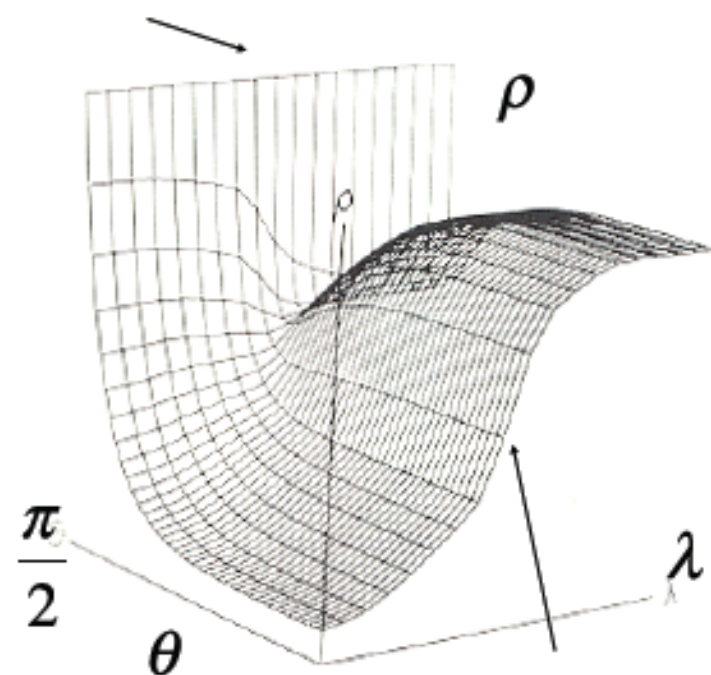


Copper spectra

Cook-Torrance Model for Metals

Reflectance of Copper as a function of wavelength and angle of incidence

Light spectra



Copper spectra



Measured Reflectance



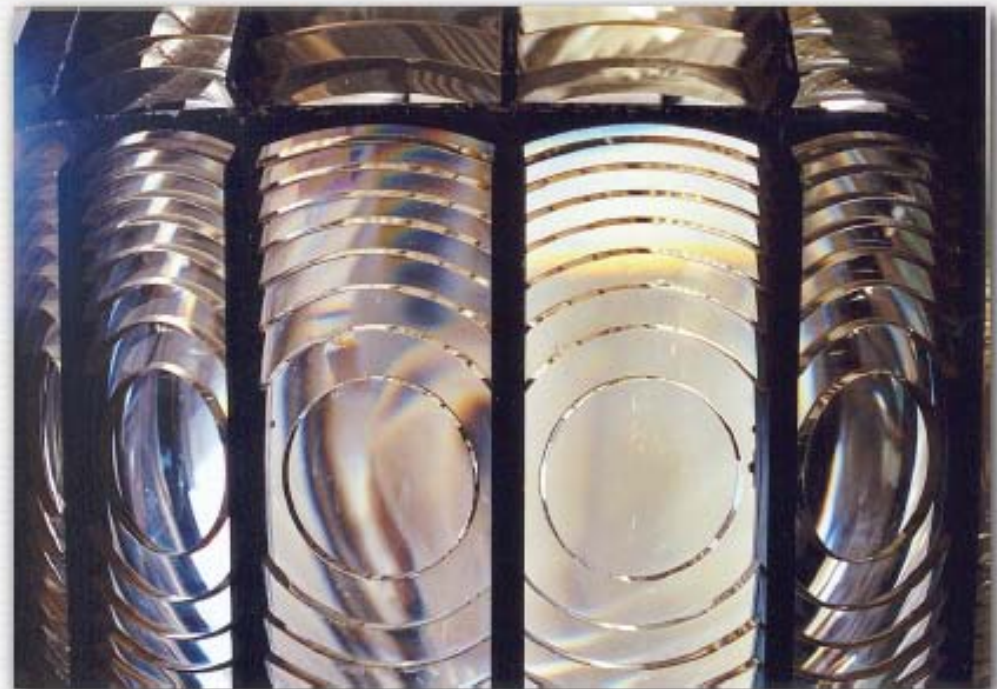
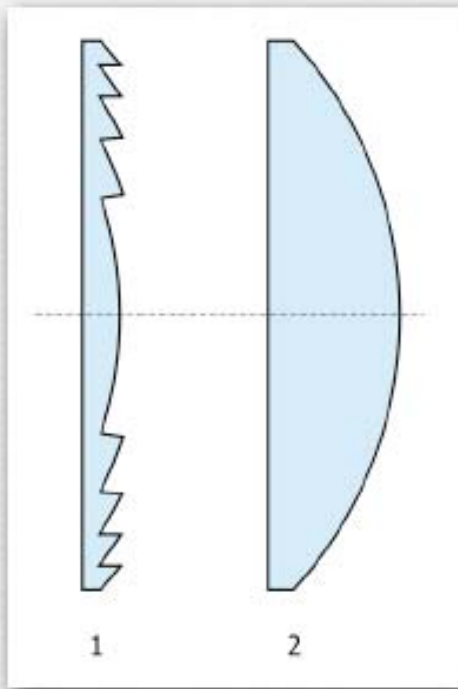
Approximated Reflectance

Cook-Torrance approximation

$$R = R(0) + R(\pi/2) \left[\frac{F(\theta) - F(0)}{F(\pi/2) - F(0)} \right]$$

Fresnel Lens

- ◆ same refractive power (focal length) as a much thicker lens
- ◆ good for focusing light, but not for making images

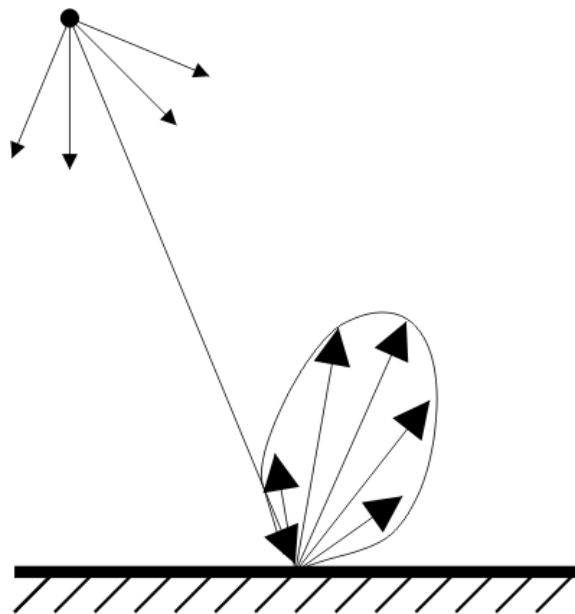


(wikipedia)



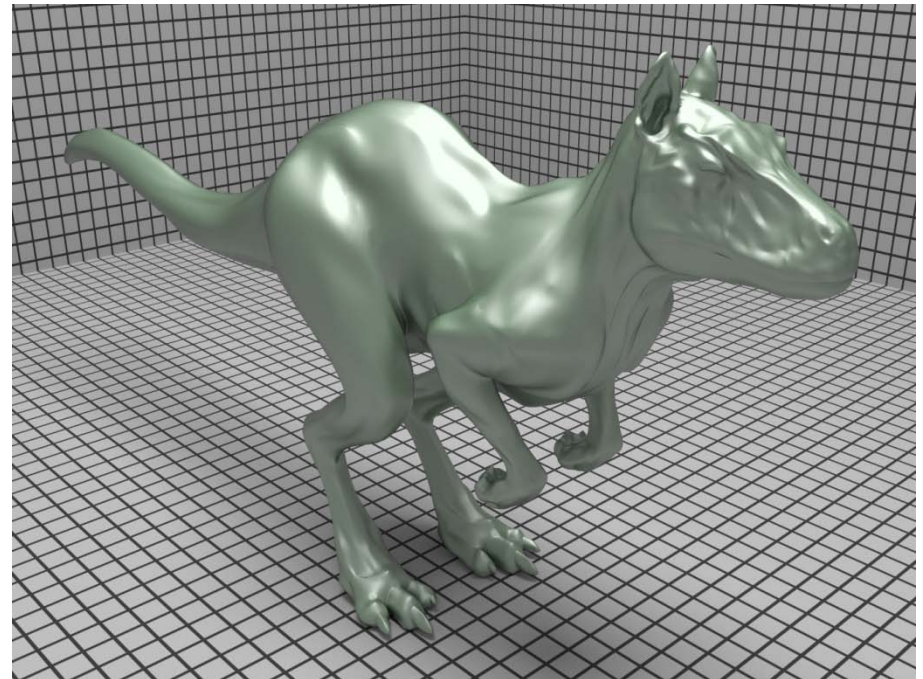
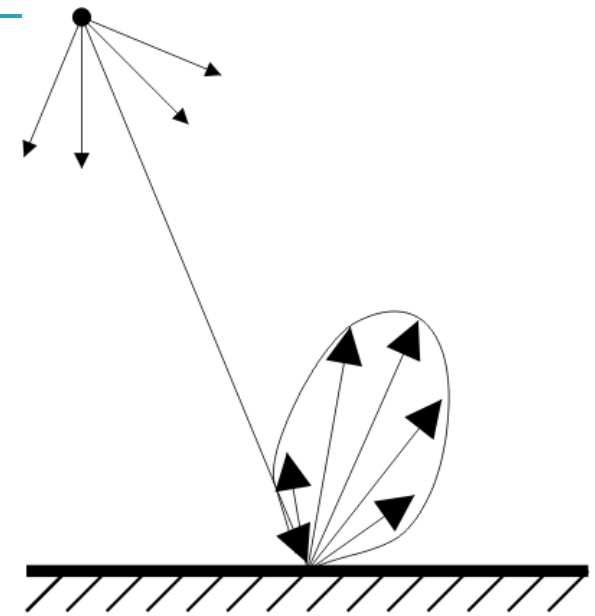
Tyler Westcott, Pigeon Point Lighthouse in light fog,
photographed during the annual relighting of its historical 1KW lantern, 2008
(Nikon D40, 30 seconds, ISO 200, not Photoshopped)

Lesklý odraz

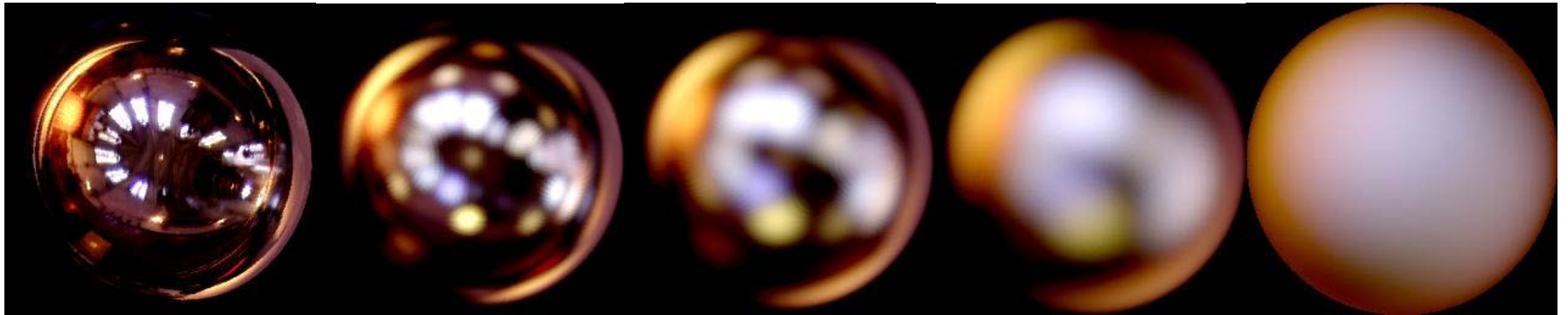


Lesklý odraz

- Ani ideálně difúzní, ani ideálně zrcadlový
- Všechny skutečné materiály spadají do této kategorie

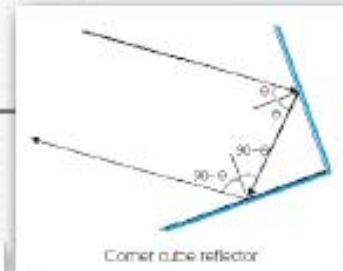


Hrubost povrchu a rozmazané odrazy



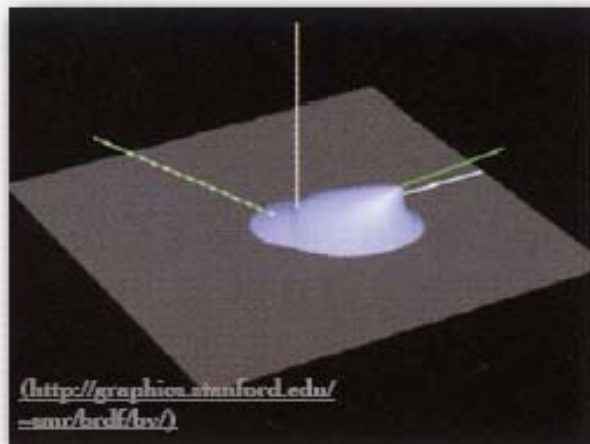
Mikroskopická hrubost povrchu

What unusual material property does this goniometric diagram depict?

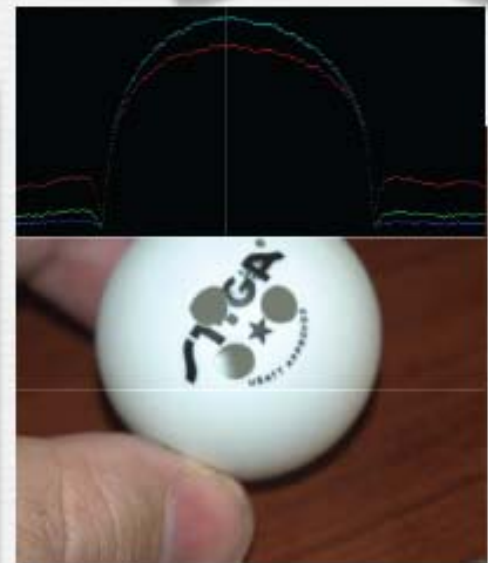


a full moon is roughly lit from the camera's viewpoint

so is a flash photograph



- ◆ A. retroreflectivity
- ◆ the maria of the moon is retroreflective and gray
- ◆ a diffuse object, lit from the camera's viewpoint, falls off as $\cos \theta$



(NASA)

BRDF modely

Modelování BRDF

- BRDF je modelem mikrostruktury při pohledu z dálky

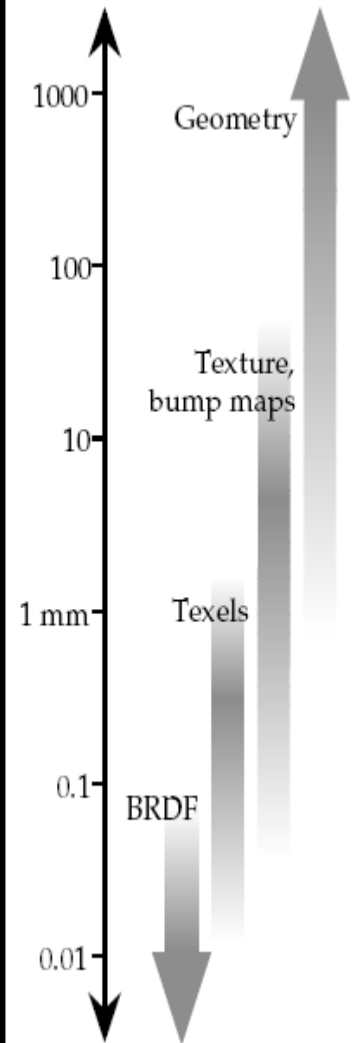
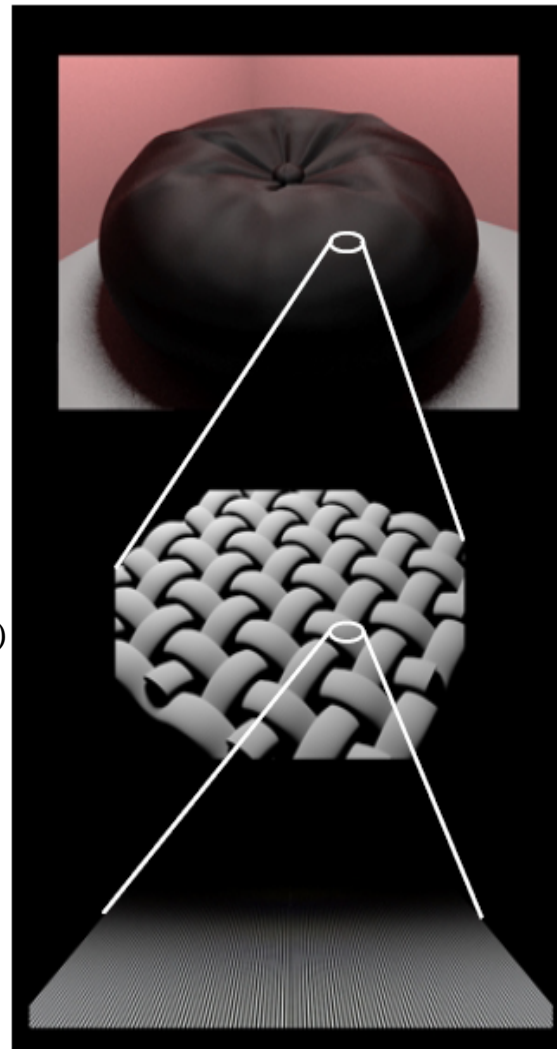
- Modely BRDF

1. Empirické
2. Fyzikálně motivované
3. Aproximace měřených dat

Object scale

Milliscale
(a.k.a meso-scale)

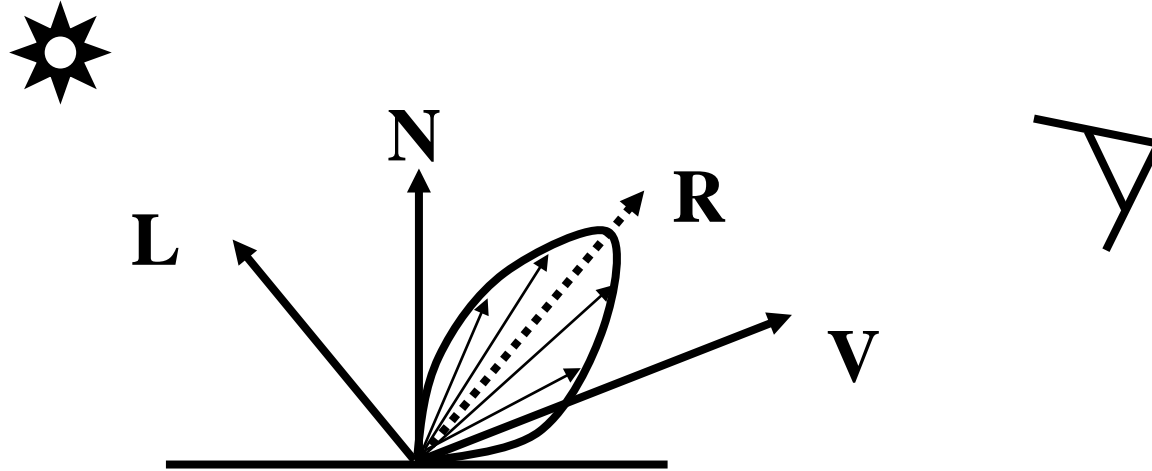
Microscale



Empirické BRDF modely

- Libovolný vzoreček mající za argumenty ω_i a ω_o
- ω_i a ω_o se někdy značí L (**L**ight direction) a V (**V**iewing direction)
- Např. Phongův model
- Libovolné stínovací programy (shadery)

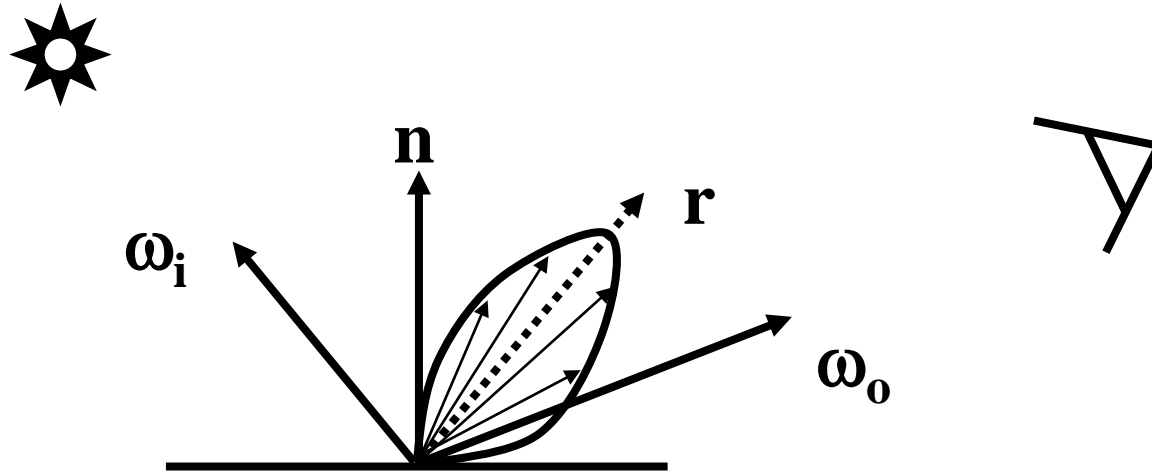
Phongův osvětlovací model



$$C = I \left(k_d (N \cdot L) + k_s (V \cdot R)^n \right)$$

$$R = 2(N \cdot L)N - L$$

Phong v radiometrickém názvosloví



Osvětlovací
model

$$L_o(\omega_o) = L_i(\omega_i) (k_d \cos \theta_i + k_s \cos^n \theta_r)$$

$$\cos \theta_r = \omega_o \cdot \mathbf{r} \quad \mathbf{r} = 2(\mathbf{n} \cdot \omega_i) \mathbf{n} - \omega_i$$

BRDF $f_r = \frac{L_o}{L_i \cos \theta_i}$

$$f_r^{Phong\ Orig} = k_d + k_s \frac{\cos^n \theta_r}{\cos \theta_i}$$

Fyzikálně korektní Phongův model

- Modifikace pro zajištění reciprocity a zachování energie

$$f_r^{\text{Phong modif}} = \frac{\rho_d}{\pi} + \frac{n+2}{2\pi} \rho_s \cos^n \theta_r$$

- Zachování energie:

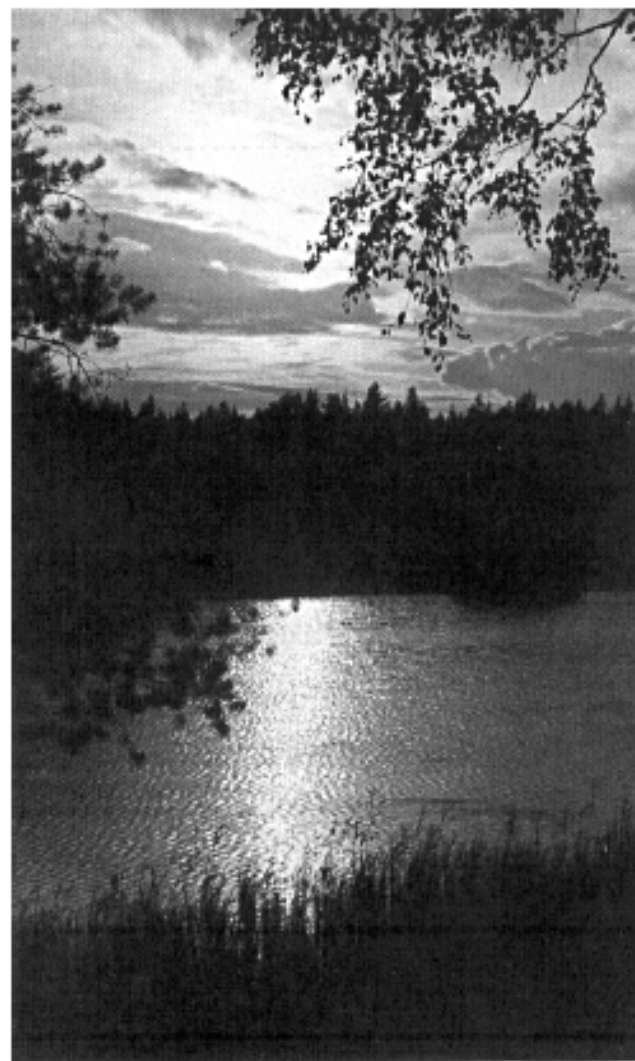
$$\rho_d + \rho_s \leq 1$$

- Stále empirická BRDF (tj. není fyzikálně motivovaná), ale alespoň splňuje základní vlastnosti BRDF

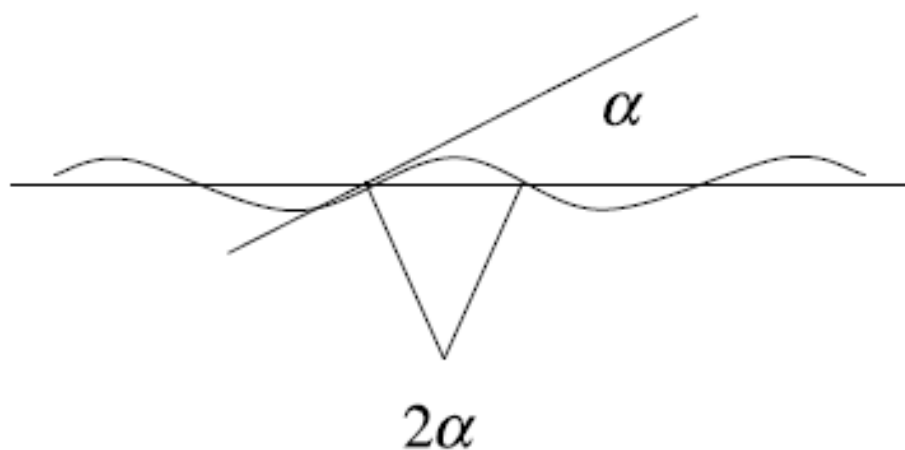
Fyzikálně motivované BRDF modely

- Např. Torrance-Sparrow nebo Cook-Torrance model
- Založeno na teorii mikrofacet
- Funguje pro hrubé plochy

Reflection of the Sun from the Sea



Minnaert, *Light and Color in the Outdoors*, p. 28



Torrance-Sparrow BRDF

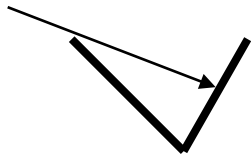
- Analyticky odvozená BRDF
- T-S se používá pro modelování lesklých ploch (jako Phongův model)
 - Přesnější než Phong
 - Více parametrů, lepší možnost modelovat různé materiály
 - Odvozena z předpokladů o mikrogeometrii plochy (nikoli „protože vypadá dobře“ jako u Phongova modelu)

Torrance-Sparrow BRDF

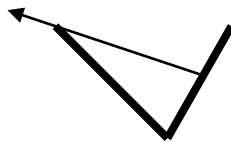
- Předpokládáme, že plocha sestává z náhodně orientovaných plošek, tzv. „mikrofacet“.



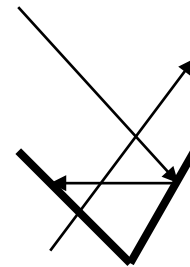
- Předpokládáme, že mikrofacety se chovají jako dokonalá zrcadla.
- Bereme v úvahu 3 jevy:



Zastínění
„Shadowing“



Maskování
„Masking“



Odrazy
„Interreflection“

Torrance-Sparrow BRDF: Výsledek

Fresnelův člen
Závislost na vlnové délce

Geometrický útlum:
Omezení BRDF na základě zastínění a maskování

$$f = \frac{F(\theta_i)G(\omega_i, \omega_r)D(\theta_h)}{4 \cos(\theta_i) \cos(\theta_r)}$$

Část makroskopické plochy viditelná zdrojem světla.

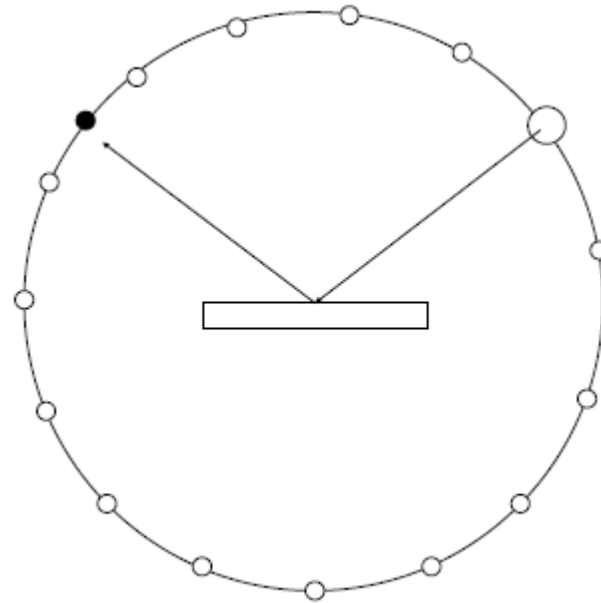
Část makroskopické plochy viditelná pozorovatelem.

Distribuce mikrofacet:
Procento mikrofacet natočených tak, aby odrazily světlo směrem k pozorovateli.

Aproximace naměřených BRDF dat

- Buď pomocí fyzikálního modelu
- Nebo pomocí funkce navržené pro aproximaci naměřených dat: např. Ward BRDF, Lafortune BRDF
- Pro nalezení parametrů BRDF modelu z dat je třeba provést **nelineární optimalizaci**

Měření BRDF - Gonioreflektometr



BRDF modely vs skutečnost

Rendered Images



Reference



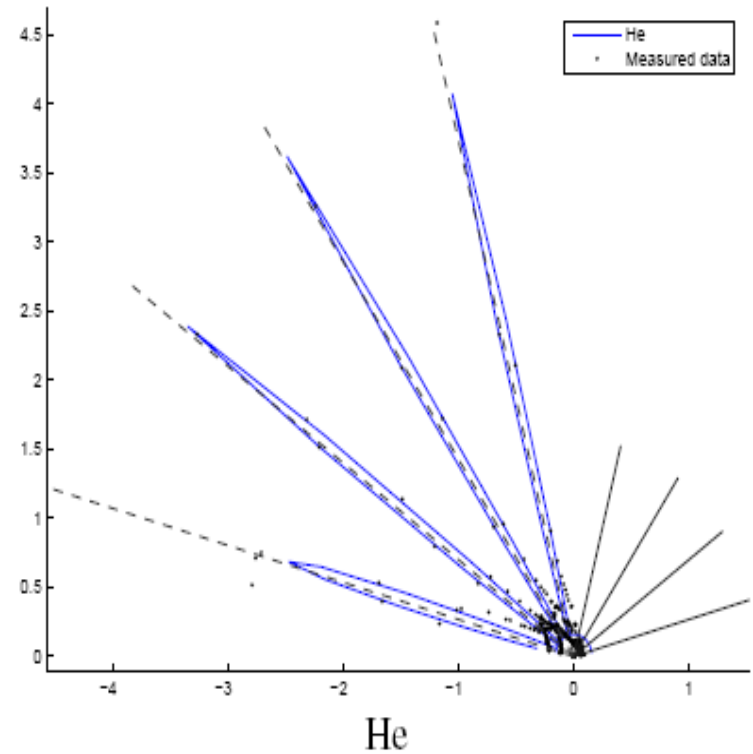
Ward: 0.314



Lafortune: 0.313



CT: 0.314



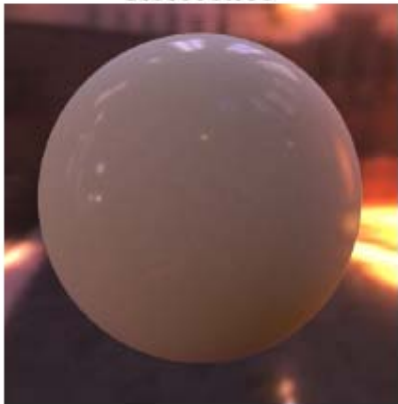
BRDF modely vs skutečnost



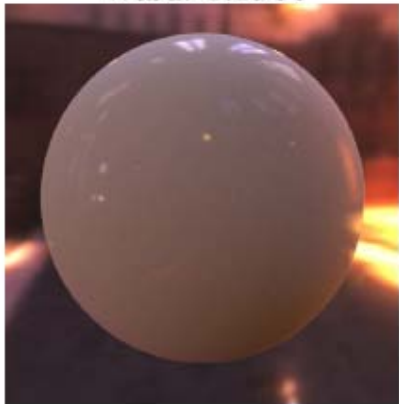
Reference



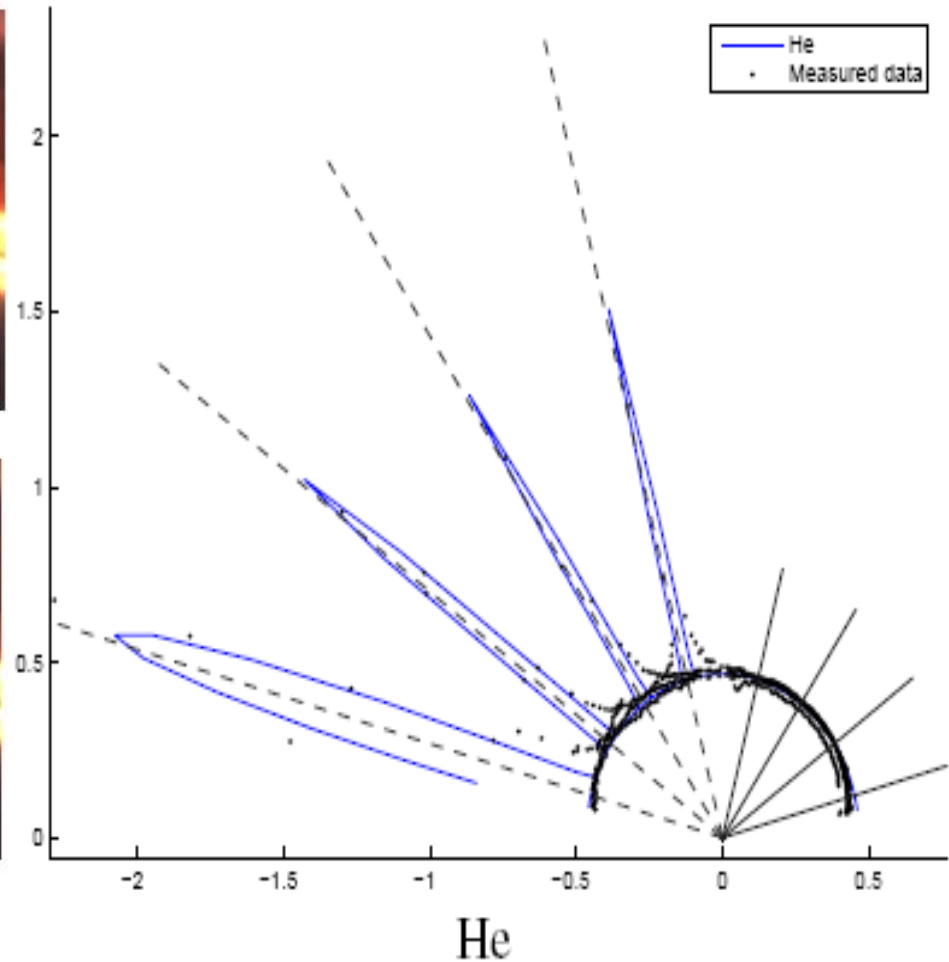
Ward: 0.0311



Lafortune: 0.0231



CT: 0.0221

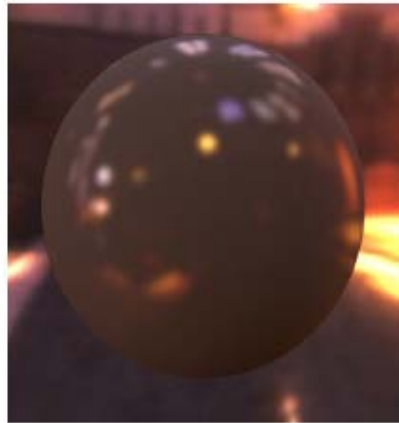


BRDF modely vs skutečnost

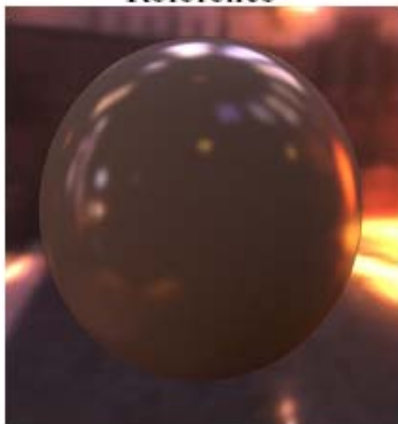
Rendered Images



Reference



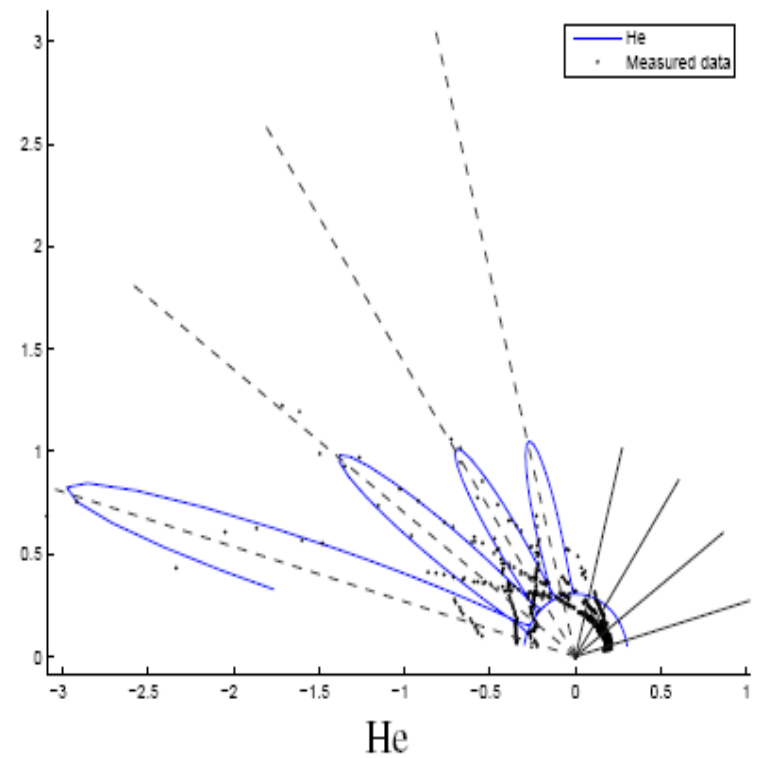
Ward: 0.0568



Lafortune: 0.0486



CT: 0.0434



BRDF modely vs skutečnost

Rendered Images



Reference



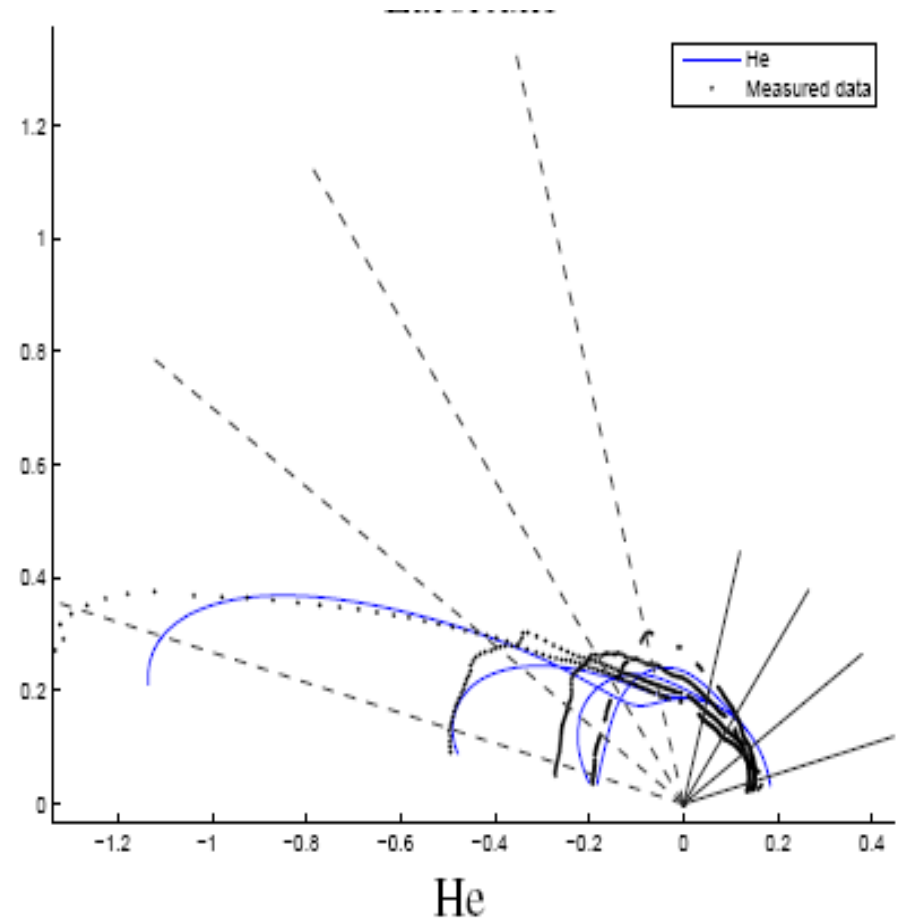
Ward: 0.0137



Lafortune: 0.00755



CT: 0.00307



BRDF modely vs skutečnost

Rendered Images



Reference



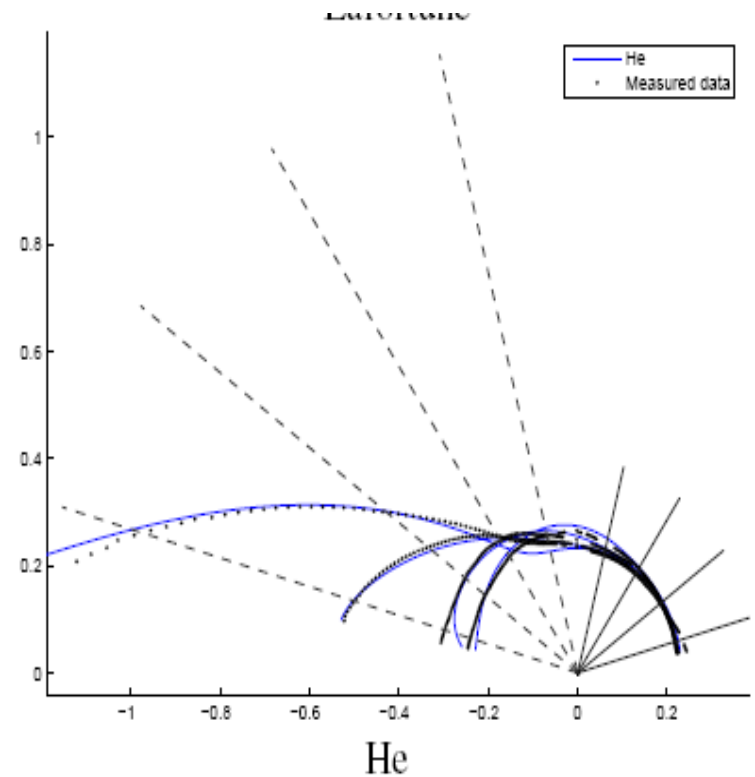
Ward: 0.00956



Lafortune: 0.00513



CT: 0.00139



BRDF modely – Metodologie

- BRDF nahrazuje simulaci světla na mikroskopické úrovni hotovou matematickou funkcí
- Stejný přístup lze použít i pro jiný případ než plochu, např. interakce světla s vlákny vlasů
 - odrazy uvnitř vlákna
 - mikroskopická úroveň = popíše se modelem
 - při renderingu vlasů je už není třeba uvažovat, neboť jsou zahrnuty v modelu



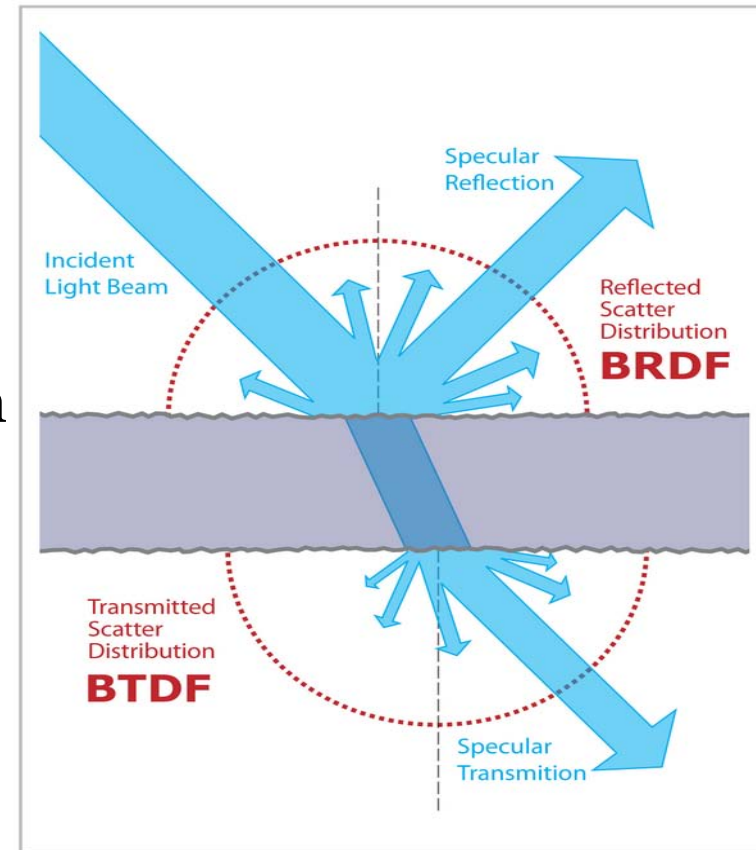
BRDF, BTDF, BSDF: Co to všechno znamená?

■ BTDF

- ❑ Bidirectional **transmittance** distribution function
- ❑ Dvousměrová distribuční funkce lomu
- ❑ popisuje průchod světla povrchem

■ BSDF = BRDF+BTDF

- ❑ Bidirectional **scattering** distribution function
- ❑ Dvousměrová distribuční funkce rozptylu



SBRDF, BTF

- **SBRDF ... Spatially Varying BRDF**
 - Parametry BRDF se mění jako fce pozice na povrchu
- **BTF ... Bidirectional Texture Function**
 - Pro materiály se složitou odrazivostí a texturou
 - Na rozdíl od BRDF modeluje materiál i na meso-scale
 - Nahrazuje použití bump map / normal map



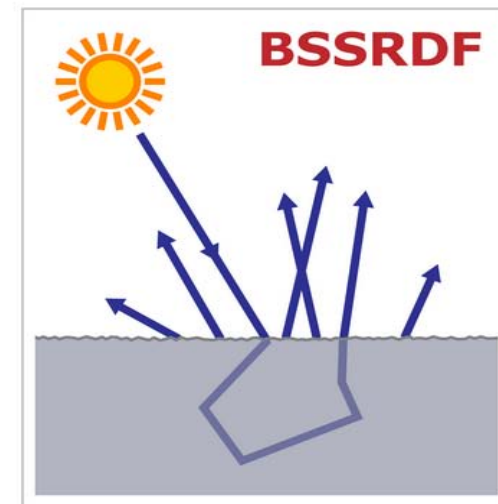
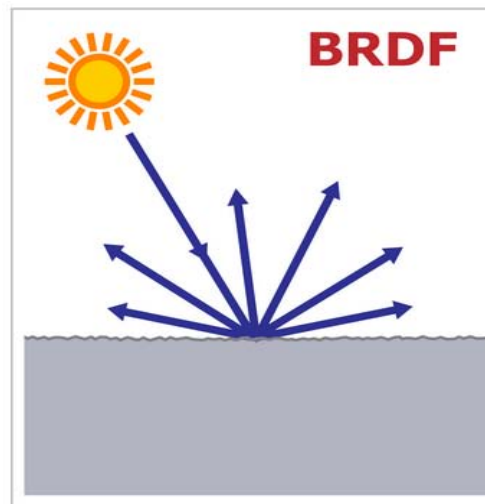
BSSRDF

■ BRDF

- ❑ světlo přicházející v bodě \mathbf{x} se odrazí ve stejném bodě
- ❑ žádné cestování světla po povrchem

■ BSSRDF

- ❑ bi-directional **sub-surface scattering** reflectance distribution function
- ❑ modeluje odrazy světla pod povrchem



BSSRDF

- Sub-surface scattering způsobuje změkčení vzhledu materiálů



BRDF



BSSRDF

BSSRDF



BRDF

BSSRDF