
Počítačová grafika III – Světlo, Radiometrie

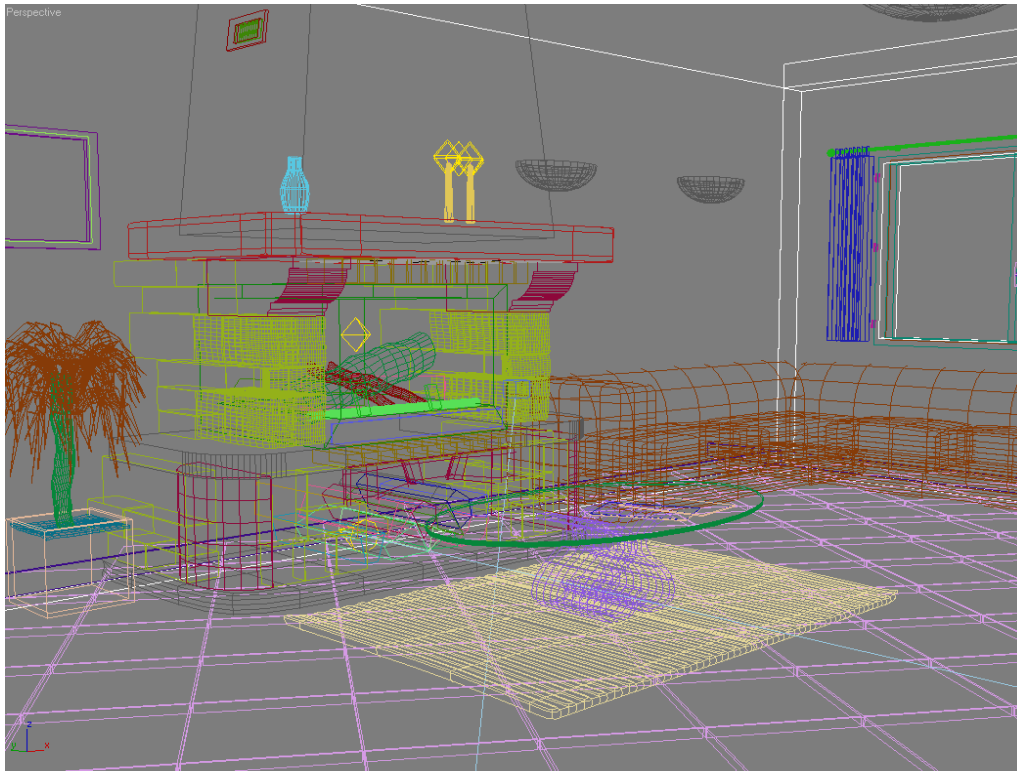
Jaroslav Křivánek, MFF UK

Jaroslav.Krivanek@mff.cuni.cz



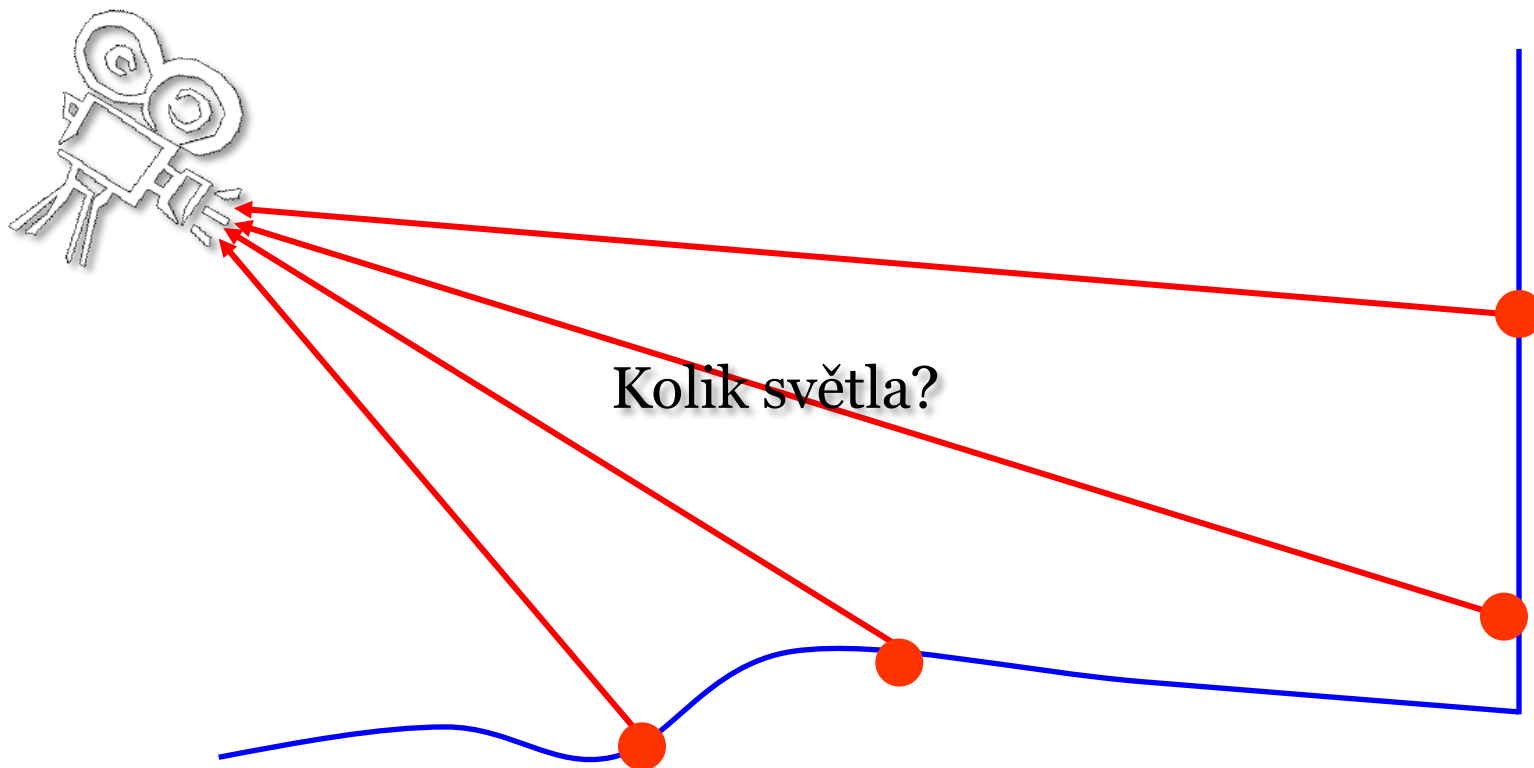
Syntéza obrazu (Rendering)

- Vytvoř obrázek...



...z matematického
popisu scény.

Fotorealistická syntéza obrazu



Různé přístupy k renderingu

■ **Fenomenologický**

- Tradiční počítačová grafika
- Např. Phongův model, Barva mezi 0 a 1, atp.

■ **Exaktní – Fyzikálně založený**

- Formulace matematického modelu
- Algoritmy = různé přístupy k řešení rovnic tohoto modelu

Matematický model

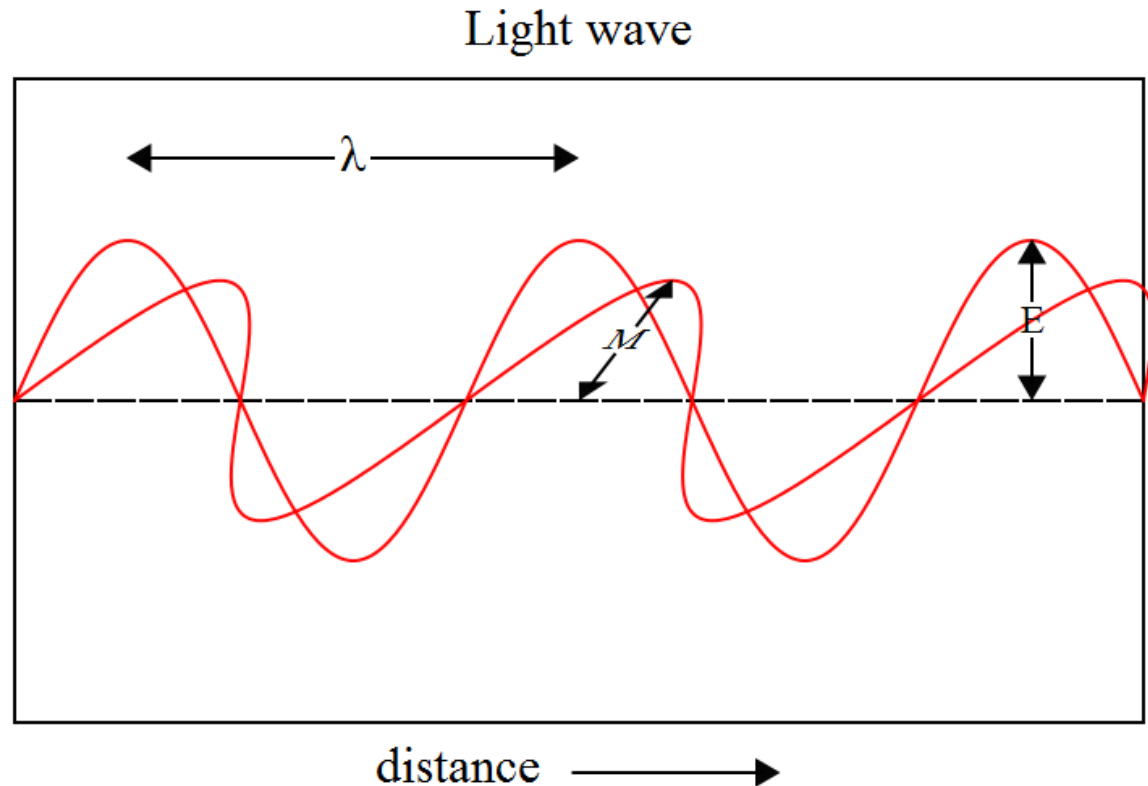
- Syntéza obrazu (rendering) = Simulace propagace světla
- Potřebujeme **matematický model**
 - Popis scény (geometrie, materiály, zdroje světla, kamera, ...)
 - Matematický model světla a jeho chování
- Formulace modelu = volba úrovně detailu
 - Nepotřebujeme modelovat chování každého fotonu
 - Nutnost zjednodušujících předpokladů

Formulace modelu světla

1. Co je světlo, jak je charakterizováno a měřeno
2. Jak popisujeme prostorové rozložení světla
3. Jak charakterizujeme interakci světla s hmotou
4. Jaké jsou podmínky na rovnovážné rozložení světla ve scéně

Světlo

- EM záření (EM vlna šířící se prostorem)



λ = wave length

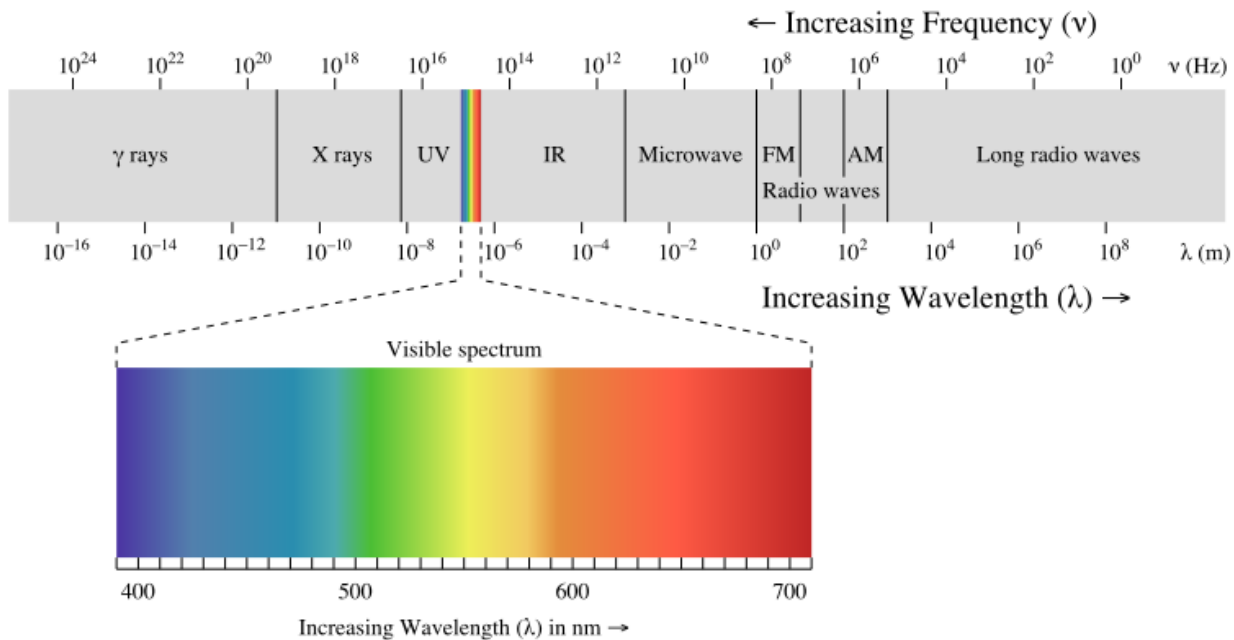
E = amplitude of electric field

M = amplitude of magnetic field

Obr. : Wikipedia

Světlo

- Frekvence oscilací => vlnová délka => barva



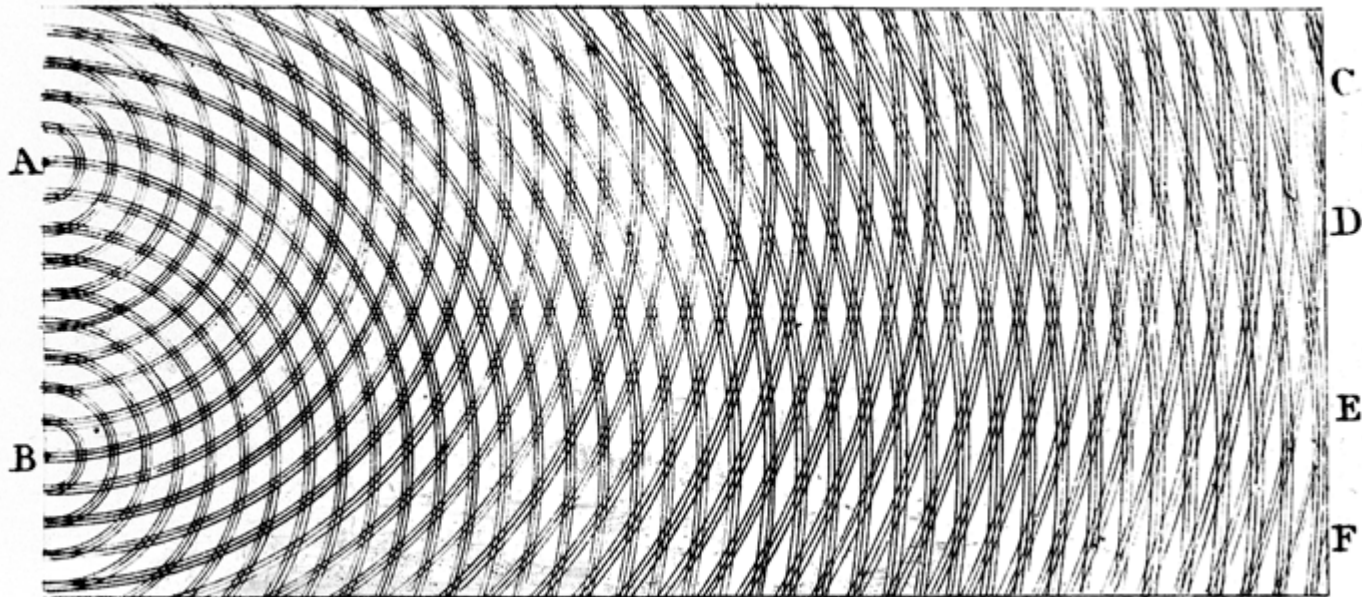
Obr. : Wikipedia

Optika

- **Geometrická (paprsková) optika**
 - Nejužitečnější pro rendering
 - Popisuje makroskopické vlastnosti světla
 - Není kompletní teorií (nepopisuje všechny pozorované jevy – difrakce, interference)
- **Vlnová optika** (světlo = E-M vlna)
 - Důležitá pro popis interakce světla s objekty o velikosti přibližně rovné vlnové délce
 - Interference (bubliny), difrakce, disperze
- **Kvantová optika** (světlo = fotony)
 - Interakce světla s atomy

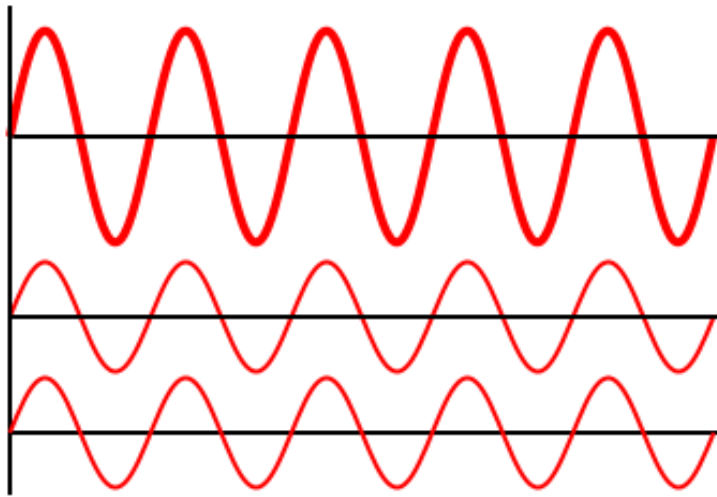
Projevy vlnové podstaty světla

- **Difrakce (ohyb)**
 - Youngův experiment

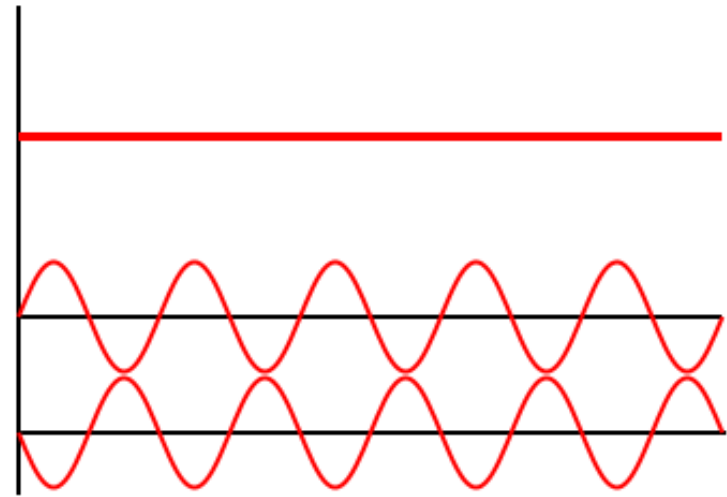


Projevy vlnové podstaty světla

■ Interference



Konstruktivní



Destruktivní

- Způsobuje **iridescenci**

Iridescence

- Změna barvy jako funkce úhlu pohledu



Obr. : <http://en.wikipedia.org/wiki/Iridescence>

Iridescence – Strukturální barva



Obr. : <http://en.wikipedia.org/wiki/Iridescence>

Iridescence – Strukturální barva



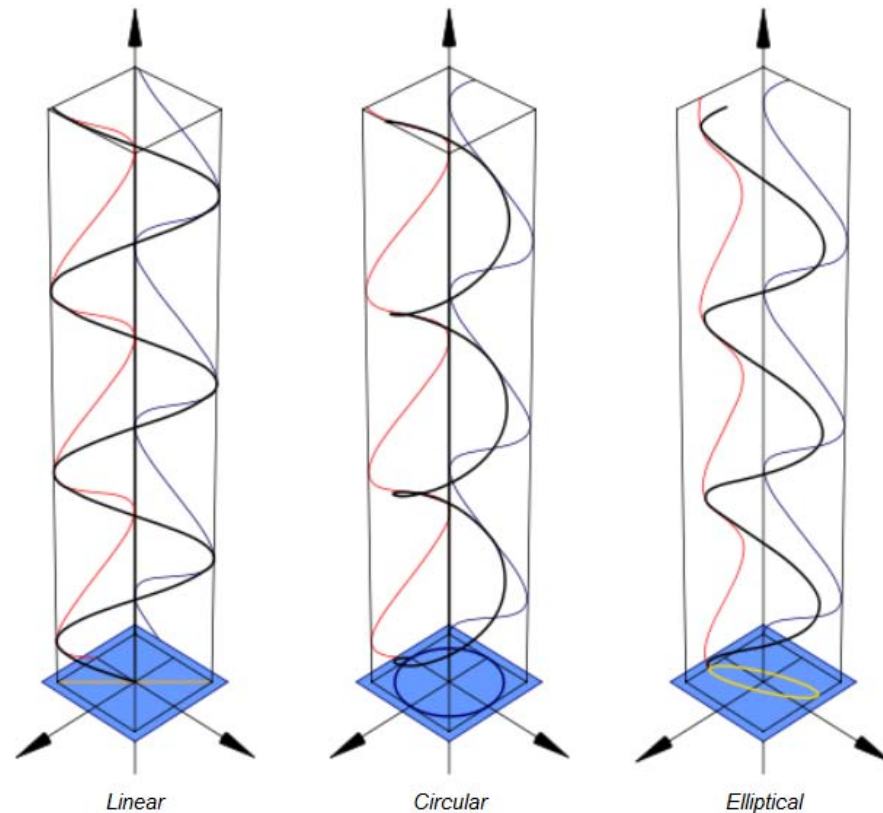
Obr. : <http://en.wikipedia.org/wiki/Iridescence>

Iridescence – Strukturální barva



Polarizace

- Přednostní orientace E-M vln vzhledem ke směru šíření
- Nepolarizované světlo – mnoho vln s náhodnou orientací



Polarizace

- Světlo z atmosféry je částečně polarizované



- Zrcadlové odrazy jsou polarizované



Kvantová optika

- Světlo = proud fotonů
- Energie fotonu

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

- f ... frekvence
- λ ... vlnová délka
- c ... rychlost světla
- h ... Planckova konstanta

Radiometrie & fotometrie

Radiometrie & Fotometrie

- „**Radiometrie** je část optiky, která se zabývá *měřením elektromagnetického záření*, včetně světla. Radiometrie se zabývá absolutními veličinami, zatímco **fotometrie** studuje obdobné veličiny, avšak z hlediska jejich *působení na lidské oko*.“ (wikipedie)

■ Radiometrické veličiny

- zářivá energie – joule
- zářivý tok – watt
- zářivost – watt/sr

- Ozn. index **e**

■ Fotometrické veličiny

- světelná energie – lumen sekunda (talbot)
- světelný tok – lumen
- svítivost – kandela

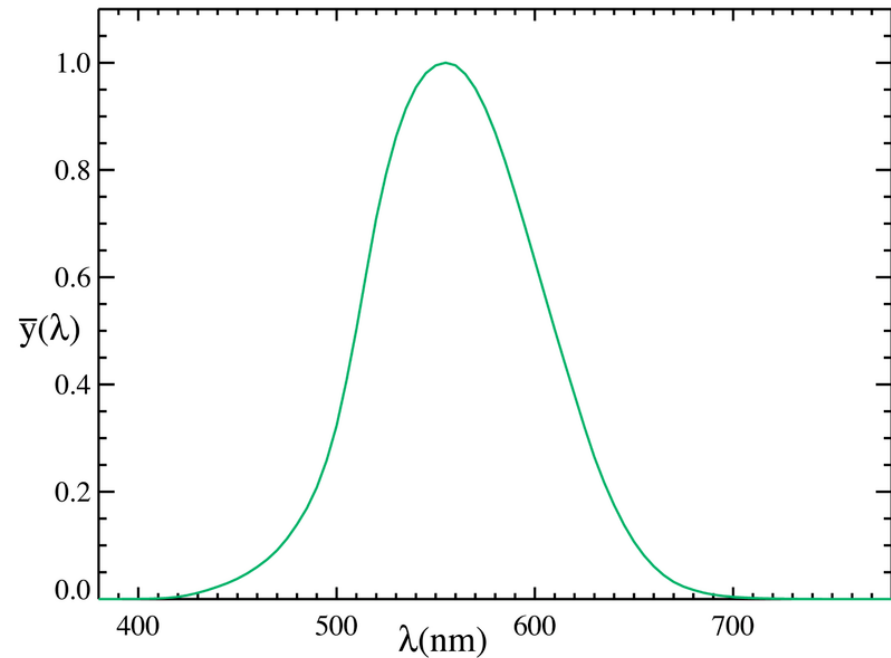
- Ozn. index **v**

Vztah mezi foto- a radiometrickými veličinami

- Vizuální odezva R na spektrum S :

$$R = \int_{380\text{nm}}^{770\text{nm}} V(\lambda)S(\lambda)d\lambda$$

- V
 - Spectral luminous relative efficiency
 - CIE standard 1924



Zářivá energie a zářivý výkon

- **Výkon:** Watt (radio), Lumen (foto)
 - Energetická účinnost
 - Spektrální účinnost
- **Energie:** Joule (radio), Lumen sekunda (foto)
 - Expozice
 - Odezva filmu
 - Kůže - opálení

Vztah mezi foto- a radiometrickými veličinami

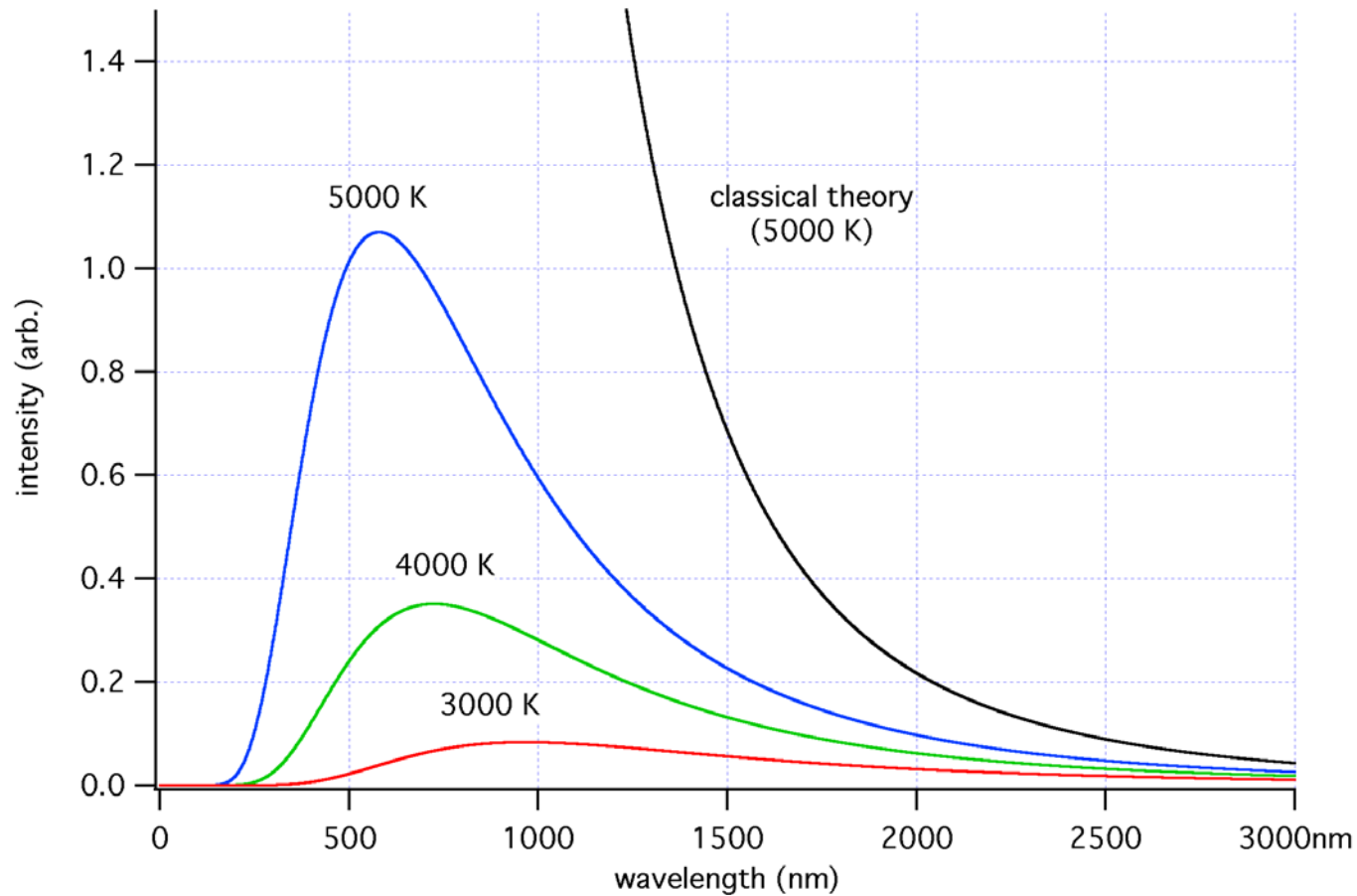
■ Radiometrie

- základnější – fotometrické veličiny lze odvodit z radiometrických

■ Fotometrie

- Delší historie - studována psychofyzikálními (empirickými) pokusy dlouho před znalostí Maxwellových rovnic

Záření absolutně černého tělesa



Tungsten Lamp

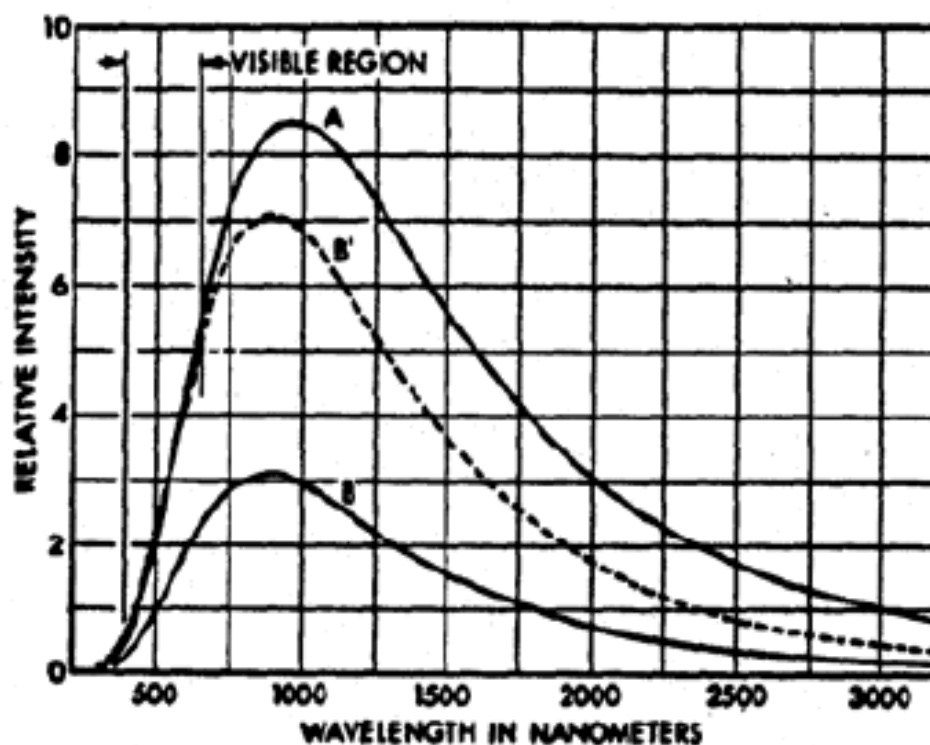


Fig. 8-1. Radiating characteristics of tungsten. Curve A: radiant flux from one square centimeter of a blackbody at 3000 K. Curve B: radiant flux from one square centimeter of tungsten at 3000 K. Curve B': radiant flux from 2.27 square centimeters of tungsten at 3000 K (equal to curve A in visible region). (The 500-watt 120-volt general service lamp operates at about 3000 K.)

Fluorescent Bulb

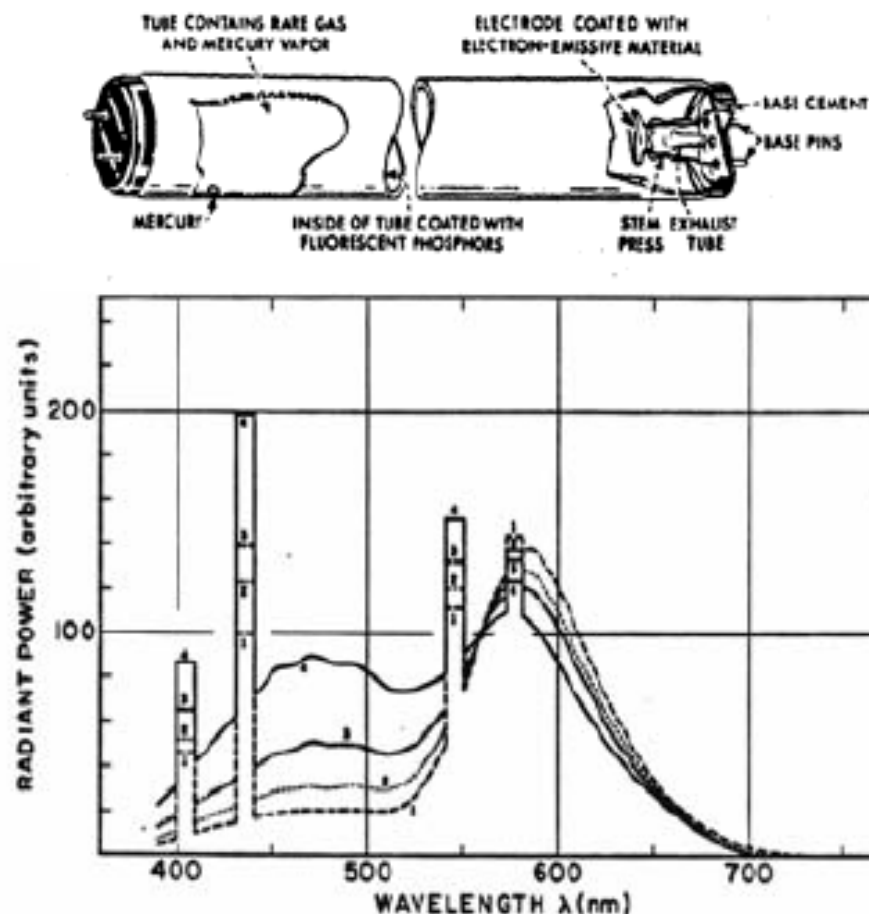


Fig. 3(1.2.3). Relative spectral radiant power distributions of common fluorescent lamps: (1) standard warm white; (2) white; (3) standard cool white; and (4) daylight. The distribution curves have been scaled by appropriate constant factors to provide a common value of 100 at $\lambda = 560$ nm.

Sunlight

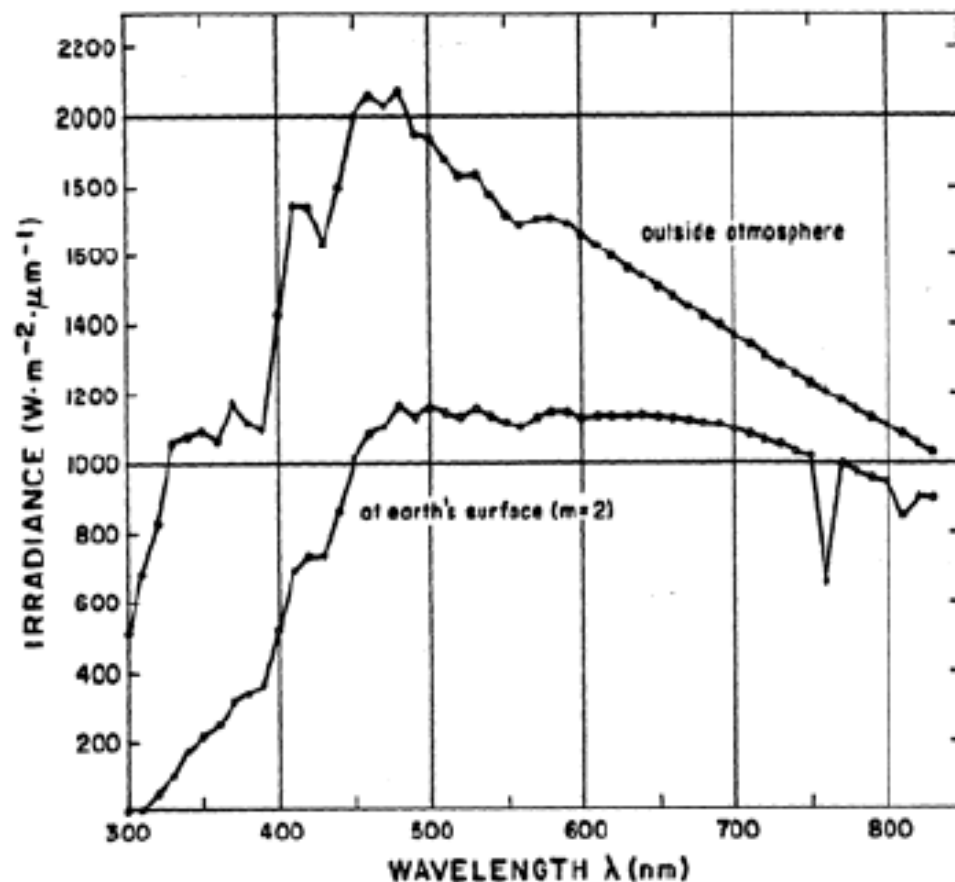


Fig. 1(1.2.1). NASA standard data of spectral irradiance ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \mu\text{m}^{-1}$) for the solar disk measured outside the atmosphere (solid dots) and at the earth's surface at air mass 2 (open circles). Data points are those given in Table 1(1.2.1). Neighboring data points have been connected by straight lines for illustrative purposes only.

Směr, prostorový úhel, integrování na jednotkové kouli

Směr ve 3D

- **Směr** = jednotkový vektor ve 3D

- Kartézské souřadnice

$$\omega = [x, y, z], \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

- Sférické souřadnice

$$\omega = [\theta, \varphi]$$

$$\theta \in [0, \pi]$$

$$\varphi \in [0, 2\pi]$$

$$\theta = \arccos z$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}$$

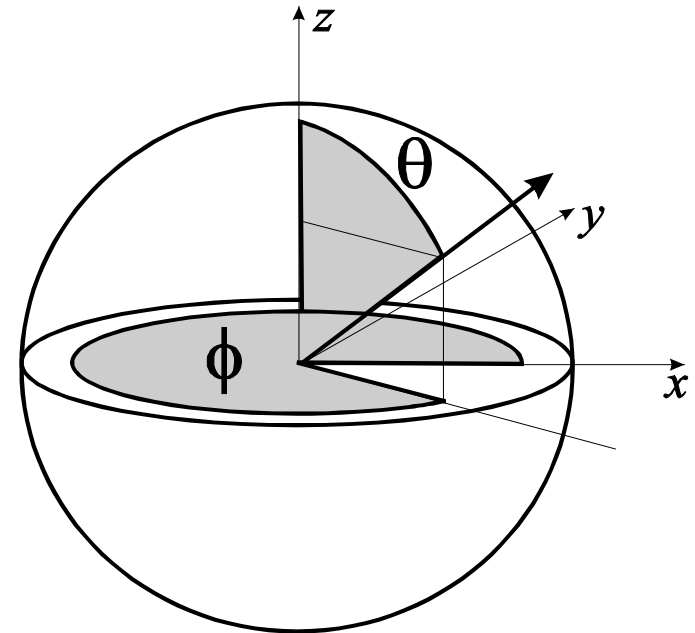
$$x = \sin \theta \cos \varphi$$

$$y = \sin \theta \sin \varphi$$

$$z = \cos \theta$$

- θ ... *polární úhel* - odchylka od osy Z

- φ ... *azimut* - úhel od osy X



Funkce na jednotkové kouli

- Funkce jako každá jiná, ale argumentem je směr ve 3D
- Funkční hodnota je číslo (nebo třeba trojice čísel RGB)
- Zápis např.
 - $F(\omega)$
 - $F(x, y, z)$
 - $F(\theta, \phi)$
 - ...
 - Závisí na zvolené reprezentaci směrů ve 3D

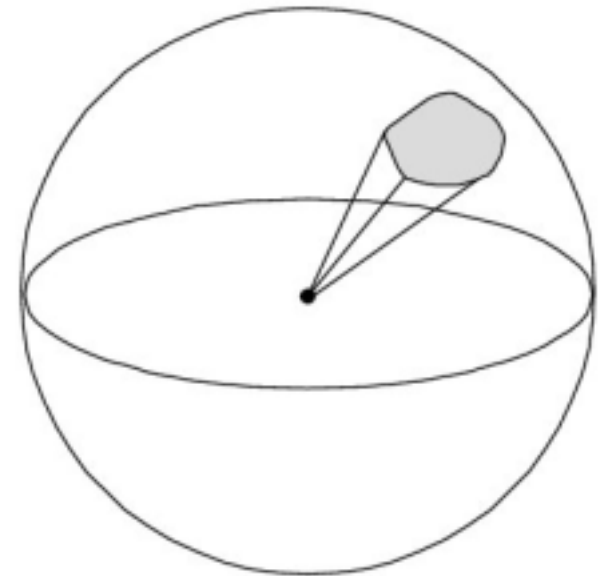
Prostorový úhel

■ Rovinný úhel

- Délka oblouku na jednotkové kružnici
- Kružnice má 2π radiánů

■ Prostorový úhel (steradian, sr)

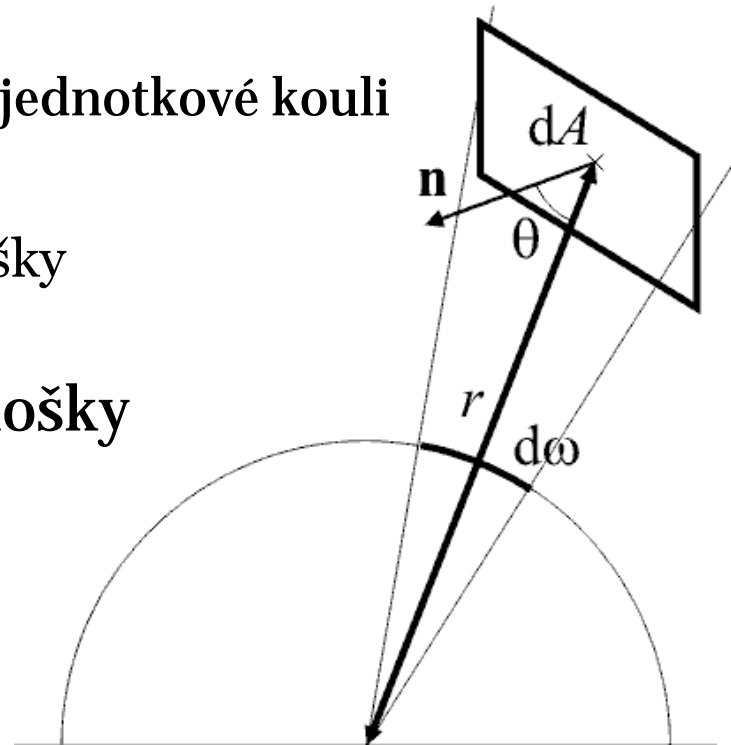
- Velikost plochy na jednotkové kouli
- Koule má 4π steradiánů



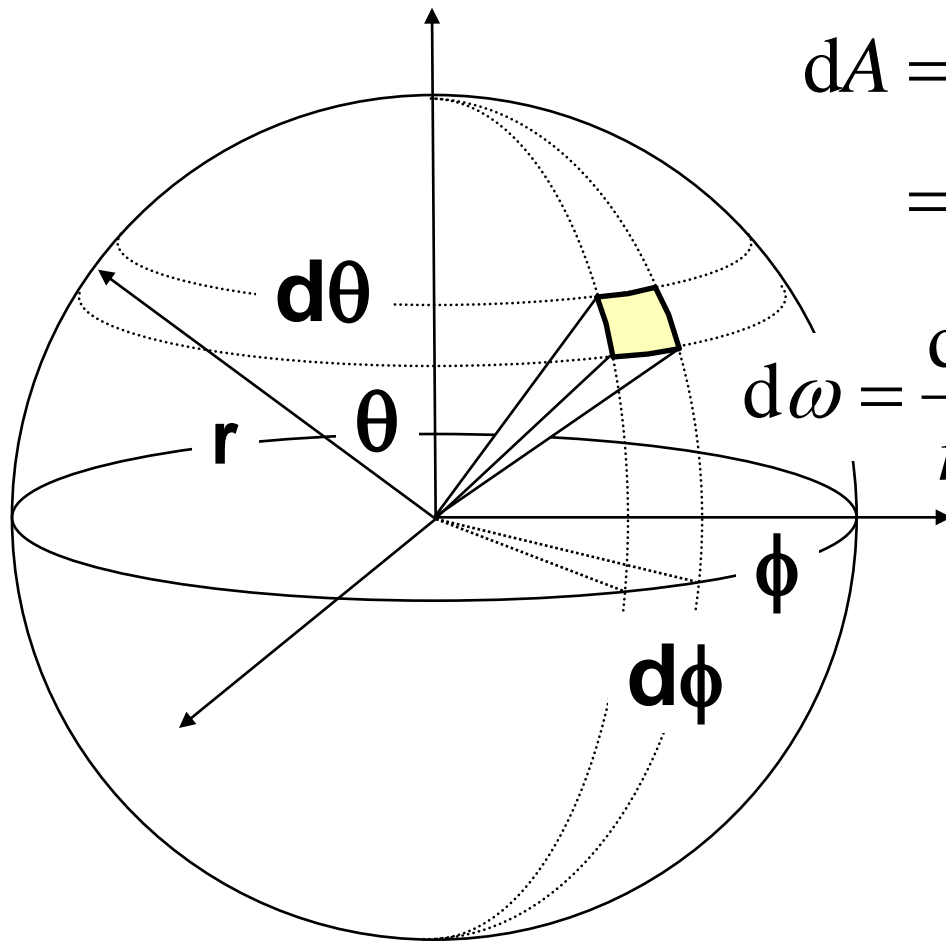
Diferenciální prostorový úhel

- „Nekonečně malý“ prostorový úhel okolo směru
- 3D vektor
 - Velikost $d\omega$
 - velikost diferenciální plošky na jednotkové kouli
 - Směr $d\omega$
 - střed projekce diferenciální plošky na jednotkovou kouli
- Prostorový úhel diferenciální plošky

$$d\omega = dA \frac{\cos \theta}{r^2}$$



Diferenciální prostorový úhel



$$\begin{aligned}dA &= (r d\theta)(r \sin \theta d\phi) \\ &= r^2 \sin \theta d\theta d\phi\end{aligned}$$

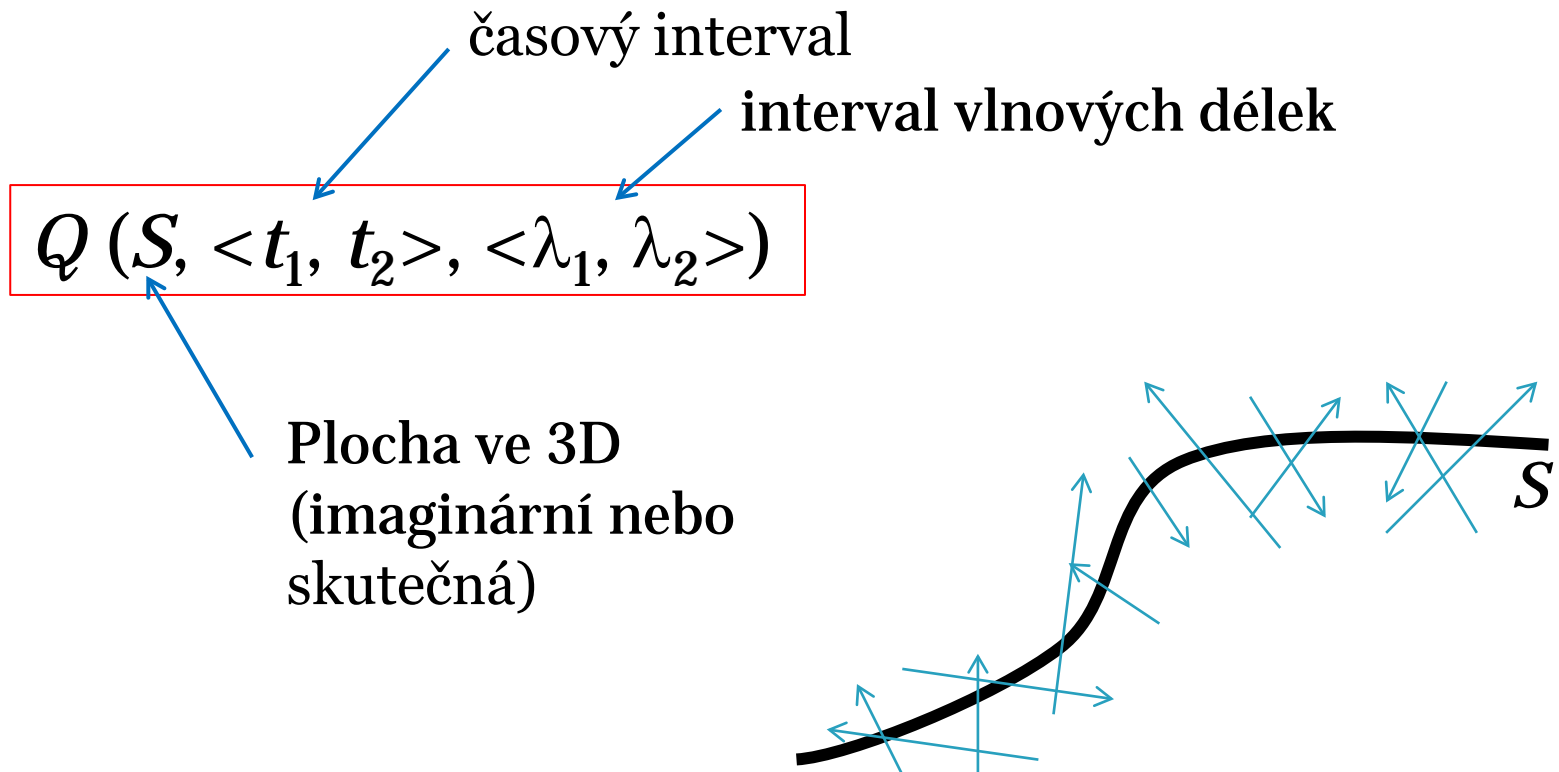
$$d\omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi$$

Radiometrické veličiny

Teorie přenosu světla

- Tok energie v prostoru
- **Světelná energie je spojitá, nekonečně dělitelná**
 - Toto je zjednodušující předpoklad našeho modelu
- Představa toku
 - Částičky pohybující se prostorem
 - Žádné interakce (platí lineární superpozice)
 - Hustota energie je úměrná hustotě částic
 - Tato představa je ilustrativní a nemá nic společného s fotony a s kvantovou teorií

Zářivá energie – Q [J]



- Anglický název: radiant energy
- Jednotka: Joule, J

Zářivá energie – Q [J]

- Energie světla o konkrétní vlnové délce
 - „Hustota energie vzhledem k vlnové délce“

$$Q_\lambda(S, \langle t_1, t_2 \rangle, \lambda) = \lim_{\substack{d(\lambda_1, \lambda_2) \rightarrow 0 \\ \lambda \in \langle \lambda_1, \lambda_2 \rangle}} \frac{Q(S, \langle t_1, t_2 \rangle, \langle \lambda_1, \lambda_2 \rangle)}{\mu \langle \lambda_1, \lambda_2 \rangle} = \text{formálně} = \frac{dQ}{d\lambda}$$

- Index argument λ budeme vynechávat
- Fotometrická veličina:
 - Světelná energie (luminous energy), jednotka lumen sekunda, talbot

Zářivý tok (výkon) – Φ [W]

- Jak rychle energie „teče“ z/do plochy S ?
 - „Hustota energie vzhledem k času“

$$\Phi(S, t) = \lim_{\substack{d\langle t_1, t_2 \rangle \rightarrow 0 \\ t \in \langle t_1, t_2 \rangle}} \frac{Q(S, \langle t_1, t_2 \rangle)}{\mu\langle t_1, t_2 \rangle} = (\text{formálně}) = \frac{dQ}{dt}$$

- Anglický název: Radiant flux, Power
- Značka: Φ
- Jednotka: Watt – W
- Fotometrická veličina:
 - Světelný tok (luminous flux), jednotka Lumen

Ozáření – E [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]

- Jaká je v daném místě \mathbf{x} na ploše S (prostorová) hustota toku?

$$E(\vec{x}) = \lim_{\substack{d(S) \rightarrow 0 \\ \vec{x} \in S, S \subseteq P}} \frac{\Phi_i(S)}{\mu(S)} = (\text{formálně}) = \frac{d\Phi_i}{dS}$$

- Vždy definováno vzhledem k nějakému bodu \mathbf{x} na ploše S se specifikovanou normálou $N(\mathbf{x})$.
 - **Hodnota radiance závisí na $N(\mathbf{x})$** (Lambertův zákon)
- Zajímá nás pouze světlo přicházející z horní strany plochy.

Ozáření – E [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]

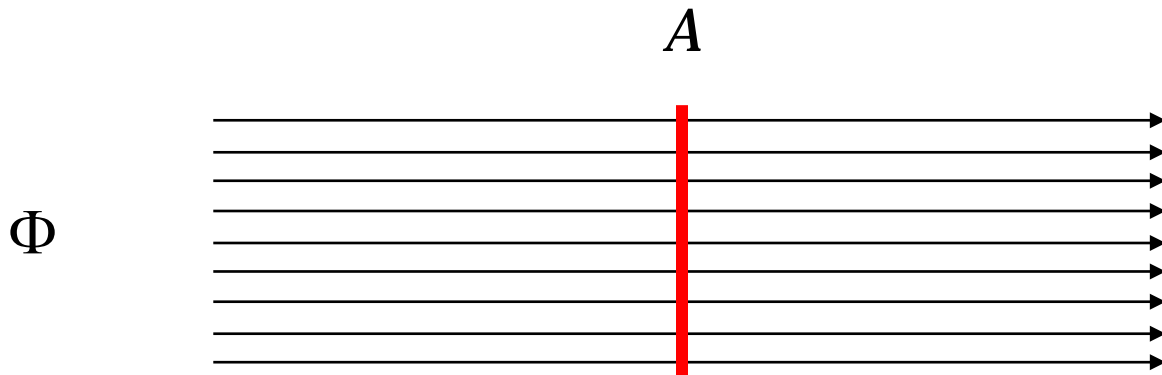
- Anglický název: **irradiance** (flux density)
- Značka: E
- Jednotka: Watt na metr čtvereční – $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
- Fotometrická veličina:
 - osvětlení (illuminance), jednotka Lux = $\text{lumen}\cdot\text{m}^{-2}$

Expozimetr
(*light meter*)



Lambertův kosínový zákon

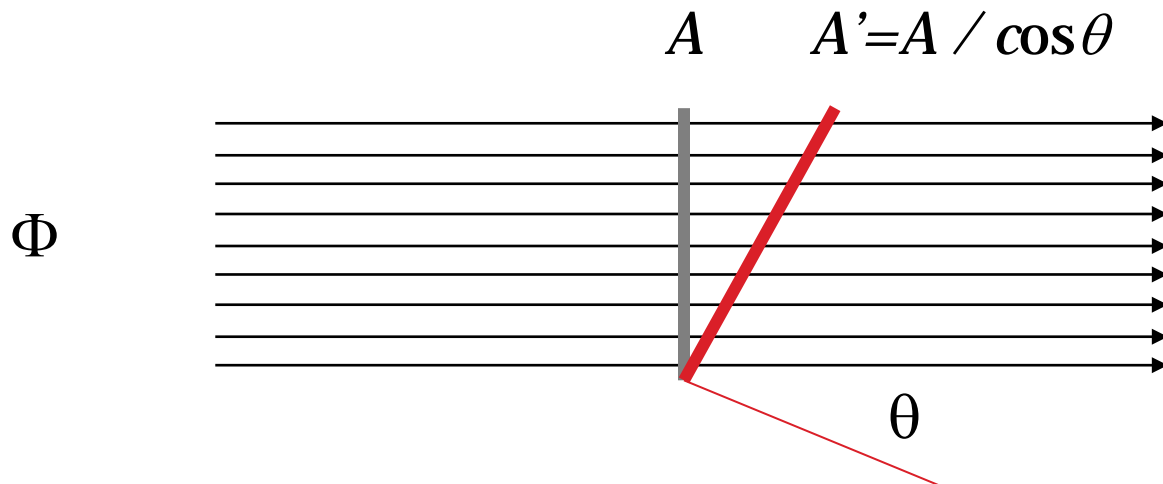
- Johan Heinrich Lambert, *Photometria*, 1760



$$E = \frac{\Phi}{A}$$

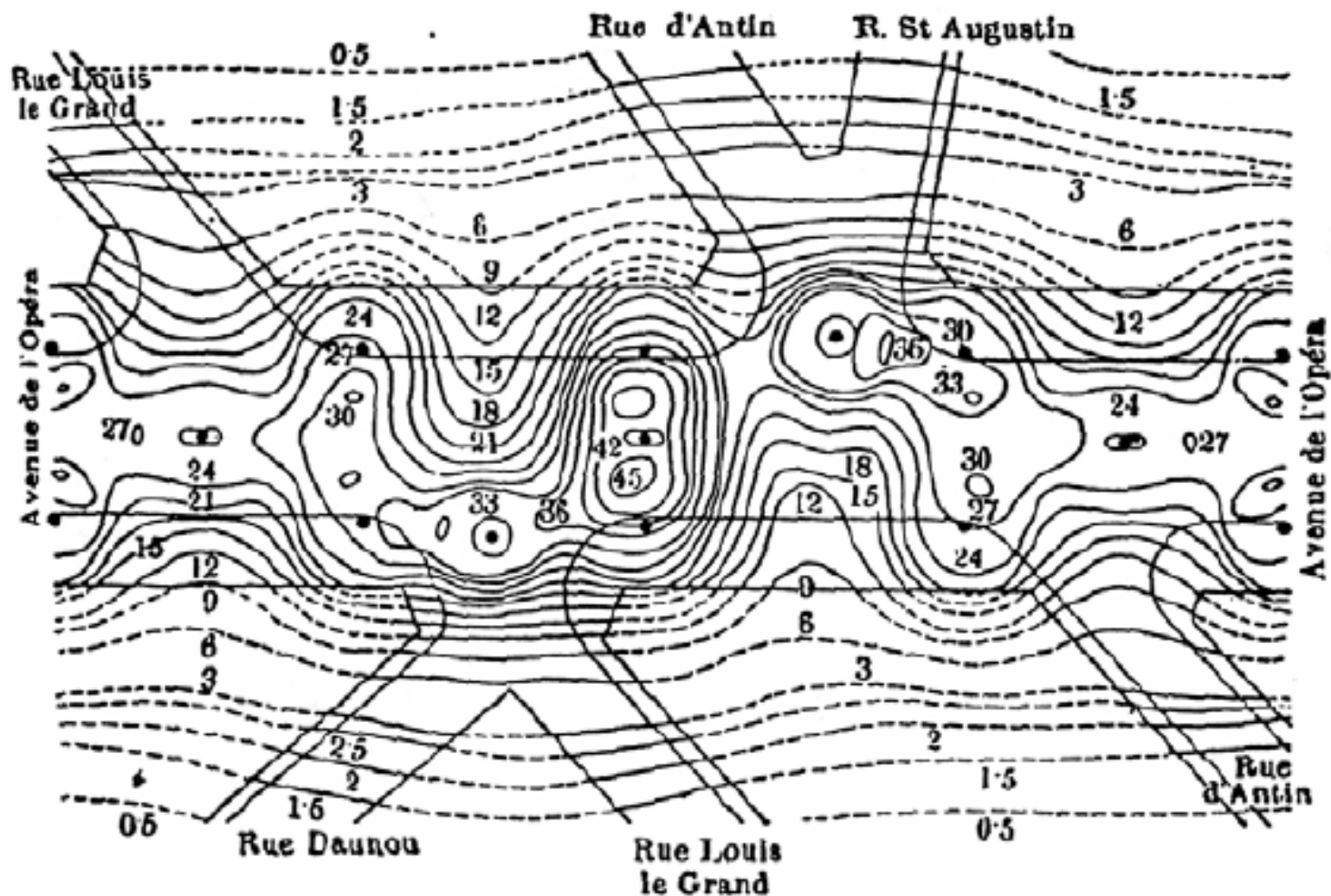
Lambertův kosínový zákon

- Johan Heinrich Lambert, *Photometria*, 1760



$$E' = \frac{\Phi}{A'} = \frac{\Phi}{A} \cos \theta$$

Irradiance Map or Light Map



Isolux contours

Typical Values of Illuminance [lm/m^2]

Sunlight plus skylight	100,000 lux
Sunlight plus skylight (overcast)	10,000
Interior near window (daylight)	1,000
Artificial light (minimum)	100
Moonlight (full)	0.02
Starlight	0.0003

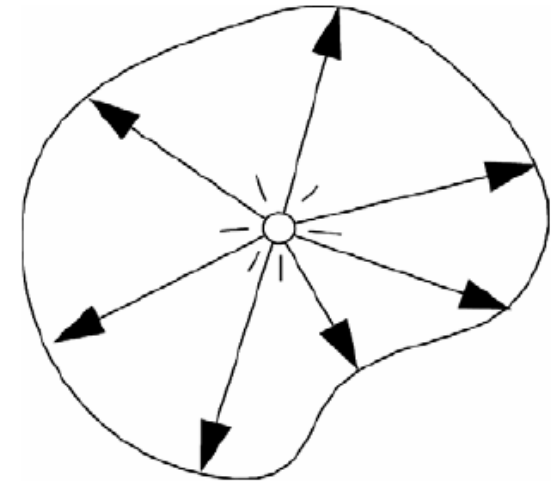
Intenzita vyzařování – B [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]

- Jako ozáření (irradiance), avšak místo příchozího světla nás zajímá světlo vyzářené.
 - Vyzářené světlo může být emitováno z plošky (pokud jde o světelný zdroj) nebo odraženo.
- Anglický název: Radiant exitance, **radiosity**
- Značka: B , M
- Jednotka: Watt na metr čtvereční – $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
- Fotometrická veličina:
 - Luminosity, jednotka Lux = $\text{lumen}\cdot\text{m}^{-2}$

Zářivost – I [$\text{W}\cdot\text{sr}^{-1}$]

- Úhlová hustota toku daném směru ω

$$I(\omega) = \frac{d\Phi(\omega)}{d\omega}$$



- **Definice:** Zářivost je výkon na jednotkový prostorový úhel vyzařovaný z bodového zdroje.
- Anglický název: Radiant intensity
- Jednotka: Watt na steradián – $\text{W}\cdot\text{sr}^{-1}$
- Fotometrická veličina
 - **Svítivost** (luminous intensity)
jednotka **Kandela** ($\text{cd}=\text{lumen}\cdot\text{sr}^{-1}$), zákl. jedn. **SI**

Bodové světelné zdroje

- Světlo emitováno z jednoho bodu
- Emise plně popsána intenzitou jako funkcí směru vyzařování: $I(\omega)$
 - **Izotropní bodové světlo**
 - konstantní intenzita
 - **Reflektor (Spot light)**
 - Konstantní uvnitř kuželu, nula jinde
 - **Obecný bodový zdroj**
 - Popsán *goniometrickým diagramem*
 - Tabulkové vyjádření $I(\omega)$ pro bodové světlo
 - Používáno v osvětlovací technice

SpotLight - Reflektor

- Bodové světlo s nekonstantní závislostí intenzity na směru
- Intenzita je funkcí odchylky od referenčního směru \mathbf{d} :

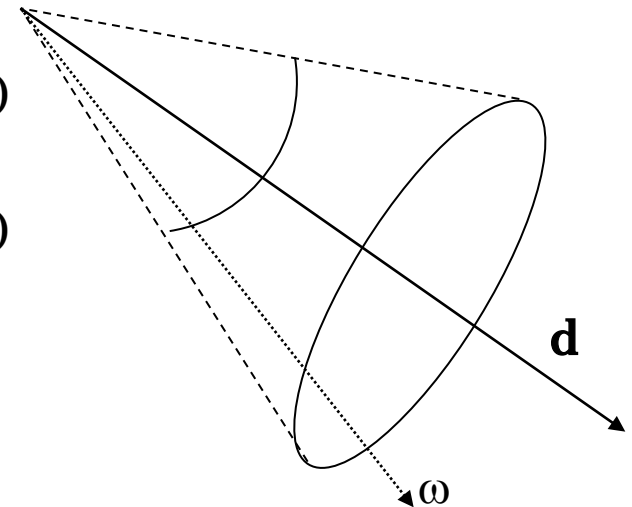
$$I(\omega) = f(\angle \omega, \mathbf{d})$$

- Např.

$$I(\omega) = I_o \cos \angle(\omega, \mathbf{d}) = I_o (\omega \cdot \mathbf{d}) \quad (1)$$

$$I(\omega) = \begin{cases} I_o & \angle(\omega, \mathbf{d}) < \tau \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (2)$$

- Jaký je tok v případě (1) a (2)?



Light Source Goniometric Diagrams

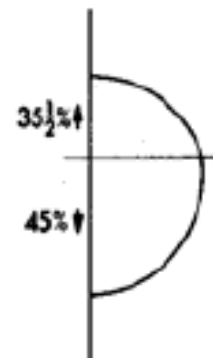
3



Porcelain-enameled ventilated standard dome with incandescent lamp



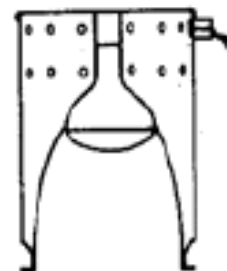
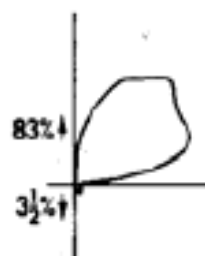
Pendant diffusing sphere with incandescent lamp



2



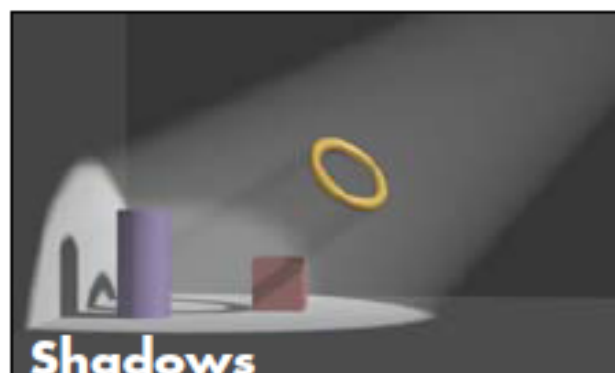
Concentric ring unit with incandescent silvered-bowl lamp



R-40 flood with specular anodized reflector skirt; 45° cutoff



PIXAR Light Source

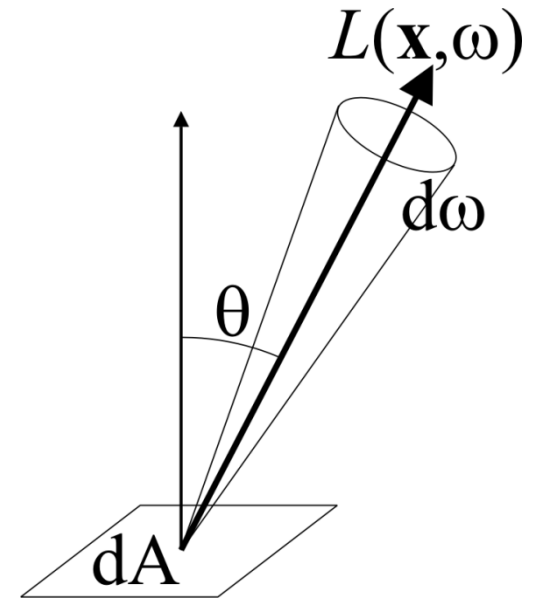


```
UberLight( )  
{  
  Clip to near/far planes  
  Clip to shape boundary  
  foreach superelliptical blocker  
    atten *= ...  
  foreach cookie texture  
    atten *= ...  
  foreach slide texture  
    color *= ...  
  foreach noise texture  
    atten, color *= ...  
  foreach shadow map  
    atten, color *= ...  
  Calculate intensity fall-off  
  Calculate beam distribution  
}
```

Zář – L [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}$]

- Prostorová a úhlová hustota toku v daném místě \mathbf{x} směru ω .

$$L(\mathbf{x}, \omega) = \frac{d^2\Phi}{\cos\theta dA d\omega}$$

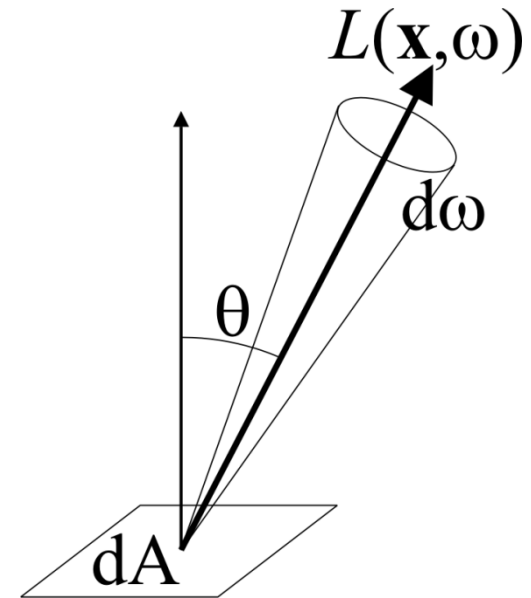


- **Definice:** Zář je výkon na jednotkovou plochu **kolmou k paprsku** a na jednotkový prostorový úhel ve směru paprsku.

Zář – L [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}$]

- Prostorová a úhlová hustota toku v daném místě \mathbf{x} směru ω .

$$L(\mathbf{x}, \omega) = \frac{d^2\Phi}{\cos\theta dA d\omega}$$



- Anglický název: **Radiance**
- Jednotka: $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}$
- Fotometrická veličina
 - Jas (luminance), jednotka **candela.m⁻²** (v ang. též Nit)

Faktor $\cos \theta$ v definici radiance

- Faktor $\cos \theta$ kompenzuje úbytek irradiance na ploše se zvyšujícím se θ při stejné míře osvětlení
- Tj. svítím-li na nějakou plochu zdrojem světla, jehož parametry neměním, a otáčím onou plochou, pak:
 - **Irradiance se s otáčením mění** (mění se hustota toku na plošce).
 - **Zář se nemění** (protože změna hustoty toku na ploše je kompenzována faktorem $\cos \theta$ v definici záře).

Typical Values of Luminance [cd/m^2]

Surface of the sun	2,000,000,000 nit
Sunlight clouds	30,000
Clear day	3,000
Overcast day	300
Moon	0.03

The Sky Radiance Distribution



Plate 5-16. Fisheye view of clear sky at the South Pole. (Photographed by the author)

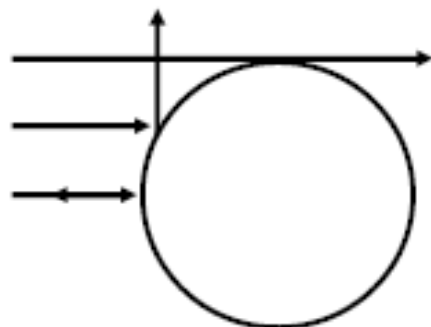


Plate 5-17. View of slightly hazy sky in Wisconsin. (Photographed by the author)

From Greenler, Rainbows, halos and glories

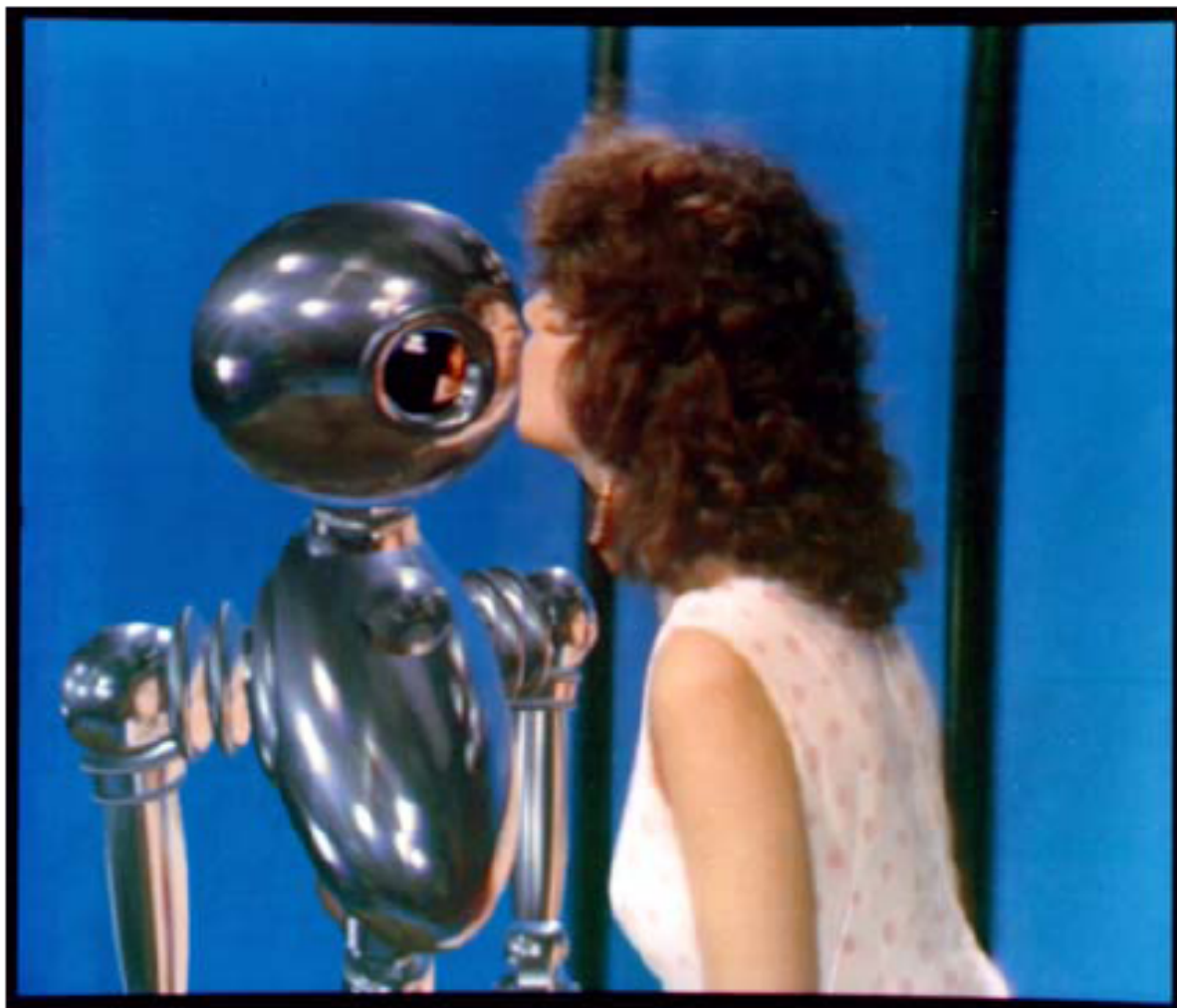
Gazing Ball \Rightarrow Environment Maps

Miller and Hoffman, 1984



- Photograph of mirror ball
- Maps all spherical directions to a to circle
- Reflection direction indexed by normal
- Resolution function of orientation

Environment Maps



Interface, Chou and Williams (ca. 1985)

Výpočet ostatních veličin z radiance

$$E(\mathbf{x}) = \int_{H(\mathbf{x})} L(\mathbf{x}, \omega) \cos \theta \, d\omega = \left| \begin{array}{l} \text{substitute :} \\ d\omega = \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \end{array} \right|$$
$$= \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} L(\mathbf{x}, \theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\varphi$$

$$\Phi = \int_A E(\mathbf{x}) \, dA$$
$$= \int_A \int_{H(\mathbf{x})} L(\mathbf{x}, \omega) \cos \theta \, d\omega \, dA$$

$\cos \theta \, d\omega =$ promítnutý prostorový úhel
(projected solid angle)

$H(\mathbf{x}) =$ hemisféra nad bodem \mathbf{x}

Plošné světelné zdroje

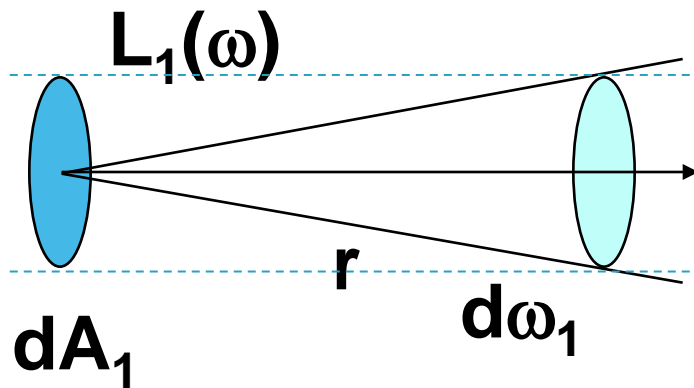
- Záření plně popsáno vyzářenou radiancí $L_e(\mathbf{x}, \omega)$ pro všechna místa a směry na zdroji světla
- Celkový zářivý tok
 - Integrál $L_e(\mathbf{x}, \omega)$ přes plochu zdroje a úhly

$$\Phi = \int_A \int_{H(\mathbf{x})} L_e(\mathbf{x}, \omega) \cos \theta \, d\omega \, dA$$

Vlastnosti radiance (1)

- **Radiance je konstantní podél paprsku.**
 - ❑ Fundamentální vlastnost pro přenos světla
 - ❑ Proto je právě radiance radiometrickou veličinou spojenou s paprskem v ray traceru
 - ❑ Odvozeno ze zachování toku

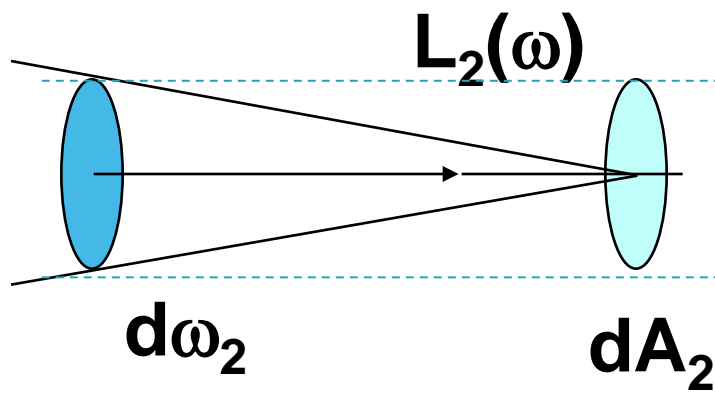
Důkaz: Zákon zach. energie v paprsku



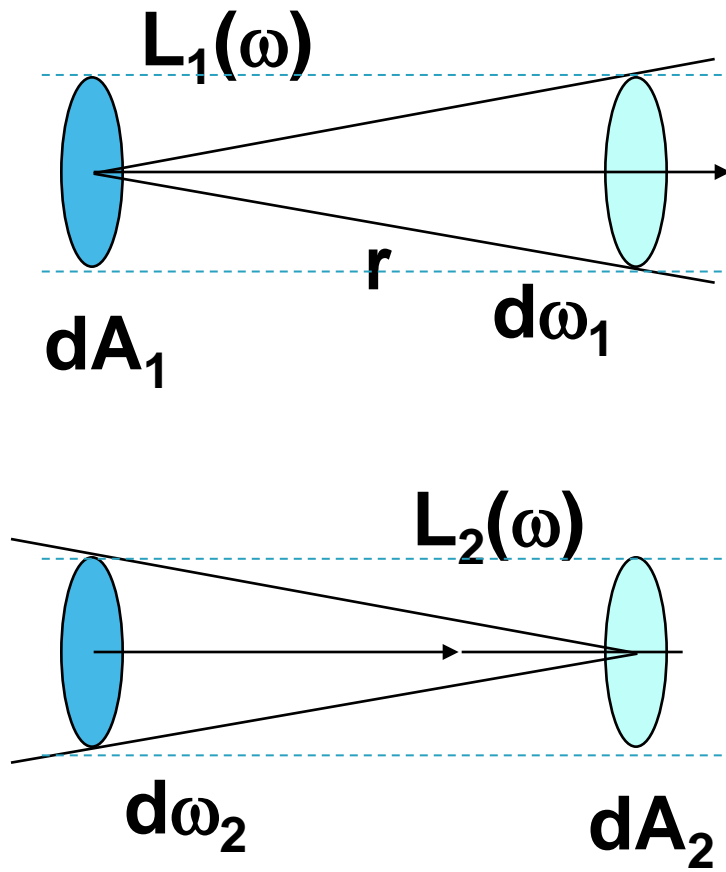
$$L_1 d\omega_1 dA_1 = L_2 d\omega_2 dA_2$$

emitovaný
výkon

přijímaný
výkon



Důkaz: Zákon zach. energie v paprsku



$$L_1 d\omega_1 dA_1 = L_2 d\omega_2 dA_2$$

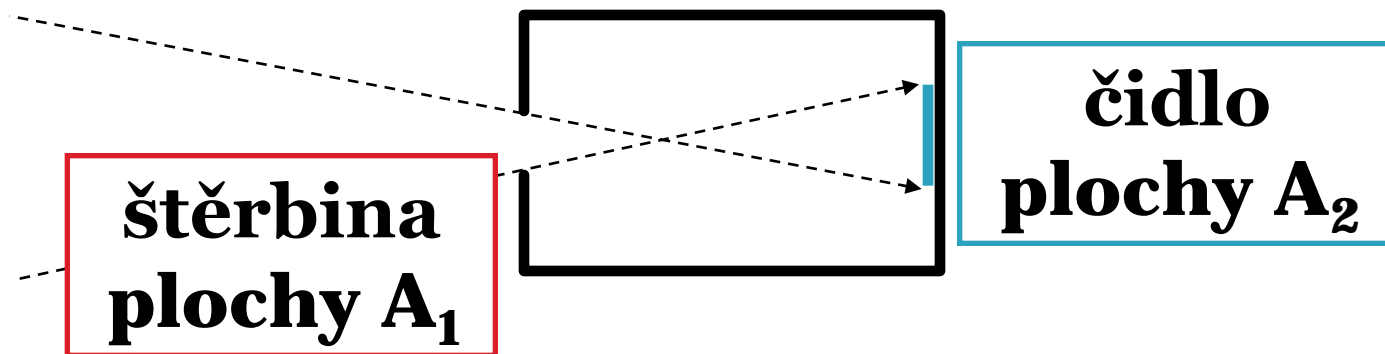
$$\begin{aligned} T &= d\omega_1 dA_1 = d\omega_2 dA_2 = \\ &= \frac{dA_1 dA_2}{r^2} \end{aligned}$$

kapacita paprsku

$$L_1 = L_2$$

Vlastnosti radiance (2)

- **Odezva senzoru** (kamery nebo lidského oka) je přímo úměrná hodnotě **radiance** odražené od plochy viditelné senzorem.



$$\underline{R} = \int_{A_2} \int_{\Omega} L_{in}(\mathbf{A}, \omega) \cdot \cos \theta \, d\omega \, dA = \underline{L_{in}} \cdot T$$

Příchozí / odchozí radianční

- Na rozhraní je radianční nespojitá
 - Příchozí (incoming) radianční – $L^i(\mathbf{x}, \omega)$
 - radianční před odrazem
 - Odchozí (odražená, outgoing) radianční – $L^o(\mathbf{x}, \omega)$
 - radianční po odrazu

Radiometrické a fotometrické názvosloví

Fyzika <i>Physics</i>	Radiometrie <i>Radiometry</i>	Fotometrie <i>Photometry</i>
Energie <i>Energy</i>	Zářivá energie <i>Radiant energy</i>	Světelná energie <i>Luminous energy</i>
Výkon (tok) <i>Power (flux)</i>	Zářivý tok <i>Radiant flux (power)</i>	Světelný tok (výkon) <i>Luminous power</i>
Hustota toku <i>Flux density</i>	Ozáření <i>Irradiance</i>	Osvětlení <i>Illuminance</i>
dtto	Intenzita vyzařování <i>Radiosity</i>	??? <i>Luminosity</i>
Úhlová hustota toku <i>Angular flux density</i>	Zář <i>Radiance</i>	Jas <i>Luminance</i>
??? Intensity	Zářivost <i>Radiant Intensity</i>	Svítivost <i>Luminous intensity</i>

Příště

- **Odraz světla na povrchu – rovnice odrazu**
- **Rovnovážný stav – zobrazovací rovnice**
- **Operátorová formulace přenosu světla**
- **Strategie řešení zobrazovací rovnice**