Počítačová grafika III – Důležitost, BPT

Jaroslav Křivánek, MFF UK

Jaroslav.Krivanek@mff.cuni.cz

Omezení algoritmu sledování cest

Sekundární
světelné zdroje

Kaustiky

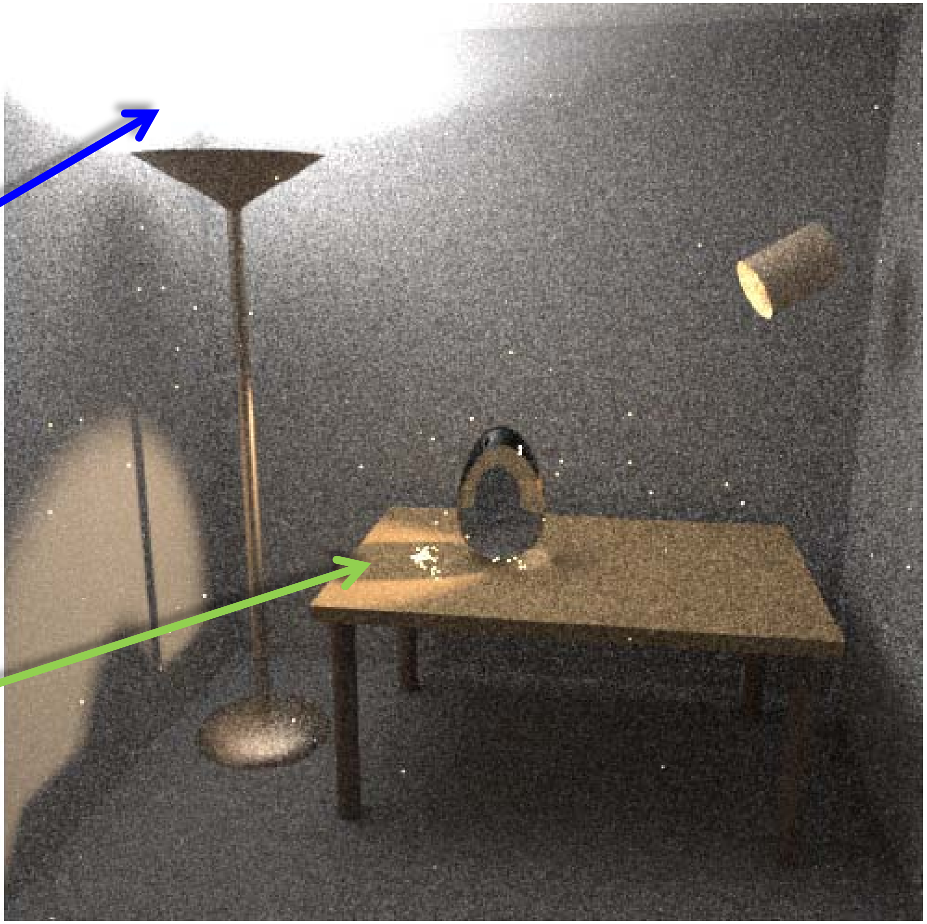


Image: Eric Veach

Důležitost a dualita v zobrazování

Měřicí rovnice

- Dosud: výpočet radiance v izolovaných bodech
- Ve skutečnosti nás zajímá průměrná radiance přes pixel: integrál
- **Měřicí rovnice** (Measurement equation)

Měřicí rovnice

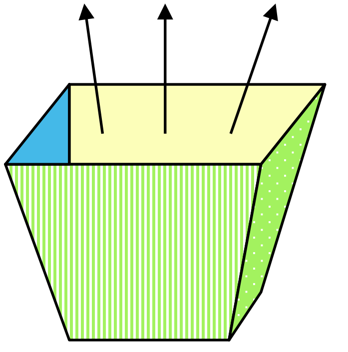
odezva virtuálního (lineárního) senzoru na radianci (**barva pixelu**)

relativní odezva senzoru (váha) různé W_e pro každý senzor (pixel)

$$I = \int_M \int_{H(\mathbf{x})} W_\mathrm{e}(\mathbf{x}, \omega) \cdot L_\mathrm{i}(\mathbf{x}, \omega) \cdot \cos\theta \, \mathrm{d}\omega \, \mathrm{d}A$$

přes celou plochu scény a všechny směry
(virtuální senzory musí být součástí scény,
nenulový příspěvek pouze na ploše senzoru kvůli W_e)

Příklad: Zářivý tok přes oblast jako měřicí rovnice



- Dána oblast S

$$S \subset M \times H$$

(podmnožina povrchu scény a příslušných směrů)

- Pro W_e definované

$$W_e(x,\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } (x,\omega) \in S \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

je výsledkem měřicí rovnice **zářivý tok Φ(S)**.

Měřicí rovnice jako skalární součin funkcí

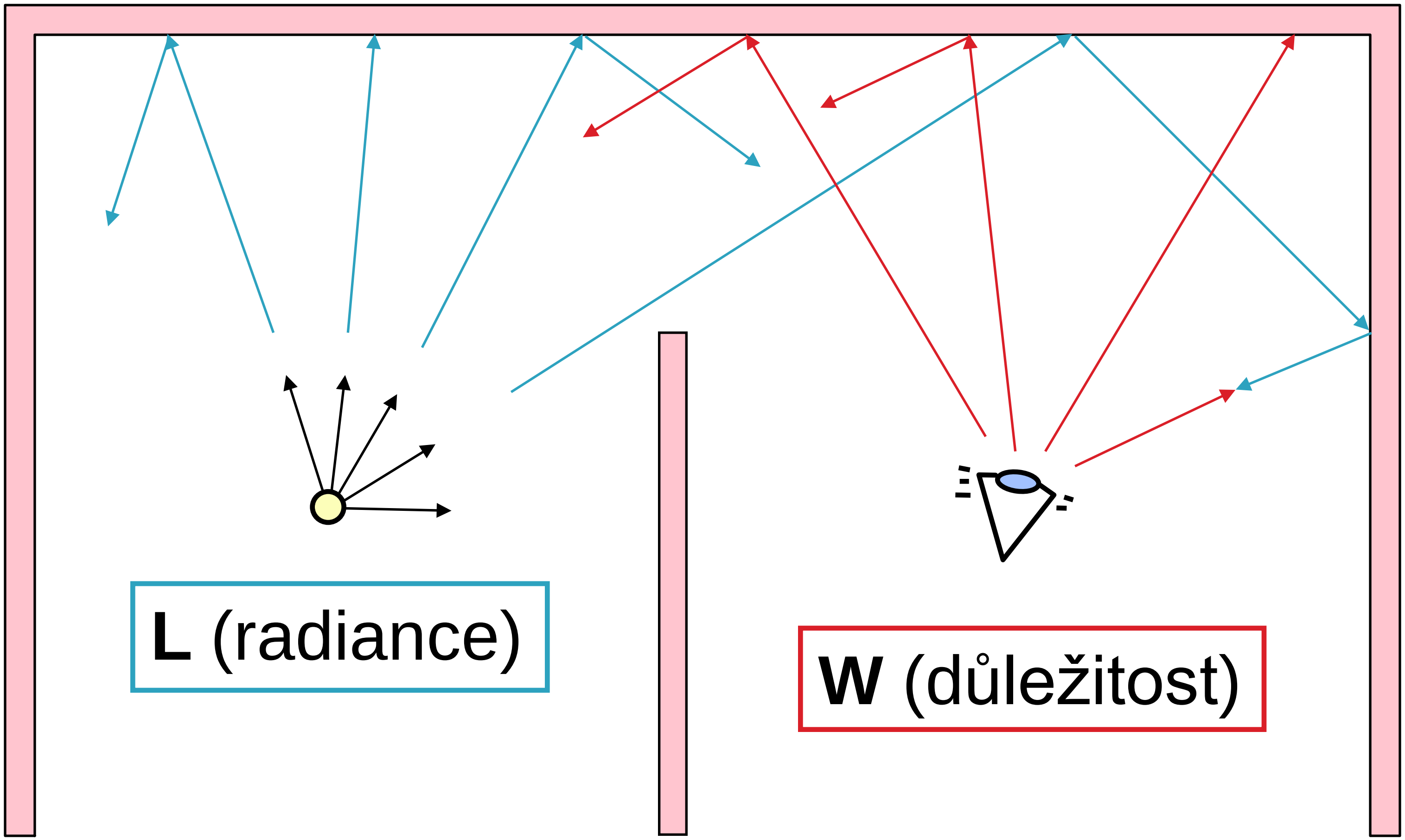
- Definujeme **skalární součin funkcí *f* a *g***:

$$\langle f, g \rangle = \int_M \int_{H(\mathbf{x})} f(\mathbf{x}, \omega) \cdot g(\mathbf{x}, \omega) \cdot \cos\theta \, \mathrm{d}\omega \, \mathrm{d}A$$

- **Měřicí rovnice**

$$\boxed{I = \langle W_\mathrm{e}, L_\mathrm{i} \rangle}$$

Propagace radiance a důležitosti



Důležitost (importance)

- W_e popisuje, jak důležitá je příchozí radiance pro odezvu senzoru
- 1 krok do scény: Příchozí radiance na senzoru = odchozí radiance z bodů scény
- 2, 3, … kroky do scény: …

- W_e interpretujeme jako veličinu emitovanou ze senzorů (stejně jako je radiance L_e emitovaná ze zdrojů světla)

- Takto interpretovanou veličinu W_e nazýváme

  emitovanou funkcí důležitosti

  (emitted importance function, emitted potential function)

Přenos důležitosti

- Funkce důležitosti se přenáší podobně jako radiance a dosahuje **ustáleného stavu** popsaného **ustálenou funkcí důležitosti *W***:

$$W(\mathbf{x},\omega_\mathrm{o}) = W_\mathrm{e}(\mathbf{x},\omega_\mathrm{o}) + \int_{H(\mathbf{x})} W(\mathrm{r}(\mathbf{x},\omega_\mathrm{i}),-\omega_\mathrm{i}) \cdot \underline{f_r(\mathbf{x},\omega_\mathrm{o}\to\omega_\mathrm{i})} \cdot \cos\theta_\mathrm{i}\,\mathrm{d}\omega_\mathrm{i}$$

Jako zobrazovací rovnice, s tím rozdílem,
že argumenty BRDF jsou přehozeny
(pro odraz identické, nikoli však pro lom)

Dualita důležitosti a radiance

emitovaná importance

ustálená příchozí radiance

$$\boxed{\begin{aligned} I &= \langle W_{\mathrm{e}}, L_{\mathrm{i}} \rangle \\ &= \langle W_i, L_{\mathrm{e}} \rangle \end{aligned}}$$

ustálená příchozí importance

emitovaná radiance

Dualita důležitosti a radiance

- V dané scéně je pouze jediná emitovaná a ustálená funkce radiance

- Ale **každý pixel má jinou emitovanou a ustálenou funkci důležitosti**

Dualita v praxi: Sledování světla

- Sledovní cest (path tracing)
  - Rekurzivne řeší zobrazovací rovnici

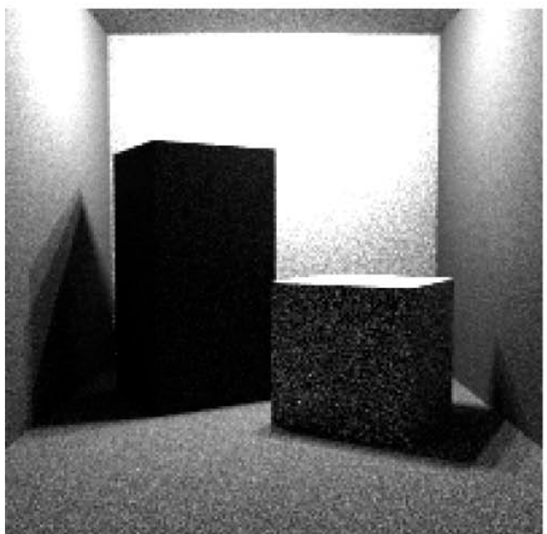
- **Sledovní světla (light tracing)**
  - Rekurzivně řeší rovnici přenosu důležitosti

  - Cesty začínají na zdrojích světla
  - Mohou náhodně zasáhnout senzor
  - Nebo explicitní napojení na senzor (jako přímé osvětlení v PT)
  - **Pozor**: argumenty BRDF musí být obráceny

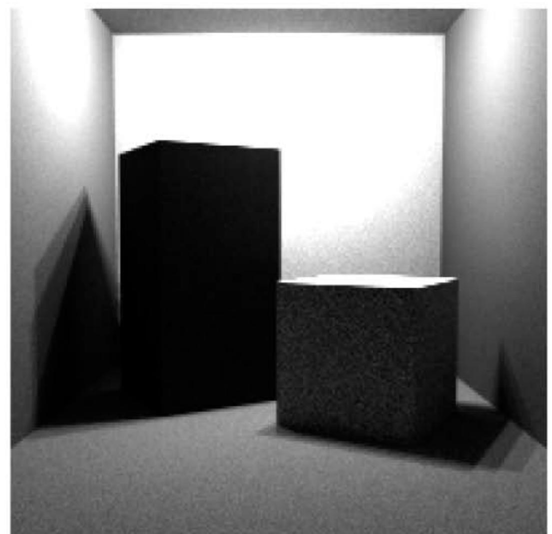
Sledování světla (light tracing) v praxi

100,000 light rays

1,000,000 light rays



10,000,000 light rays



100,000,000 light rays

Image: Dutre et al. Advanced Global Illumination

Sledování světla (light tracing) v praxi

- Obvykle mnohem menší účinnost než PT
- Může být účinnější pro některé světelné efekty (kaustiky)
- Základ obousměrných metod:
  - Obousměrné sledování cest (bidirectional path tracing, BPT)
  - photon mapping, etc.

Obousměrné sledování cest (BPT) vs. Sledování cest (PT)

BPT, 25 vzorků (cest) na pixel

PT, 56 vzorků (cest) na pixel

Image: Eric Veach

Přenos světla jako integrál přes prostor cest

Transport světla jako integrál

- **Cíl:** místo integrální rovnice chceme formulovat transport světla jako integrál přes cesty:

Příspěvek cesty x k hodnotě pixelu („contribution function)

Míra na množině světelných cest

$$\boxed{I_j = \int_{\Omega} f_j(\bar{x})\, \mathrm{d}\mu(\bar{x})}$$

Hodnota ("měření") j-tého pixelu

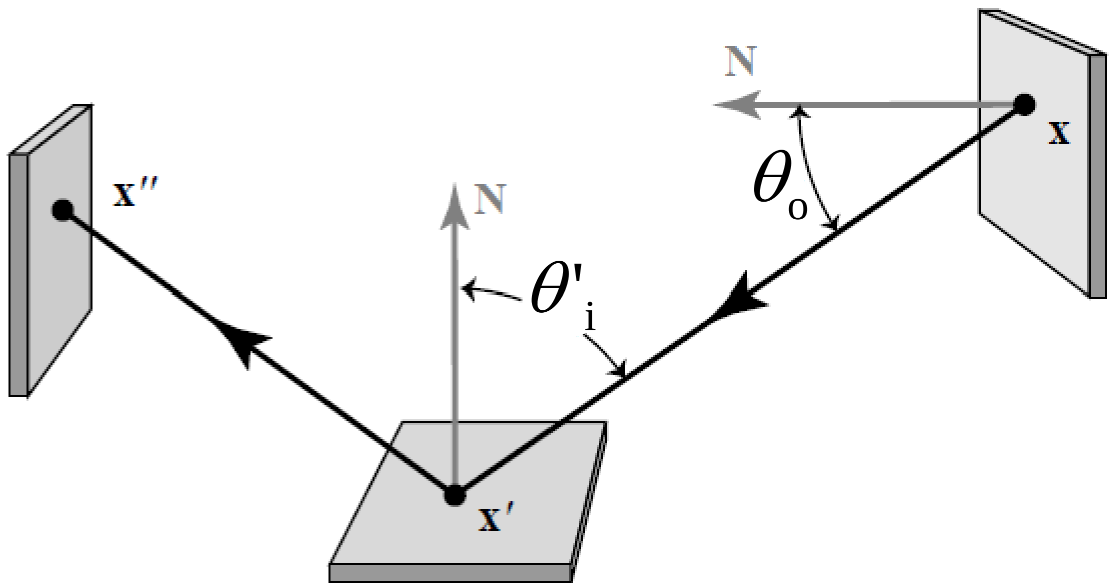
Prostor všech světelných cest
Spojujících zdroj světla s pixelem *j*

Transport světla jako integrál

- **Výhoda**
  - Možnost aplikovat klasické MC metody
  - Aplikace kombinovaných estimátorů (MIS)
  - Aplikace Metropolis vzorkování

Tříbodová formulace přenosu světla

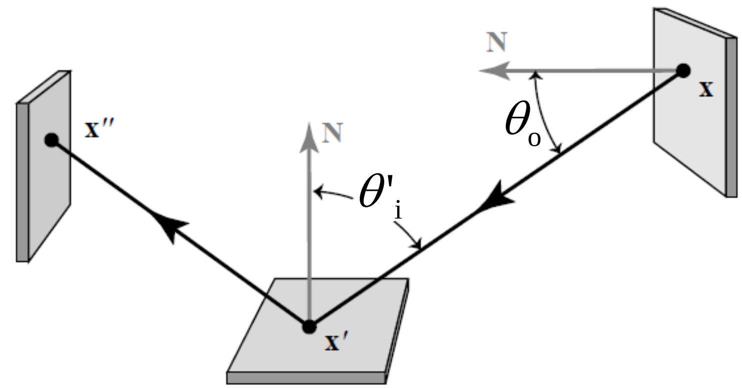
- Eliminace směrů (pouze body na ploše)



$$L(\mathbf{x} \to \mathbf{x}') \equiv L(\mathbf{x}, \omega)$$

$$f_r(\mathbf{x} \to \mathbf{x}' \to \mathbf{x}'') \equiv f_r(\mathbf{x}', \omega_i \to \omega_o)$$

Zobrazovací rovnice v 3b formulaci



$$L(\mathbf{x}' \to \mathbf{x}'') = L_e(\mathbf{x}' \to \mathbf{x}'') +$$
$$+ \int_M L(\mathbf{x} \to \mathbf{x}') \cdot f_r(\mathbf{x} \to \mathbf{x}' \to \mathbf{x}'') \cdot G(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}')\, dA_{\mathbf{x}}$$

$$G(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}') = V(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}') \frac{\left|\cos\theta_o \cos\theta_i'\right|}{\left\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\right\|^2}$$

Měřicí rovnice v 3b formulaci

$$I_j = \int_{M \times M} W_{\mathrm{e}}^{(\mathrm{j})}(\mathbf{x} \to \mathbf{x}') \cdot L(\mathbf{x} \to \mathbf{x}') \cdot G(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}') \, \mathrm{d}A_{\mathbf{x}} \, \mathrm{d}A_{\mathbf{x}'}$$

Důležitost emitovaná z **x**’ do **x**

(Značení: šipka = směr šíření světla, nikoli důležitosti)

x’ … na senzoru

x … na ploše scnény

Definice „funkce příspěvku“ (contribution function)

- Např.

$$\bar{x} = \mathbf{x}_0\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3$$

$$\begin{aligned} f_j(\bar{x}) \quad = \quad & L_\mathrm{e}(\mathbf{x}_0 \to \mathbf{x}_1)\, G(\mathbf{x}_0 \leftrightarrow \mathbf{x}_1)\; f_r(\mathbf{x}_0 \to \mathbf{x}_1 \to \mathbf{x}_2) \\ & \cdot G(\mathbf{x}_1 \leftrightarrow \mathbf{x}_2)\; f_r(\mathbf{x}_1 \to \mathbf{x}_2 \to \mathbf{x}_3) \\ & \cdot G(\mathbf{x}_2 \leftrightarrow \mathbf{x}_3)\, W_\mathrm{e}^{(j)}(\mathbf{x}_2 \to \mathbf{x}_3) \end{aligned}$$

Definice „funkce příspěvku“ (contribution function)

- Z rekurzivní expanze 3b formulace zobrazovací rce

$$
\begin{aligned}
f_j(\overline{x}) \quad = \quad & L_{\mathrm{e}}(\mathbf{x}_0 \to \mathbf{x}_1)\, G(\mathbf{x}_0 \leftrightarrow \mathbf{x}_1)\ W_{\mathrm{e}}^{(j)}(\mathbf{x}_{k-1} \to \mathbf{x}_k) \\
& \cdot \prod_{i=1}^{k-1} f_r(\mathbf{x}_{i-1} \to \mathbf{x}_i \to \mathbf{x}_{i+1})\, G(\mathbf{x}_i \leftrightarrow \mathbf{x}_{i+1})
\end{aligned}
$$

Míra na prostoru cest

Ω_k ... množina cest délky *k*

$$\bar{x} = \mathbf{x}_0 \mathbf{x}_1 \ldots \mathbf{x}_k$$

diferenciální míra pro cesty délky *k*

$$d\mu(\bar{x}) = d\mu(\mathbf{x}_0 \ldots \mathbf{x}_k) = dA_{\mathbf{x}_0} \cdots dA_{\mathbf{x}_k}$$

Obor integrace

$$\Omega = \bigcup_{k=1}^{\infty} \Omega_k$$ množina cest všech možných délek

Transport světla jako integrál

$$\boxed{I_j = \int_{\Omega} f_j(\bar{x})\, d\mu(\bar{x})}$$

Aplikace integrálu přes cesty

$$I_j = \int_\Omega f_j(\overline{x})\, d\mu(\overline{x})$$

Odhad integrálu pomocí klasických Monte Carlo metod:

$$I_j \approx \frac{f_j(\bar{X})}{p(\bar{X})}$$

Jak definovat a spočítat hustotu na prostoru cest?

Hustota p-nosti na prostoru cest

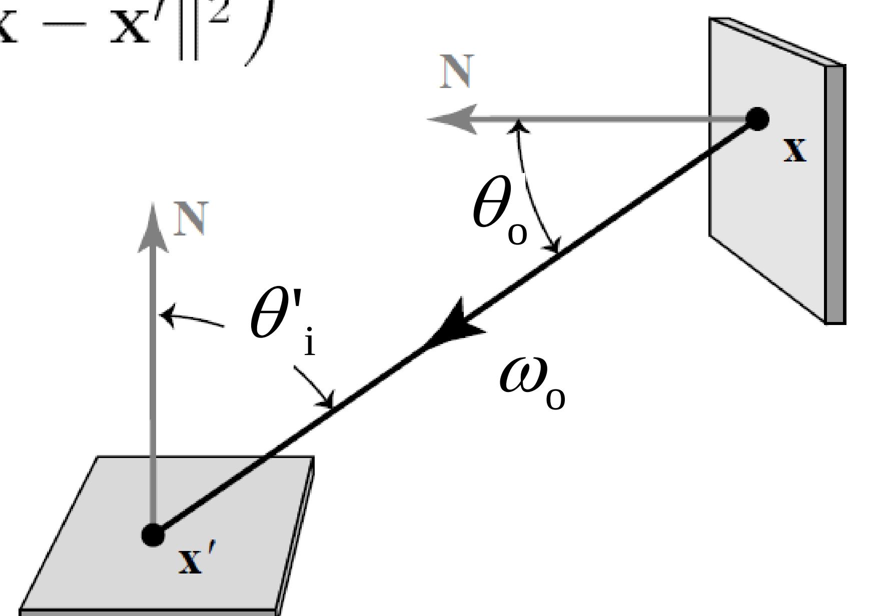
- Hustota pravděpodobnosti cesty
  - součin hustot pro jednotlivé vrcholy (vzhledem k plošné míře)

- Hustoty pro vrcholy
  - Zdroj světla, čočka – dáno
  - Vzorkování směru …

Hustota pro vzrokování směru

- Hustota p-nosti není invariantní vůči míře
- Nutno konvertovat z dω na dA

$$p(\mathbf{x}') = p(\omega_o) \left(\frac{|\cos(\theta_i')|}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|^2} \right)$$



Path tracing v jako integrál přes prostor cest

- Path tracing je jedna možná technika pro vzorkování světlených cest

- Hustota vzorkování cesty: vykrátí se geometrické faktory

Light tracing v jako integrál přes prostor cest

- Light tracing je jen jiná možná technika pro vzorkování světlených cest
- Hustota vzorkování cesty
- (Geometrické faktory se nevykrátí při použití stínovacích normál)

Obousměrné sledování cest (Bidirectional path tracing)

Obousměrné sledování cest

- Kombinace různých vzorkovacích technik pro integrál na prostoru cest

$$I_j = \int_\Omega f_j(\bar{x})\,\mathrm{d}\mu(\bar{x})$$

Vzorkovací strategie

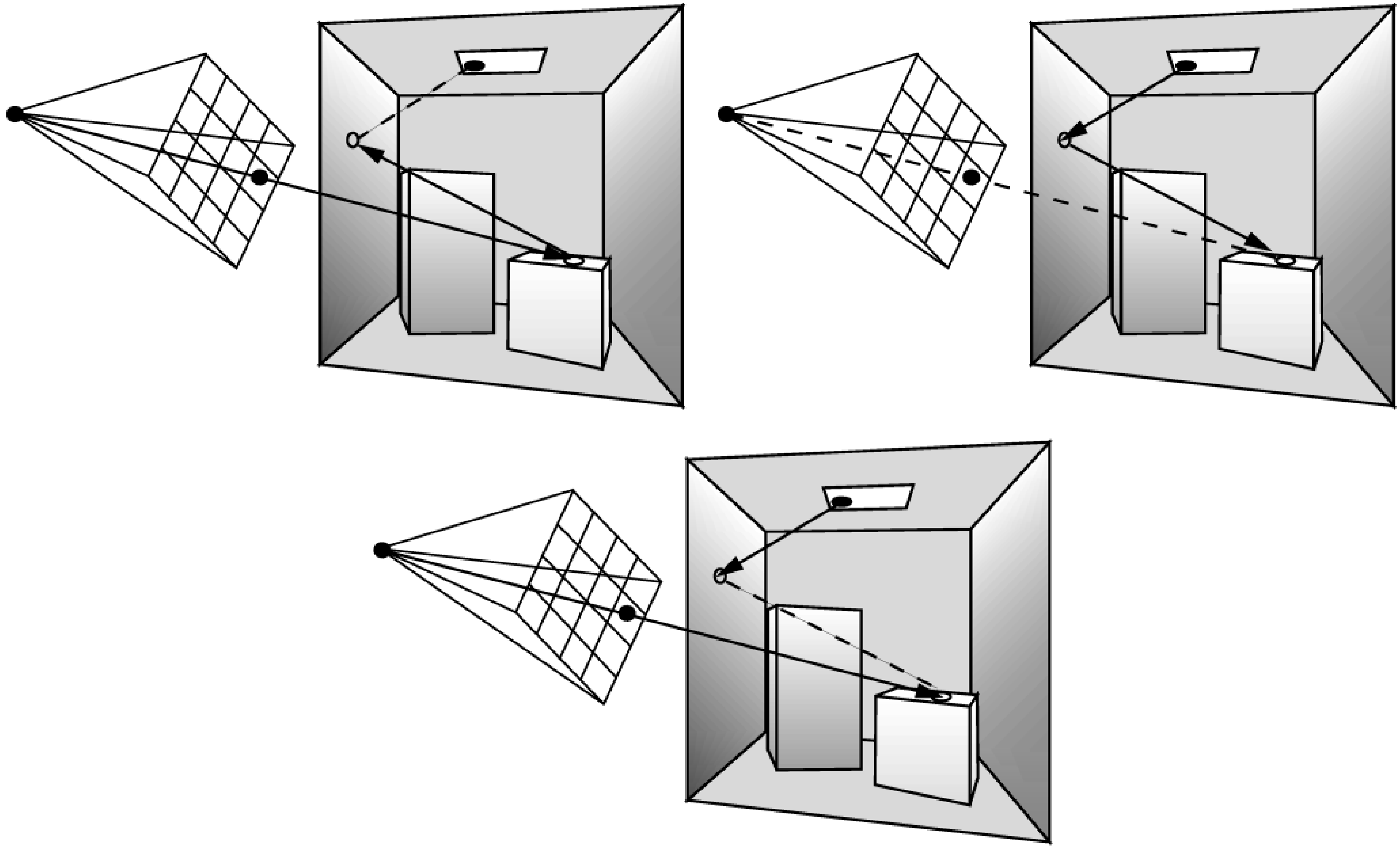


Image: Dutre et al. Advanced Global Illumination

Obousměrné sledování cest

- Zobecnění kombinované strategie pro výpočet přímého osvětlení v path traceru
- Přímé osvětlení
  - Různé strategie nalezení vzorkování bodu na zdroji světla
- BPT
  - Různé strategie generovaní **celých světelných cest**

Obousměrné sledování cest

- Světelná cesta
  - Funkce příspěvku $f_j()$ **nezávisí** na způsobu vzorkování
  - Hustota pravděpodobnosti **závisí** na způsobu vzorkování

Vzorkovací techniky v BPT

Příklad: Čtyři vzorkovací techniky pro $k = 2$

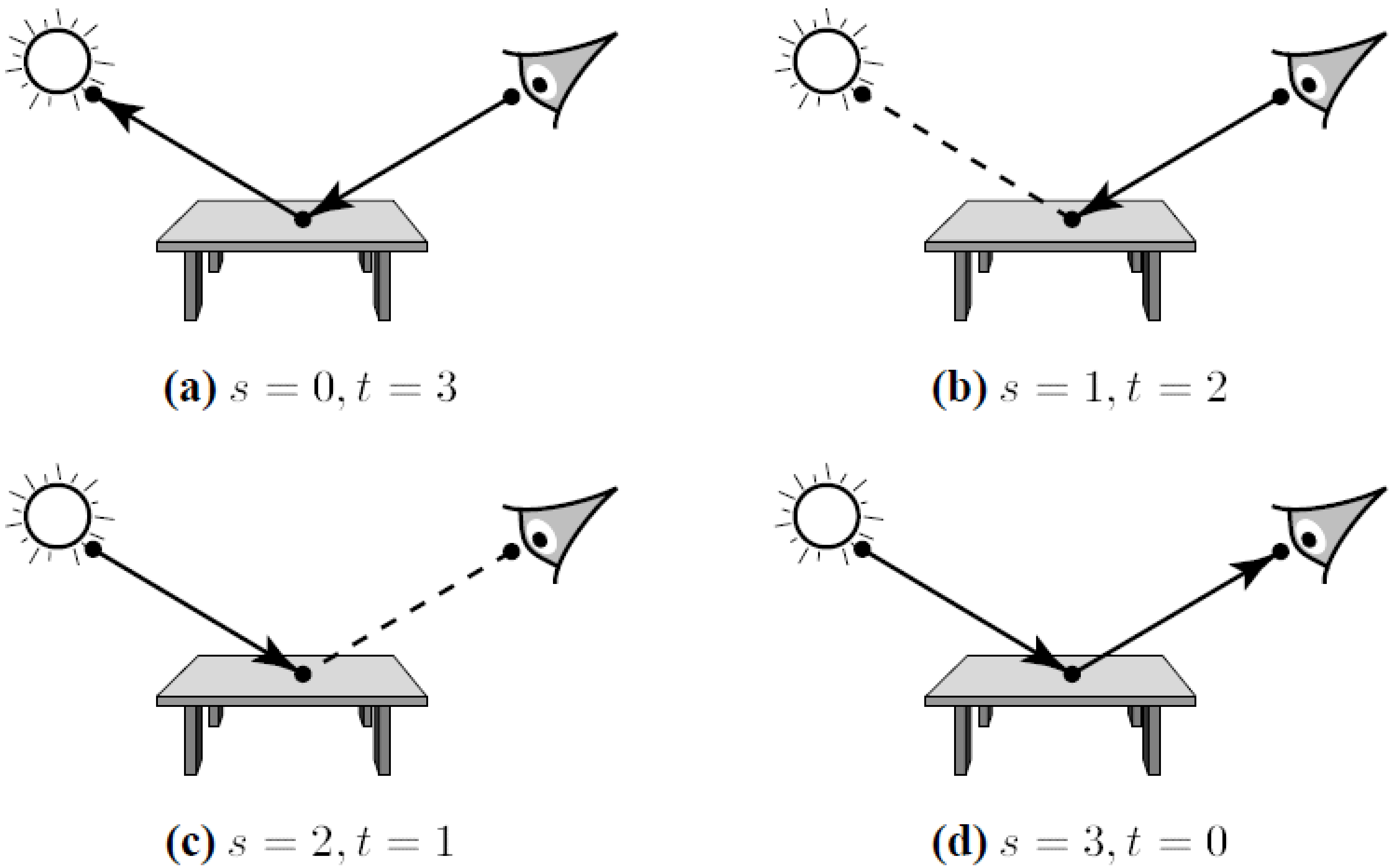


Image: Eric Veach

Vzorkovací techniky v BPT

- Podcesta o t vrcholech vzorkovaná z kamery
- Podcesta o s vrcholech vzorkovaná ze světla
- Spojovací segment délky 1
- Celková délka cesty: $k = s + t - 1$ (segmentů)

- $k+2$ možností pro generování cesty délky k

Vzorkovací techniky v BPT

- Každá technika má **jinou hustotu** $\boldsymbol{p_{s,t}}$
- Každá je účinná při vzorkování jiných světelných efektů
- Všechny techniky odhadují **stejný integrál**

Kombinace vzorkovacích technik

- Kombinovaný estimátor (MIS)

$$F = \sum_{s\geq 0} \sum_{t\geq 0} w_{s,t}(\bar{x}_{s,t}) \frac{f_j(\bar{x}_{s,t})}{p_{s,t}(\bar{x}_{s,t})}$$

kombinační strategie
(např. vyvážená heuristika)

Implementace: Generování cest po skupinách

- Generuj podcestu náhodné délky **od světla**

$$\mathbf{y}_0 \ldots \mathbf{y}_{n_L-1}$$

- Generuj podcestu náhodné délky **od kamery**

$$\mathbf{z}_{n_E-1} \ldots \mathbf{z}_0$$

- Spoj každý **prefix cesty od světla** s každým **sufixem cesty od kamery**

$$\bar{x}_{s,t} = \mathbf{y}_0 \ldots \mathbf{y}_{s-1}\,\mathbf{z}_{t-1} \ldots \mathbf{z}_0$$

(cesta = vzorek z hustoty $p_{s,t}$)

Generování cest po skupinách

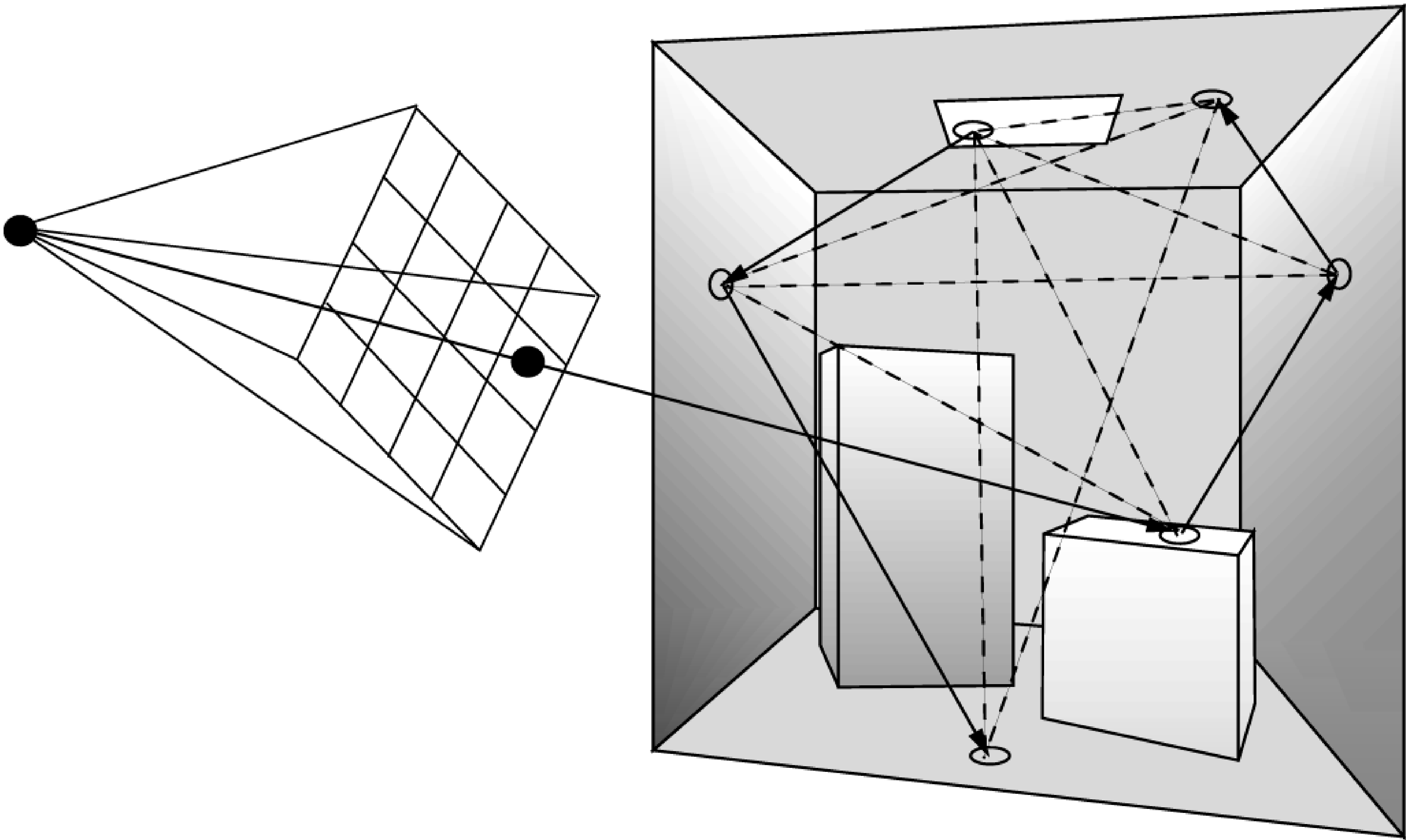
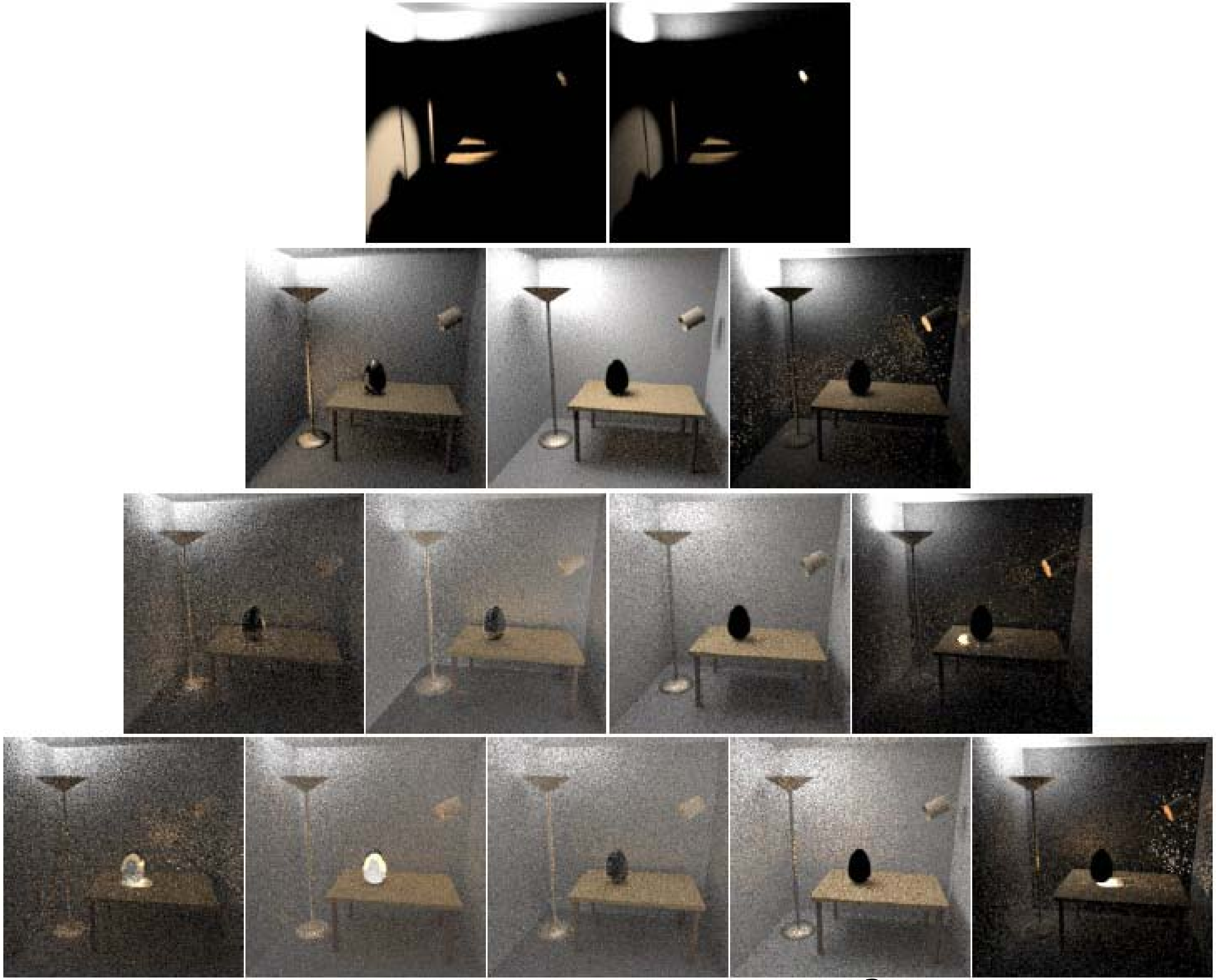


Image: Dutre et al. Advanced Global Illumination



$k = 2$
(2x)

$k = 3$
(4x)

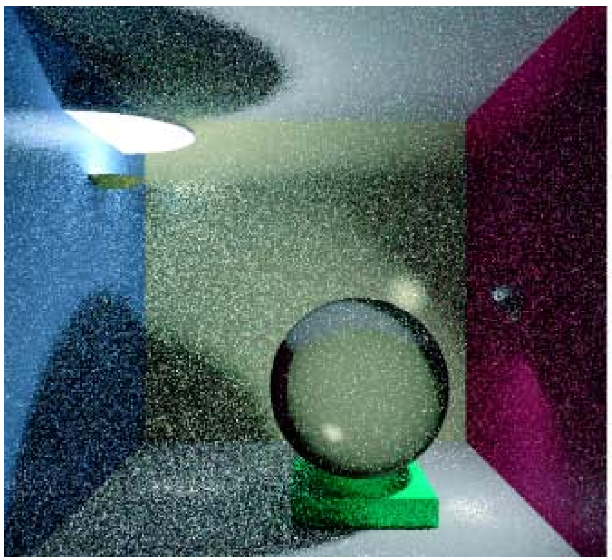
$k = 4$
(8x)

$k = 5$
(16x)

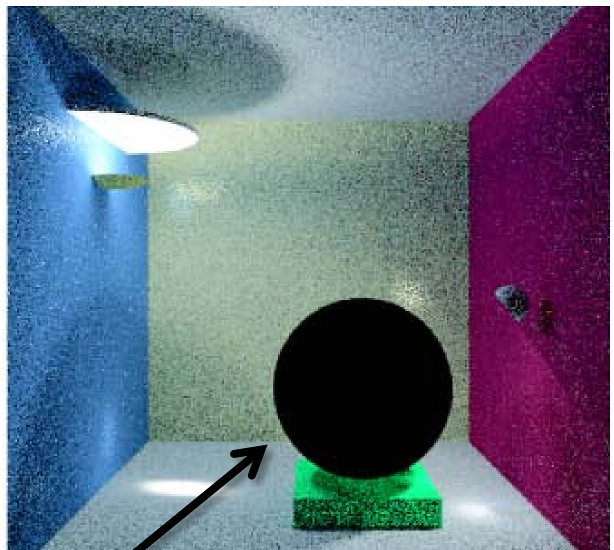
$s = 1$ $s = 2$ … $t = 2$ $t = 1$

s / t = počet vrcholů na podcestě od světla / kamery

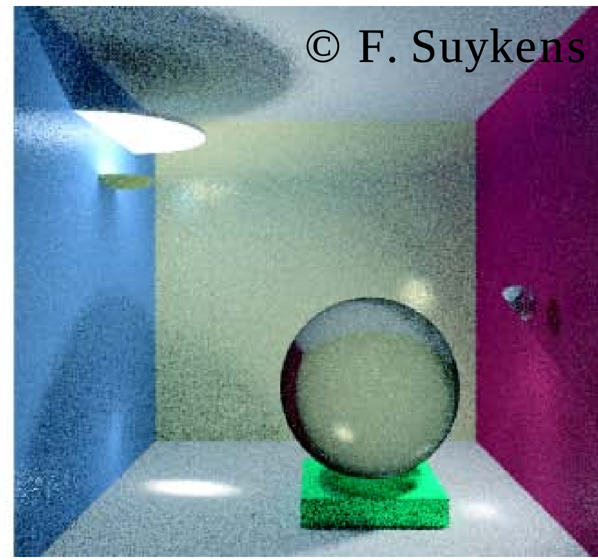
Porovnání algoritmů



Path tracing



Light tracing



Bidirectional path tracing

Kvíz: Proč je skleněná koule černá?

Konec

E. Veach: ***Robust Monte Carlo methods for light transport simulation***, PhD thesis, Stanford University, 1997, pp. 219-230, 297-317

http://www.graphics.stanford.edu/papers/veach_thesis/