M	$\lvert S_F \rvert$	F$_{max}$	Mem
5	5×3	5	1.4k
7	7×7	13	4.6k
9	9×11	34	9.3k
11	11×15	89	15.5k
13	13×19	233	23.2k
15	15×23	610	32.3k

Tabulka 4.1: Vlastnosti aproximace vyzařovacích funkcí

to, aby soubory obsahující popis scény nebyly příliš velké a též aby bylo možné nad touto maticí provádět požadované operace dostatečně rychle. Hodnoty 13 a výše již vyžadují použití Fourierovských procesorů, také paměťové nároky jsou v tomto případě již značné. Maximální kmitočty pak umožňují postižení směru propagované energie až příliš dokonale, dostáváme se na úroveň ray-tracingu s jeho ideálními zrcadly, ostrými stíny atd. V rámci zobrazovaných scén však často požadujeme právě generaci polostínů, drobně zkreslující zrcadla a další jevy, jejichž společnou vlastností je to, že snižují maximální kmitočet potřebný pro dostatečně přesný popis jednotlivých vyzařovacích funkcí. Může se pak stát, že např. pro $M = 17$ je maximální aproximační kmitočet $F_{max} = 1597$ zbytečně vysoký a bylo by daleko výhodnější použít mezní kmitočet nižší a místo toho zmenšit chybu aproximace. Toho lze dosáhnout větším "nahuštěním" jednotlivých kmitočtů v rámci daného rozsahu. I v tomto případě lze použít Fibonacciho posloupnosti, výhodná je např. následující posloupnost:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_2 &= 1 \\ F_{n+1} &= F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{pro} \quad n \geq 3 \end{aligned} \tag{4.70}$$

Po vynechání počátečních duplicitních kmitočtů dostáváme řadu kmitočtů odpovídající zhruba posloupnosti 1.325^n, několik prvních členů vypadá takto:

$$F' = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, 28, 37, 49, 65, 86, 114\} \tag{4.71}$$

Pro $M = 17$ klesne při použití řady (4.71) místo standardní řady (4.64) maximální kmitočet na stále ještě dostatečně vysokou hodnotu 114, oproti původní posloupnosti je však kmitočtový rozsah proložen podstatně hustěji, což se samozřejmě projeví znatelným poklesem chyby aproximace jednotlivých vyzařovacích funkcí.

Nyní, kdy jsme si v několika bodech shrnuli celou realizaci jednotlivých vyzařovacích funkcí, porovnejme náš přístup s ostatními dosud publikovanými metodami. Vzhledem k tomu, že jediným doposud použitelným řešením je postup popsaný v článku [SAWG91], bude srovnání provedeno pouze s ním. Ostatní metody postihující směr energie propagované scénou (např. [CRMT91] či [ICG86]) nelze považovat po stránce reprezentace vyzařovacích funkcí za plnohodnotná řešení, nebudeme se jimi proto dále zabývat.

Shrneme-li všechny vlastnosti metody [SAWG91], dojdeme k závěru, že se jedná o značně rozporuplné řešení. Některé části radiačního výpočtu jsou velice komplikované a nepřirozené, jiné jsou naopak příliš zjednodušené a značně zkreslují celé řešení. Metoda používá aproximaci jednotlivých vyzařovacích funkcí systémem funkcí stejně jako v našem případě, jako aproximační systém je použit tzv. systém normalizovaných sférických harmonických funkcí (*normalized spherical harmonics*). Ve volbě aproximačního systému lze, alespoň dle mého názoru, spatřovat hlavní nevýhodu celého postupu. Systém je velice složitý, jednotlivé funkce jsou definovány jako kombinace tzv. *asociovaných Legenderových polynomů* (kde např. stupně jednotlivých členů nejsou celá čísla) s trigonometrickými funkcemi sinus a kosinus. Tento systém, jehož přesnou definici lze nalézt v citovaném článku, je docela výhodný pro aproximaci tvarově jednodušších funkcí (nejlépe s jedním výraznějším maximem), při popisu obecnějších vyzařovacích funkcí, které se vyskytují v jednotlivých scénách, však aproximace selhává. Při požadavku dostatečné přesnosti je pak třeba uchovávat velké množství koeficientů, nebo (jak je tomu v popisované metodě) aproximaci vyšších kmitočtů zpřesnit současným použitím ray-tracingu, který celou metodu dále komplikuje a zpomaluje. Jedinou výhodou aproximačního systému je jeho ortonormalita a možnost snadného provádění operací nad vektory vah podobně, jak bylo popsáno v předchozí kapitole. Použití zcela obecných distribučních funkcí pro jednotlivé povrchy také není příliš šťastným řešením, neboť vlastní stanovení distribuční funkce pro zadaný povrch je značně složité, jednotlivé funkce se často získávají odměřením fyzikálních vlastností skutečného materiálu. Uložení všech distribučních funkcí je navíc paměťově značně náročné, v uvedené metodě byly proto použity aproximace těchto funkcí pomocí kubických splinů, tj. další komplikace již tak složitého postupu. metoda jako celek používá vystřelovací algoritmus a aktualizaci typu vrchol – plošný element. Povrch jednotlivých objektů je reprezentován pomocí obdélníkových plošek, je postižen pouze odraz světla, nikoliv jeho lom.

Směrová metoda popsaná v této práci na výše uvedenou metodu navazuje, všechny nevyhovující části celého radiačního výpočtu však byly zcela odstraněny nebo alespoň přepracovány a vylepšeny. Byla zachována aproximace vyzařovacích funkcí funkčními řadami, za aproximační systém však byl místo sférických harmonických funkcí zvolen zobecněný trigonometrický systém, který má mnohem výhodnější vlastnosti. Při zhruba stejných paměťových i časových požadavcích lze (hlavně díky výběru koeficientů jednotlivých funkcí) dosáhnout mnohem přesnějšího vystižení tvaru jednotlivých vyzařovacích funkcí a též zcela vyloučit nutnost použít v rámci vlastního radiačního výpočtu ray-tracing. Distribuční funkce jsou generovány automaticky z několika "přirozených" parametrů odpovídajících povrchů, není nutné je pro každý typ materiálu a povrchu explicitně definovat (podrobněji viz kapitola 4.8). Pro reprezentaci povrchu lze použít značně univerzální trojúhelníkové pláty, střílecí algoritmus pracuje s velice výhodnou aktualizací typu vrchol – vrchol (viz kapitola 4.9). Metoda umí postihnout jak odraz, tak i lom světelné energie, umožňuje také simulovat jevy související s průchodem světla reálným prostředím.

Celkově lze říci, že metoda popsaná v článku [SAWG91] je vhodnější pro scény s menším počtem světelných zdrojů (tj. s tvarově méně složitými vyzařovacími funkcemi), v obecných scénách s mnoha zdroji je lepší použít námi navrhnutou metodu, jejíž přesnost je sice v některých speciálních případech menší, ale nezávisí na složitosti jednotlivých vyzařovacích funkcí, jak tomu bylo v předchozí metodě.

4.8 Realizace distribučních funkcí

Poté, co jsme si v předchozí kapitole popsali realizaci vyzařovacích funkcí, věnujme se nyní realizaci funkcí distribučních. Nejprve si tedy zopakujme základní vlastnosti těchto funkcí tak, jak byly uvedeny v kapitole 4.4.4.

Distribuční funkce charakterizují optické vlastnosti jednotlivých povrchů použitých ve scéně, jedná se vlastně o popis, jak každý povrch rozptyluje dopadající světelnou energii. V naší metodě jsou použity *alternativní anizotropní distribuční funkce* Ψ, jejichž definice je následující:

$$\Psi(\alpha_{in}, \lambda) = \Phi^{elem}_{\alpha_{in},\lambda}(\alpha, \beta) \tag{4.72}$$

Jedná se tedy o funkce závisející na odchylce směru dopadajícího světelného paprsku od normály daného povrchu α_{in} a dále na vlnové délce přicházejícího světla λ, hodnotami těchto funkcí jsou *elementární vyzařovací funkce* plošky generované odpovídajícím světelným paprskem. Závislost na vlnové délce je vyřešena použitím tří barevných složek funkce ve formě tzv. RGB struktury, jak je uvedeno v kapitole 4.4.6. Pro každý typ povrchu tedy stačí umět realizovat funkci typu $\Psi(\alpha) = \Phi$, která z vlastností daného povrchu určí k světelnému paprsku dopadajícím pod úhlem α jemu odpovídající vyzařovací funkci Φ. Všechny vyzařovací funkce Φ jsou v naší metodě reprezentovány vektorem váhových koeficientů $\widetilde{\Phi}$, pro jednotlivé typy povrchů tedy potřebujeme popsat přechod $\alpha \rightarrow \widetilde{\Phi}^{elem}_{\alpha}$ – tj. pro daný materiál a úhel α určit vektor vah odpovídající generované elementární vyzařovací funkci. Tato funkce je pak použita při propagaci světelné energie mezi jednotlivými ploškami tak, jak bylo popsáno v kapitole 4.6.1.

Přestože jsou použity anizotropní distribuční funkce (tj. vlastnosti povrchů nezávisí na směru, odkud dopadá daný světelný paprsek, přesněji na odchylce β mezi směrem dopadajícího paprsku a hlavním směrem plochy), odpovídající vyzařovací funkce samozřejmě na směru, odkud paprsek přichází, závisí, neboť je potřeba vystihnout směr odraženého resp. lomeného paprsku. Celou závislost lze však realizovat velice jednoduše – generovaná vyzařovací funkce bude odpovídat paprskům přicházejícím ze směru odpovídajícího hlavnímu směru plochy, pro jiné směry stačí celou funkci otočit kolem normály daného povrchu o úhel β. Právě pro tuto orientaci elementárních vyzařovacích funkcí byla v kapitole 4.7.5 definovaná operace rotace.

Distribuční funkce jednotlivých povrchů jsou v radiačních systémech realizovány nejčastěji ve formě zvláštního souboru (v tzv. *knihovně povrchů*), kde jsou pro všechny typy použitých povrchů popsány jim odpovídající distribuční funkce. Tyto funkce pak není nutné uchovávat v rámci jednotlivých plošek jako funkce vyzařovací, stačí pouze odkaz do dané knihovny (poznamenejme, že jednotlivé vyzařovací se v rámci radiačního výpočtu nemění, lze je proto sdílet). Formát knihoven povrchů značně závisí na použitém světelném modelu, často se např. uvažují distribuční funkce závislé pouze na parametrech daného materiálu (tj. nezávislé na úhlu dopadu světelného paprsku), někdy je zjednodušení tak velké, že dané distribuční funkce není nutné vůbec explicitně uchovávat, tyto funkce se pak určují vždy znovu. Existují však i metody, kde se uvažuje i závislost na směru, odkud paprsek přichází, jeho polarizaci, pozici na plošce atd., značné paměťové i časové nároky však činí tyto metody prakticky nepoužitelnými.

V naší směrové metodě potřebujeme pro každý typ povrchu určit závislost jedotlivých vektorů vah na úhlu dopadu světelného paprsku. Pro uchování váhových koeficientů je použit oblíbený postup – interpolace jejich hodnot spline funkcemi. Jednotlivé koeficienty jsou definovány pouze v několika úhlech (zcela postačuje 5 - 10 vzorků pro celý rozsah 0 až 90 stupňů), hodnota vektoru vah pro daný úhel je pak určena postupně koeficient po koeficientu z odpovídajících interpolačních funkcí. Tento postup je po stránce paměťových nároků značně úsporný (paměť potřebná pro charakteristiku tvaru distribuční funkce odpovídá pouze několikanásobku paměti potřebné pro uložení vyzařovací funkce jediného vrcholu scény), také rychlost je i v případě směrových metod dostatečná.

Jednotlivé distribuční funkce lze samozřejmě definovat zcela libovolně, většinou se ale snažíme o co nejpřesnější vystihnutí reálných povrchů. Ideální je distribuční funkci stanovit přímo měřením optických vlastností skutečného materiálu, mnohdy však není tento postup možný a funkce se určuje pomocí nejrůznějších světelných modelů. Jednoduché modely (např. Phongův světelný model [Pho75]) není příliš vhodné ve směrových metodách používat (jejich nedostatečná kvalita totiž negativně ovlivňuje celé radiační řešení), dokonalejší modely (např. model Torrance–Sparrow [TS67]) zase vyžadují zadání mnoha optických parametrů povrchu, které nemusí být vždy jednoduché určit. V našem případě je proto použita radiační modifikace Straussova světelného modelu, který je jistým kompromisem mezi kvalitou a množstvím parametrů, kterými je popsán každý povrch.

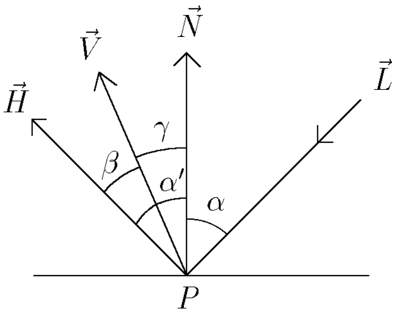
Straussův světelný model vznikl jako zjednodušení modelu Cook–Torrance [CT82], cílem při jeho návrchu bylo umožnit jednotlivé povrchy charakterizovat co nejpřirozenějšími parametry, které by navíc byly navzájem nezávislé. Parametry standardních světelných modelů jsou totiž jisté číselné koeficienty, které nic nevypovídají o daném povrchu a mezi nimiž existují často značně složité závislosti. Určení těchto koeficientů pro konkrétní povrchy není snadné, jejich nevhodnou volbou lze "pokazit" i celé radiační řešení dané scény. Paul Strauss proto ve svém světelném modelu použil pro charakteristiku každého povrchu následujících pět parametrů:

- barvu povrchu C – např. RGB-vektor s hodnotami složek v rozmezí 0 až 1
- hladkost povrchu s – pro ideálně matná tělesa je $s = 0$, pro ideální zrcadla pak $s = 1$
- koeficient kovovosti m – $m = 0$ pro nekovové látky až $m = 1$ pro kovy
- koeficient průhlednosti t – neprůhledná těleta mají $t = 0$, absolutně průhledná tělesa mají naopak $t = 1$

je vidět, že stanovit uvedené parametry pro požadovaný typ povrchu je velice přirozené, jednotlivé parametry jsou navíc na sobě zcela nezávislé. Daný světelný model byl vyvinut pro ray-tracingový animační systém BAGS, jeho podrobný popis lze nalézt v článku [Str90]. V následujících odstavcích bude nejprve celý model stručně charakterizován, dále bude následovat jeho modifikace pro naši směrovou radiační metodu.

Vyjděme ze situace znázorněné na obrázku 4.14: Pozorovatel se dívá na bod plochy P ve směru vektoru $\vec{V}$, na plochu dopadá ze směru $\vec{L}$ světelný paprsek o intenzitě I, vektor $\vec{H}$ určuje směr ideálně odraženého paprsku a $\vec{N}$ je normálový vektor dané plochy.

Straussův světelný model uvažuje všechny tři složky odraženého světla (viz obrázek 4.10 v kapitole 4.4.4), směrová difúzní složka je však sloučena se složkou



Obr. 4.14: Straussův světelný model

zrcadlovou. Intenzita odraženého světla se tedy určuje ze vztahu:

$$I_r = I \cdot (Q_d + Q_s) \tag{4.73}$$

kde I je intenzita dopadající světelné energie a koeficienty Q_d a Q_s určují množství difúzní resp. zrcadlové složky v daném směru. Koeficient Q_d se určí z následujících rovnic, jedná se o přímou aplikaci Lambertova zákona:

$$\begin{aligned} Q_d &= d \cdot r_d \cdot C \cdot \cos\alpha \\ d &= 1 - m \cdot s \\ r_d &= (1 - s^3) \cdot (1 - t) \end{aligned} \tag{4.74}$$

Určení koeficientu Q_s je již složitější, v rámci tohoto koeficientu je totiž třeba postihnout závislost intenzity odražené energie na úhlu dopadu α. Výpočet probíhá následovně:

$$\begin{aligned} Q_s &= r_j \cdot C_s \cdot \cos^h \beta \\ h &= \frac{3}{1 - s} \\ r_j &= \min\big(1,\ r_n + j \cdot (r_n + 0.1)\big) \\ r_n &= 1 - t - r_d \\ j &= F(\alpha) \cdot G(\alpha) \cdot G(\gamma) \end{aligned} \tag{4.75}$$

Koeficient r_j se nazývá *oprava zrcadlového odrazu*, právě v rámci tohoto koeficientu je zachycena uvedená závislost intenzity na úhlu dopadu. Funkce $F(\phi)$ a $G(\phi)$ aproximují fyzikální podmínky dané *Fresnelovým zákonem*, jejich definice je následující:

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{(x - k_f)^{-2} - k_f^{-2}}{(1 - k_f)^{-2} - k_f^{-2}} \\ G(x) &= \frac{(1 - k_g)^{-2} - (x - k_g)^{-2}}{(1 - k_g)^{-2} - k_g)^{-2}} \end{aligned} \tag{4.76}$$

kde $x \in \langle 0, 1 \rangle$, před použitím těchto funkcí je tedy třeba provést transformaci $x = \frac{2 \cdot \Phi}{\pi}$. k_f a k_g jsou vhodné konstanty, v systému BAGS byly použity hodnoty $k_f = 1.12$ a $k_g = 1.01$. Zbývá ještě stanovit barvu zrcadlově odraženého paprsku C_s, tato se určí ze vztahu:

$$C_s = C_w + m \cdot \big(F(\alpha) - 1\big) \cdot (C_w - C) \tag{4.77}$$

kde C_w je hodnota odpovídající bílé barvě ($R_w = G_w = B_w = 1$).

V předchozích vztazích jsme se zabývali světlem odraženým od daného povrchu, nyní se chvíli věnujme paprsku lomenému. Uvedený světelný model se lomem a průchodem světla tělesem vůbec nezabývá, na lomený paprsek se však lze dívat jako na paprsek dopadající na daný povrch z druhé strany než původní paprsek L. Úhel dopadu definuje Snellův zákon, při aplikaci výše uvedených vztahů na lomený paprsek je však nutné tyto vztahy částečně modifikovat vzhledem k tomu, že se tento paprsek již neláme a všechen se odrazí. Úpravy jsou následující:

$$\begin{aligned} I' &= I - I_r \\ r'_d &= 1 - s^3 \\ r'_n &= 1 - r_d = s^3 \end{aligned} \tag{4.78}$$

Výše popsaný model byl odvozen pro ray-tracingový způsob výpočtu scény, umí tedy pouze určit intetnzitu světelné energie, kterou daný povrch odráží ve směru k pozorovateli. Pokud chceme tento model použít ke generování celých distribučních funkcí jednotlivých povrchů, musíme umět k dopadajícímu světelnému paprsku určit jeho rozptyl na daném povrchu, tj. pro všechny možné směry stanovit, jaká část energie dopadajícího paprsku je v tomto směru odrážena (resp. lomena). V našem případě, kdy navíc místo distribučních funkcí používáme jim odpovídající vektory vah, bylo by proto nejlepší pro zadané parametry povrchu a známý úhel dopadu pomocí Straussova modelu definovat přímo jednotlivé váhové koeficienty.

Závislost difúzního koeficientu Q_d na úhlu α_{in} je typu $c \cdot \cos \alpha_{in}$, kde konstanta c je určena pouze vlastnostmi daného povrchu, příspěvek difúzní složky k vektoru vah dané distribuční funkce lze tedy realizovat jednoduchým přičtením hodnoty $I \cdot c \cdot \cos \alpha_{in}$ k váhovému koeficientu c_{00}. Určení váhových koeficientů odpovídajících zrcadlové složce je však podstatně náročnější. Jak oprava zrcadlového odrazu r_j, tak i barva odraženého paprsku závisí nejenom na parametrech povrchu, ale i na úhlu α_{in}, závislost je navíc značně netriviální (použití funkcí F a G a určení minima). Kosinus v definičním vztahu (4.75) je umocněn na hodnotu h, zrcadlová složka tedy bude ovlivňovat pouze váhové koeficienty odpovídající aproximačním funkcím s kmitočty od 0 do s. Závislosti jednotlivých koeficientů na úhlu dopadu jsou tabelovány, hodnoty odpovídající konkrétnímu povrchu a danému úhlu dopadu jsou pak určovány interpolací.

Uvedeným způsobem jsou realizovány distribuční funkce pro všechny použité povrchy, každá z nich je uložena v tzv. *základní poloze.* Orientace funkce v této poloze odpovídá situaci, kdy světelný paprsek přichází ze směru $\beta_{in} = 0$ a úhel dopadu je $\alpha_{in} = 0$, pro stanovení vektoru vah se však uvažuje skutečná hodnota tohoto úhlu. Po určení tvaru dané distribuční funkce je pak tato funkce pomocí operace rotace otočena tak, aby odpovídala skutečnému směru dopadajícího paprsku.

4.9 Aktualizace vrcholů místo plošek, použití ray-castingu

Jak již bylo řečeno při popisu základní radiační metody (kapitola 3.1), je nutné při vykreslování pohledů na generovanou scénu nejprve určit radiace v jednotlivých vrcholech zobrazovaných ploch. Radiace ve vrcholech se určuje zprůměrováním hodnot radiací těch ploch, do nichž daný vrchol patří. V našem případě, kdy jsou radiace ploch popsány nikoliv jediným číslem, ale celou vyzařovací funkcí, by tato operace byla značně složitá – radiace v jednotlivých vrcholech by totiž opět byly vyzařovací funkce, definované jako průměr vyzařovacích funkcí odpovídajících ploch. Kromě časové náročnosti přináší přechod od radiace ploch k radiacím vrcholů do radiačního řešení i jisté zkreslení způsobené tím, že dochází k průměrování vzájemně nijak nesvázaných veličin, jednotlivé plochy mohou být různě velké a mohou mít pro daný vrchol různou významnost. Také použití polokrychlí pro určení vztahu mezi jednotlivými plošnými elementy (a tím pádem i pro stanovení množství světelné energie přenášené mezi těmito elementy) má své nedostatky, neboť polokrychle vytváří uniformní dělení prostoru nad daným elementem, které spolu s pravidelným dělením jednotlivých ploch na menší části způsobují těžko odstranitelný aliasing (zkreslení nedostatečným vzorováním) generovaných obrázků.

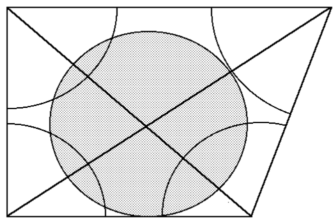
Výše popsané problémy řeší autoři jednotlivých modifikací základní radiační metody nejrůznějšími způsoby od zavedení vah jednotlivých plošek vůči daným vrcholům a zvýšení počtu elementů tvořících polokrychle až po navržení zcela nových přístupů používaných při určení množství přenášené energie mezi objekty generované scény. V článku [WEH89] byl popsán postup typu ploška – vrchol, kdy jsou energií vyzařovanou danou ploškou aktualizovány přímo vrcholy viditelných plošek scény. Odpadá tak určování radiace ve vrcholech průměrováním, díky použití ray-castingu pro stanovení vzájemné viditelnosti plošky a vrcholu pak i použití polokrychlí. Výhodou této metody je také možnost určit množství energie přenášené z plošky do jednotlivých vrcholů s přesností závisející na vzdálenosti vrcholu od dané plošky, čím je vrchol blíž, tím je počítáno přesnější řešení (na plošce se zvolí více vzorkovacích bodů). Nevýhodou je nutnost uchovávat radiace pro plošky i pro vrcholy současně a s tím související problémy, jak po aktualizaci jednotlivých vrcholů aktualizovat i odpovídající plošky. Směrová modifikace této metody by navíc byla značně časově i paměťově náročná. Bylo proto nutné použít vlastní postup.

Nová metoda vychází z výše popsané aktualizace typu ploška – vrchol, přenos energie však probíhá přímo mezi jednotlivými vrcholy (jedná se tedy o propagaci typu vrchol – vrchol). Kolem každého vrcholu scény je zvoleno jisté okolí a k propagaci světelné energie dochází mezi těmito okolími. Pak se vlastně jedná o propagaci typu ploška – ploška a lze použít algoritmus popsaný v kapitole 4.6, aniž bychom ho museli nějak speciálně upravovat. Metoda přináší přesnější radiační řešení a rychlejší kresbu jednotlivých pohledů než standardní aktualizace typu ploška – ploška (neboť zde není nutné průměrovat radiace jednotlivých plošek při výpočtu radiací vrcholů), uložení vyzařovacích funkcí přímo ve vrcholech také snižuje paměťovou náročnost celé metody, neboť vrcholů je obecně méně než plošek (v ideálním případě polovina).

Velikosti jednotlivých okolí je vhodné volit tak, aby tyto okolí dohromady pokryly celý povrch odpovídajících plošek. Pro velikost plochy okolí vrcholu V tedy bude platit (viz obrázek 4.15):

$$P_V = \frac{1}{3} \cdot \sum_{V \in A_i} P_{A_i} \tag{4.79}$$

kde P_V je plocha okolí vrcholu V a P_{A_i} jsou plochy jednotlivých plošných elementů A_i, do nichž vrchol V patří.



Obr. 4.15: Okolí vrcholů

Okolí jednotlivých vrcholů lze považovat za kruhová (resp. části kruhu), v tomto případě lze vztahy pro přenos energie mezi těmito okolími přeformulovat tak, aby lépe odpovídaly skutečnosti. Rovnice (4.13) v kapitole 4.4.1 pro úbytek intenzity se vzdáleností totiž odpovídá případu, kdy mají jednotlivé elementární plošky tvar obdélníků, při použití kruhových elementů dostáváme (viz [WEH89]):

$$I_{\alpha,\beta}(d) = \frac{I(\alpha,\beta)}{P + \pi d^2} \tag{4.80}$$

kde P je plocha daného světelného zdroje. V tomto případě není nutné (z důvodu odstranění nepřesností při $d < 1$) použít náhradu členu d^2 ve jmenovateli výrazem $a + b \cdot d + c \cdot d^2$, vztah (4.15) tedy bude mít tvar:

$$E_{\alpha,\beta}(d) = \frac{I(\alpha,\beta) \cdot \cos\alpha}{P + \pi d^2} \cdot P \tag{4.81}$$

Při použití modifikovaných vyzařovacích funkcí lze pak vztah pro výpočet emise plochy vyjádřit následovně (porovnej s rovnicí (4.17)):

$$E_{\alpha,\beta}(d) = \frac{I'(\alpha,\beta)}{P + \pi d^2} \cdot P = \frac{I'(\alpha,\beta)}{1 + \dfrac{\pi d^2}{P}} \tag{4.82}$$

Nyní je ještě nutné odpovídajícím způsobem přeformulovat vztahy uvedené v kapitole 4.6. Rovnice (4.34) bude mít nyní tvar:

$$I_{j,in} = \frac{\mu \cdot C \cdot \mathrm{e}^{-\kappa \cdot d}}{P_i + \pi \cdot d^2} \cdot I_{i,out} \tag{4.83}$$

a výsledný vztah pro přenos energie z vrcholu i na vrchol j (přesněji z okolí vrcholu i na okolí vrcholu j) bude vypadat následovně (porovnej s rovnicí (4.37)):

$$\Phi_j^i(\alpha,\beta) = \frac{\mu \cdot C \cdot \mathrm{e}^{-\kappa \cdot d}}{1 + \dfrac{\pi \cdot d^2}{P_i}} \cdot \Phi_i(\alpha,\beta) \cdot \Psi_j(\alpha',\beta') \tag{4.84}$$

Pro určení vztahu mezi vrcholem i, kterým se aktualizuje, a libovolným vrcholem j ve scéně je stejně jako v metodě [WEH89] použit ray-casting (vrhání paprsku). Oproti standardně používaným polokrychlím je toto řešení daleko jednodušší, místo promítání jednotlivých plošek na polokrychli s řešením vzájemné viditelnosti stačí z vrcholu i vrhnout paprsek ve směru k vrcholu j a sledovat, zda po cestě k tomuto vrcholu paprsek narazí na nějakou plošku či nikoliv. Pokud mezi vrcholy i a j neleží žádný další objekt, proběhne aktualizace vrcholu j dle vztahu (4.84), jinak se vrcholy navzájem nevidí a tedy vrchol j nebude vrcholem i ovlivněn. Pro aktualizaci celé scény je nutné uvedené vrhání paprsku provést opakovaně mezi aktualizačním vrcholem a všemi ostatními vrcholy scény. Vhodnou organizací scény (např. pomocí oktalových stromů = 3D analogie kvadrantových stromů) lze z testu viditelnosti explicitně vyloučit ty vrcholy, které nemohou být z aktualizačního vrcholu viditelné a tímto způsobem značně urychlit celou aktualizaci.

Výše popsaná metoda dovede rozlišit jen dva případy – vrcholy se navzájem vidí či nikoliv. V prvním případě se implicitně uvažuje, že se navzájem vidí i celá okolí obou vrcholů a propaguje se veškerá možná energie, ve druhém případě se naopak nepropaguje energie žádná. Vzájemná poloha obou vrcholů je však většinou taková, že odpovídající okolí jsou částečně zastíněná a částečně se vidí. V tomto případě by bylo vhodné propagovat jen určitou část energie odpovídající poměru viditelných ku celkovým plochám obou okolí daných vrcholů. Pokud bude tento poměr vyjadřovat tzv. *faktor viditelnosti* c s hodnotami v intervalu 0 (okolí se vůbec nevidí) až 1 (okolí se vidí celé), stačí vztah pro přenos energie mezi vrcholy (4.84) upravit do tvaru:

$$\Phi_j^i(\alpha, \beta) = c \cdot \frac{\mu \cdot C \cdot \mathrm{e}^{-\kappa \cdot d}}{1 + \dfrac{\pi \cdot d^2}{P_i}} \cdot \Phi_i(\alpha, \beta) \cdot \Psi_j(\alpha', \beta') \tag{4.85}$$

Přibližnou hodnotu faktoru viditelnosti c lze při použití ray-castingu určit poměrně snadno. Na obou okolích se náhodně vygeneruje jistý počet vzorkovacích bodů a sleduje se vzájemná viditelnost mezi těmito body. Po určení, kolik bodů se navzájem vidí pak lze hodnotu c odhadnout následujícím vztahem:

$$c = \frac{N(i, j)}{N_i \cdot N_j} \tag{4.86}$$

kde N_i a N_j jsou počty vzorkovacích bodů na okolí vrcholu i resp. j a $N(i, j)$ je počet navzájem se vidících bodů (může jich být 0 až $N_i \cdot N_j$). Problémem zůstává určení počtu a také stanovení polohy jednotlivých bodů na daných okolích.

Na okolí každého vrcholu scény můžeme samozřejmě vždy volit pevný, předem zadaný počet bodů, pak je ale přesnost určení hodnoty c stejná pro všechny dvojice okolí nezávisle na jejich vzájemné pozici. Přístup, kdy bude počet vzorkovacích bodů na každém okolí proměnný je daleko výhodnější, umožňuje totiž aproximovat hodnotu c s volitelnou přesností. Je zřejmé, že pro danou dvojici vrcholů i a j by počet bodů generovaných na jejich okolích měl záviset na ploše těchto okolí, vzdálenosti obou vrcholů a intenzitě energie vyzařované z vrcholu i ve směru k j. Tuto závislost lze pro obě okolí vyjádřit vztahem (porovnej s (4.84)):

$$N = \left\lfloor k \cdot P \cdot \frac{\mu \cdot C \cdot \mathrm{e}^{-\kappa \cdot d}}{1 + \dfrac{\pi \cdot d^2}{P_i}} \cdot I_i^j \right\rfloor \tag{4.87}$$

kde:

- I_i^j je intenzita energie vyzařované z i směrem k j
- μ, C a κ charakterizují prostředí mezi oběma vrcholy
- d je vzájemná vzdálenost vrcholů
- P je plocha okolí daného vrcholu
- P_i je plocha okolí vrcholu i
- k je konstanta rozhodující o přesnosti aproximace hodnoty faktoru viditelnosti c
- $\lfloor x \rfloor$ je dolní celá část z x

Dle tohoto vztahu určíme počty vzorkovacích bodů pro oba vrcholy (poznamenejme, že tyto počty jsou obecně různé). Jak je vidět, hodnota N může být pro některé vrcholy i 0. Stane se tak v případě, kdy bude vzájemná poloha daných vrcholů taková, že přenos energie mezi nimi bude zanedbatelný. Počet vzorků a také hranice, kdy se přenos mezi vrcholy již nebude počítat jsou určeny konstantou k. Pokud zvolíme tuto konstantu na začátku celého radiačního řešení dostatečně malou a v průběhu výpočtu ji budeme postupně zvyšovat, bude nejprve docházet k propagaci energie pouze mezi jasnými vrcholy s velkými okolími umístěnými blízko sebe, přenosy energie mezi ostatními vrcholy budou ignorovány. Jak bude radiační výpočet postupně konvergovat, se snižováním hodnoty konstanty k bude docházet i k propagacím mezi méně významnými vrcholy ve scéně, navíc se budou (díky zvyšování počtu vzorkovacích bodů) zpřesňovat i dříve spočítané přenosy. Tímto způsobem bude hned na počátku výpočtu rozpropagováno velké množství světelné energie, i když ne zcela přesně, generovaná scéna se tedy rychle "prosvětlí" a uživatel během několika kroků získá dostatečnou aproximaci výsledného radiačního řešení, aby rozhodl o pokračování výpočtu nebo ve scéně provedl jisté úpravy (změnil pozice objektů či jejich vyzařovací funkce, přidal nebo ubral nějaké objekty a podobně). Vygenerování dostatečné aproximace celého řešení lze navíc ještě urychlit vhodným výběrem aktualizačního vrcholu, jak bude popsáno v následující kapitole.

Vraťme se ale k použití ray-castingu při aktualizaci jednotlivých vrcholů. Pomocí rovnice (4.87) umíme stanovit počet vzorkovacích bodů na okolích obou vrcholů i a j, zatím jsme si však nic neřekli o jejich poloze. Jak již bylo řečeno, lze okolí považovat za kruhová. V tomto případě je výhodné použít polární souřadnice a jednotlivé vzorkovací body lokalizovat následovně: Vygenerují se dvě náhodná čísla $\alpha \in \langle 0, 2\pi)$ a $r \in \langle 0, \sqrt{P/\pi})$, kde P je plocha daného okolí a vzorkovací bod se umístí do tohoto okolí tak, aby jeho polární souřadnice vůči odpovídajícímu vrcholu byly (r, α). Pokud jsou jednotlivé vzorkovací body generovány tímto způsobem, nejsou po daném okolí rozloženy rovnoměrně, ale dochází k jejich koncentraci kolem středu okolí, tj. kolem odpovídajícího vrcholu. Toto rozložení je však velice výhodné, snižuje totiž chyby vzniklé tím, že nějaké vzorkovací body nebyly umístěny do skutečného okolí daného vrcholu.

4.10 Výběr vrcholu, kterým se bude aktualizovat

Algoritmus použitý pro výpočet globální propagace světelné energie se skládá z posloupnosti jednotlivých vystřelovacích kroků (*shooting steps*), v rámci kterých je propagována energie z nějakým způsobem zvoleného vrcholu do jeho okolí. Průběh vystřelovacích kroků byl popsán v kapitole 4.6.3, nyní se budeme zabývat volbou tohoto tzv. *aktualizačního vrcholu*. Právě tato volba značně ovlivňuje rychlost celého radiačního výpočtu, je jí proto třeba věnovat značnou pozornost.

U starších radiačních metod byl používán postup, kdy se aktualizačními objekty (většinou se totiž používají elementární plošky a ne vrcholy jako v našem případě) stávaly dané objekty scény postupně jeden za druhým. Tímto způsobem docházelo k pravidelné aktualizaci všech objektů s periodou odpovídající jejich počtu. Výběr aktualizačního objektu byl velice jednoduchý, postup jako celek byl však značně neefektivní. Představme si scénu, kde je jediný světelný zdroj. Při použití postupného výběru aktualizačních plošek by k výrazným změnám radiačního řešení této scény docházelo pouze tehdy, kdy se aktualizuje daným světelným zdrojem, přínos ostatních plošek je zcela zanedbatelný.

Daleko výhodnější by byl postup, který by rozpoznal, zda má daná aktualizace smysl či zda je vhodné vybrat jinou aktualizační plošku (resp. vrchol) a aktualizaci současným prvkem ponechat až na pozdější dobu. Výše popsanou metodu lze tedy modifikovat následovně: Opět se postupně vybírá jedna aktualizační ploška za druhou, před vlastní aktualizací se ale ještě navíc určí (např. výpočtem přenosu energie k několika náhodně zvoleným ploškám), zda se má tato aktualizace provádět či zda se ihned zvolí následující ploška. Postup může být i takový, že se po volbě aktualizačního objektu normálně provádí propagace energie z tohoto objektu na ostatní objekty scény, přitom se však sleduje, jaké množství energie již bylo celkově přeneseno. Pokud tato hodnota nepřekročí během určitého počtu přenosů jistou hranici, je daný objekt přeskočen a zvolí se další v pořadí. Při použití tohoto postupu na naši scénu bude zpočátku docházet již jen ke správné aktualizaci daným světelným zdrojem, neustálé procházení a testování ostatních objektů však bude celý výpočet značně zdržovat.

Aby se zabránilo zbytečnému testování jednotlivých objektů, bylo by vhodné mít všechny objekty nějakým způsobem setříděné v posloupnosti tak, že aktualizačním vrcholem by byl vždy zvolen první prvek tohoto tzv. *aktualizačního seznamu*. Po provedení aktualizace tímto objektem by byl daný seznam přeorganizován tak, aby odrážel nový stav celé scény. Tento postup byl poprvé použit v metodě [CCWG88], umožnila to reformulace celého radiačního postupu a použití "vystřelovacího" algoritmu. Jednotlivé plošky byly v aktualizačním seznamu uspořádány sestupně dle své dosud nevystřelené energie, reorganizace tohoto seznamu pak spočívala v odstranění a novém zatřídění všech plošek aktualizovaných v daném kroku. Vlastní aktualizační ploška je uložena na konec seznamu (v rámci aktualizace totiž předala veškerou svou nevystřelenou energii). V dalších krocích však může být tato ploška aktualizována jinými ploškami a tak se opět rychle objevit na začátku seznamu. Použití dobře vytvořeného aktualizačního seznamu výrazně urychluje celý radiační výpočet, umožňuje totiž zcela ignorovat ty plošky, jejichž radiační přínos pro scénu je zanedbatelný. V naší scéně s jediným světelným zdrojem nebude například docházet ke zbytečným aktualizacím ploškami umístěnými ve větší vzdálenosti od zdroje, na které bude dopadat minimum světelné energie.

Při použití aktualizačního seznamu v naší směrové metodě budou prvky tohoto seznamu jednotlivé vrcholy, neboť právě mezi nimi dochází k propagaci světelné energie. Se seznamem se bude pracovat stejným způsobem jako v metodě [CCWG88], tj. aktualizovat se bude prvním vrcholem ve frontě a po každém aktualizačním kroku dojde k odstranění a novému zatřídění všech aktualizovaných vrcholů tak, aby seznam neustále odrážel aktuální stav. Zbývá tedy pouze určit vhodné kritérium, dle kterého budou jednotlivé vrcholy setříděny.

Ve standardních (tj. nesměrových) metodách používajících vystřelovací algoritmus je použito uspořádání objektů dle množství jejich dosud nevystřelené energie. Tento postup je velice přirozený a umožňuje získat vyhovující radiační řešení během několika desítek aktualizačních kroků. Důvod je ten, že pro každou aktualizaci se vždy vybere takový objekt, aby v rámci daného kroku došlo k propagaci maximálního množství světelné energie. Použití tohoto postupu v rámci směrových metod však přináší jisté komplikace. Hlavním problémem je právě určení kritéria, dle kterého budou jednotlivé vrcholy uspořádány. Nevystřelená energie nyní totiž není charakterizována jediným číslem, jak je tomu ve standardních metodách, ale celou vyzařovací funkcí. Tato funkce je navíc aproximována Fourierovou řadou a reprezentována maticí (resp. vektorem) váhových koeficientů. Je tedy třeba definovat kritérium charakterizující nevystřelenou energii daného vrcholu pomocí odpovídající matice vah.

Ideální by bylo vyjádřit pomocí jednotlivých váhových koeficientů obsah tělesa T_E odpovídajícího dosud nevystřelené energii. Toto těleso je v polárních souřadnicích definováno následovně:

$$x \in T_E \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x_{polar} = (\alpha, \beta, c) \\ \alpha \in \langle 0, \pi/2) \\ \beta \in \langle 0, 2\pi) \\ c \in \langle 0, I'(\alpha, \beta)) \end{cases} \tag{4.88}$$

kde $I'(\alpha, \beta) = I(\alpha, \beta) \cdot \cos\alpha$ je modifikovaná vyzařovací funkce odpovídající dosud nevystřelené energii daného vrcholu. Ve své podstatě potřebujeme vlastně určit objem, který je v polárních souřadnicích vymezen danou vyzařovací funkcí. V případě standardních metod, kdy uvažujeme pouze ideální difúzní povrchy, má definiční vztah (4.88) tvar:

$$x \in T_E^{ideal} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x_{polar} = (\alpha, \beta, c) \\ \alpha \in \langle 0, \pi/2) \\ \beta \in \langle 0, 2\pi) \\ c \in \langle 0, I \cdot \cos\alpha) \end{cases} \tag{4.89}$$

kde I je intenzita světelné energie vyzařovaná daným tělesem rovnoměrně do všech směrů. Objem T_E^{ideal} je pak určen pouze hodnotou I, jednotlivé objekty tedy lze do aktualizační posloupnosti řadit právě dle velikosti I. V rámci směrového přístupu již není situace tak jednoduchá, neboť velikost vyzařované energie závisí na úhlech α a β a je určena vyzařovací funkcí $I(\alpha, \beta)$ daného objektu.

Objem tělesa T_E (tj. množství nevystřelené energie) by bylo vhodné vyjádřit přesně a určit závislost $V_{T_E} = F(c_{00}, \cdots, c_{KL})$, kde c_{kl} jsou jednotlivé váhové koeficienty vyzařovací funkce reprezentující dosud nevystřelenou energii daného objektu. Z definice tělesa T_E (vztah (4.88)) vyplývá následující vztah pro určení jeho objemu:

$$V_{T_E} = \int\limits_{\alpha=0}^{\pi/2} \int\limits_{\beta=0}^{2\pi} \int\limits_{r=0}^{f(\alpha,\beta)} r^2 \cdot \sin\alpha \; d\alpha \, d\beta \, dr \tag{4.90}$$

kde $f(\alpha, \beta)$ je odpovídající vyzařovací funkce. Po jednoduché úpravě dostáváme:

$$V_{T_E} = \frac{1}{3} \int\limits_{\alpha=0}^{\pi/2} \left(\int\limits_{\beta=0}^{2\pi} f^3(\alpha, \beta) \; d\beta \right) \sin\alpha \; d\alpha \tag{4.91}$$

kde (viz kapitola 4.7.6):

$$f(\alpha, \beta) = \sum_{k=-M+3}^{M-3} \sum_{l=-M}^{M} c_{kl} \cdot e^{i(F_k x' + F_l y)} \tag{4.92}$$

Integrál (4.91) se nepodařilo explicitně vyřešit, vše však nasvědčuje tomu, že vztah mezi objemem tělesa T_E (tj. množstvím dosud nevystřelené energie) a jednotlivými váhovými koeficienty c_{kl} by pro ortonormální Fourierovy systémy aproximačních funkcí mohl být zhruba následující:

$$V_{T_E} \simeq \sum_k \sum_l c_{kl}^2 \tag{4.93}$$

V popisované metodě bylo použito výše uvedeného předpokladu a množství dosud nevystřelené energie se pro každý vrchol určuje ze vztahu:

$$V = \sum_k \sum_l w_{kl} \cdot c_{kl}^2 \tag{4.94}$$

kde $w_{kl} \in \langle 0, 1 \rangle$ určují významnost jednotlivých vah c_{kl}. Vhodnou volbou těchto konstant je možné v průběhu radiačního výpočtu ovlivňovat kritérium pro výběr aktualizačních vrcholů a tím pádem i způsob konvergence celého řešení. Jak již bylo řečeno v kapitole 4.7.4, kmitočet jednotlivých funkcí f_{kl} aproximačního systému S_F vzrůstá s rostoucí hodnotou $|k| + |l|$, koeficienty w_{kl} tedy určují významnosti jednotlivých kmitočtů pro celý radiační výpočet. Budou-li mít všechny koeficienty w_{kl} hodnotu 1, bude se jednat o normální směrový přístup, kdy kritériem pro výběr aktualizačních objektů bude množství dosud nevystřelené energie. Zajímavější situace však nastane v případě, kdy budou hodnoty koeficientů w_{kl} postupně klesat resp. vzrůstat v závislosti na kmitočtu odpovídající aproximační funkce f_{kl}. Při použití klesající posloupnosti budou při výběru aktualizačního objektu preferovány nižší kmitočty, tj. ty objekty, jejichž vyzařování se blíží ideální difúzi, naopak při použití rostoucí posloupnosti budou preferovány objekty s úzce směrovým vyzařováním. Pokud bude $w_{00} = 1$ a $w_{kl} = 0$ pro $\forall k, l \neq 0$, dostaneme vlastně standardní nesměrovou metodu.

Hodnoty jednotlivých koeficientů w_{kl} je však také možné měnit přímo v průběhu vlastního radiačního výpočtu. Bude-li posloupnost hodnot koeficientů w_{kl} nejprve klesající (v závislosti na kmitočtu f_{kl}) a bude-li se tato posloupnost v průběhu výpočtu měnit na vzrůstající, budou nejprve preferovány nižší kmitočty, postupně však bude růst význam kmitočtů vyšších. Konvergence radiačního řešení tedy bude následující: Nejprve bude propagována difúzně šířená energie, s postupem času ale bude přibývat energie odpovídající směrovému vyzařování. Metoda se tedy bude nejprve chovat jako standardní nesměrová radiační metoda, se vzrůstajícími kroky však bude přecházet k striktně směrovému ray-tracingu. Na generovaných obrázcích bude patrné počáteční nesměrové rozpropagování světelné energie, kdy dojde k radiačnímu "prosvětlení" dané scény, s postupem času pak bude vzrůstat směrová charakteristika celého řešení, dojde k odlišení lesklých a matných povrchů, zostření přechodů světlo – stín atd. Je samozřejmě možný i obrácený postup (tj. od rostoucí ke klesající posloupnosti), kdy jsou nejprve preferovány vyšší kmitočty. Jedná se pak o výpočet typu ray-tracing → radiační metody, vhodný hlavně při kresbě "ray-tracingových" scén s velkým množstvím lesklých povrchů, kdy je požadováno rychlé směrové řešení, které se bude postupně difúzně zkvalitňovat.

Konkrétně je možné hodnoty koeficientů w_{kl} určovat například podle následujícího vztahu:

$$w_{kl}^{n} = c \cdot \left(\frac{n}{N}\right)^{d} + (1-c) \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)^{d} \qquad (4.95)$$

pro postup "radiační metoda → ray-tracing", resp.

$$w_{kl}^{n} = (1-c) \cdot \left(\frac{n}{N}\right)^{d} + c \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)^{d} \qquad (4.96)$$

pro postup "ray-tracing → radiační metoda". V obou případech je význam jednotlivých symbolů následující:

- w_{kl}^{n} je hodnota w_{kl} pro n-tý aktualizační krok
- n je číslo aktuálního kroku
- N je počet kroků, za který dojde k "převrácení" posloupnosti koeficientů
- $c = \dfrac{|k| + |l|}{K + L}$ určuje rychlost poklesu resp. vzrůstu hodnoty daného koeficientu (v závislosti na kmitočtu odpovídající aproximační funkce)
- $d \in \langle 0, \infty)$ určuje průběh změny pro všechny koeficienty (pokud $d = 1$, jedná se o lineární pokles resp. vzrůst, při $d = 0$ jsou všechny váhy konstantní a platí $w_{kl}^{n} = 1$)

Až do této chvíle jsme předpokládali, že se vyzařovací funkce odpovídající nevystřelené energii daného elementu skládá pouze z jediné elementární vyzařovací funkce. Jak ale víme z kapitoly 4.4.6 o použití radiačních metod pro barevné scény, skládá se tato funkce celkem ze tří elementárních vyzařovacích funkcí odpovídajících jednotlivým barevným složkám R, G a B. Celkové množství nevystřelené energie E_i elementu i je tedy nutné určovat jako součet nevystřelené energie v červené, zelené a modré barevné oblasti. Je možné použít prostý součet $E_i = E_i^R + E_i^G + E_i^B$, ale vzhledem k tomu, že citlivost lidského oka je pro jednotlivé barvy různá, je lepší užít vztahu postihující tuto citlivost (viz [Ska92]) a celkové množství energie, kterou vrchol i ještě nepropagoval do scény vyjádřit následovně:

$$E_i = 0.299 \cdot E_i^R + 0.587 \cdot E_i^G + 0.114 \cdot E_i^B \qquad (4.97)$$

kde E_i^R, E_i^G a E_i^B jsou množství nevystřelené energie v jednotlivých oblastech spektra určené pomocí vztahu (4.94) (jejich hodnoty odpovídají objemům V).

Dle klesající hodnoty E_i jsou pak všechny vrcholy scény uspořádány v aktualizačním seznamu, se kterým se pracuje stejně jako v metodě [CCWG88].

Uvedené kritérium zcela ignoruje velikosti okolí jednotlivých vrcholů, v praxi je však výhodné preferovat ty vrcholy, jejichž okolí jsou větší než okolí jiných vrcholů se stejným množstvím nevystřelené energie. Lze toho dosáhnout pomocí následujícího vztahu:

$$E_i' = E_i \cdot P^c \tag{4.98}$$

kde P je plocha okolí daného vrcholu a $c \in \langle 0, 2 \rangle$ je tzv. *koeficient plochy.* Pomocí tohoto koeficientu lze stanovit míru významnosti ploch daných okolí, při $c = 0$ se velikost okolí ignoruje, hodnoty větší jak 2 není již vhodné používat.

4.11 Určení přesnosti aktuálního řešení

Radiační metody založené na vystřelovacím algoritmu (jak standardní, tak i směrové) mají kromě paměťových i časových nároků řádově nižších než u metod používajících explicitního určení všech konfiguračních faktorů ještě jednu výhodu – lze v nich sledovat konvergenci celého výpočtu a určovat přesnost aktuálního radiačního řešení. Umožňuje to právě použití vystřelovacího algoritmu, který do radiačního výpočtu zavádí pojem tzv. nevystřelené energie, tj. energie, která nebyla daným objektem scény dosud propagována. Tato energie je v jednotlivých krocích algoritmu "vystřelována" z aktualizačního elementu a předávána ostatním objektům ve scéně. Celý algoritmus pracuje tak dlouho, dokud je co propagovat (většinou jej ale uživatel ukončí dřív, ve chvíli, kdy je kvalita generovaného řešení dostatečná).

Z vlastností vystřelovacího algoritmu vyplývají následující fakta:

- na počátku radiačního řešení je množství dosud nepropagované (nevystřelené) energie v rámci celé scény maximální a odpovídá zadaným počátečním vyzařovacím funkcím jednotlivých objektů
- ideální radiační řešení dané scény bude (v rámci daného "vystřelovacího" modelu) dosaženo v okamžiku, kdy již nebude možné propagovat energii mezi žádnými objekty scény (tj. dojde k ustálení energetických poměrů ve scéně)
- vystřelovací algoritmus konverguje k ideálnímu řešení

První dva body jsou zřejmé, stačí dokázat konvergenci. Algoritmus se skládá z posloupnosti jednotlivých radiačních kroků, kdy je vždy vybrán nějaký objekt scény a jeho dosud nevystřelená energie je propagována do scény. Vzhledem k tomu, že ve scéně nevzniká žádná nová energie, pouze jistá část energie propagované z aktualizačního objektu dopadne na ostatní elementy scény a navíc je energie při průchodu prostředím postupně tlumena, je množství nevystřelené energie v rámci celé scény na konci každého aktualizačního kroku vždy menší než na jeho počátku. Hodnoty celkové nevystřelené energie tedy tvoří klesající posloupnost, kterou lze díky útlumu energie při průchodu prostředím shora odhadnout geometrickou posloupností q^n, kde $q < 1$ konvergující k hodnotě 0. Vzhledem k tomu, že jednotlivé prvky posloupnosti jsou vždy nezáporné, konverguje i tato posloupnost k limitní hodnotě 0. Celý vystřelovací algoritmus tedy konverguje k ideálnímu řešení, jak bylo uvedeno výše.

Důkaz konvergence radiačního řešení dává ihned návod, jak tuto konvergenci sledovat. Definujme si celkové množství nevystřelené energie E^n v n-tém radiačním kroku vztahem:

$$E^n = \sum_{i=1}^{p_n} E_i^n \tag{4.99}$$

kde n je číslo aktuálního kroku $n = 0, 1, \cdots$, p_n je počet vrcholů v n-tém kroku a E_i^n je množství nevystřelené energie i-tého vrcholu v n-tém kroku (viz vztah (4.97)). Posloupnost $\{E^n\}_{n=0}^{\infty}$ je díky konvergenci vystřelovacího algoritmu klesající, shora je tato posloupnost omezena hodnotou E^0 odpovídající počátečnímu stavu scény před zahájením radiačního výpočtu, zdola pak hodnotou 0 odpovídající ideálnímu řešení. Výraz

$$\frac{E^n}{E^0} \tag{4.100}$$

tedy bude nabývat hodnot 1 (počáteční stav) až 0 (ideální řešení) a lze jej použít ke sledování konvergence. Pro určování přesnosti aktuálního řešení je výhodnější následující úprava tohoto vztahu:

$$\delta_n = 100 \cdot \left(1 - \frac{E^n}{E^0}\right) \tag{4.101}$$

Hodnota δ_n pak nabývá hodnot 0% odpovídající počátečnímu stavu až 100% pro ideální řešení a určuje přímo přesnost radiačního řešení dané scény po n-krocích vystřelovacího algoritmu.

Určení přesnosti aktuálního řešení má význam nejenom informační, kdy může uživatel sledovat konvergenci celého radiačního výpočtu, ale i interní, neboť právě tato hodnota nejlépe charakterizuje postup výpočtu a je proto používaná pro automatickou změnu nejrůznějších proměnných parametrů celé metody – z nich si uveďme alespoň koeficient k ovlivňující počet použitých vzorkovacích bodů při aktualizaci vrcholů (kapitola 4.9, vztah (4.87)) nebo hranici $\widehat{B}$ používanou při adaptivním dělení jednotlivých plošek scény (následující kapitola).

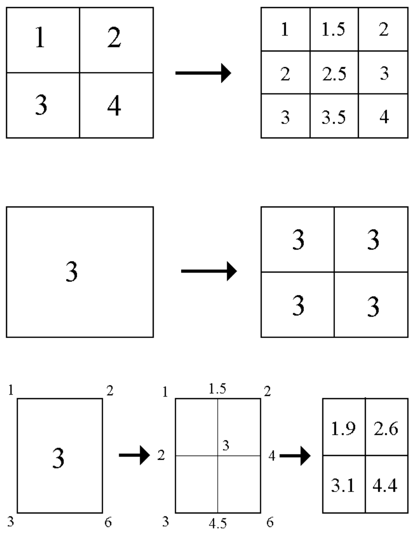
4.12 Adaptivní dělení plošek

Snad téměř všechny radiační algoritmy (náš postup nevyjímaje) používají při výpočtu techniku tzv. adaptivního dělení plošek. O co se vlastně jedná a proč je tento postup tak populární?

Kvalita radiačního řešení závisí nejenom na dokonalosti použitého světelného modelu, ale hlavně na počtu plošek, kterými je zobrazovaná scéna popsaná (u směrových metod je dalším faktorem též přesnost, s jakou je postižen směr propagované energie). Důvodem je jednak fakt, že s rostoucím počtem plošek roste přesnost aproximace tvaru jednotlivých těles scény, hlavním důvodem je ale ve všech radiačních metodách použitý předpoklad, že radiace (ať již směrová či nesměrová) je v rámci každé elementární plošky scény konstantní, tj. je v daném okamžiku stejná ve všech bodech dané plošky. Čím víc plošek tedy použijeme pro aproximaci nějakého povrchu, tím přesněji bude radiace tohoto povrchu zachycena. Se vzrůstajícím počtem plošek však také roste jak časová, tak hlavně paměťová náročnost použitého radiačního algoritmu (závislost je většinou kvadratická, u metod založených na vystřelovacím algoritmu lineární). Je tedy nutné řešit problém *kvalita řešení* $\times$ *náročnost algoritmu* a určit vhodný kompromis. Jak již bylo řečeno, kvalitu generovaného řešení lze při nezměněných požadavcích algoritmu částečně zvýšit použitím dokonalejšího světelného modelu nebo kvalitnější reprezentací povrchu těles (např. pomocí trojúhelníkových plátů), skutečným řešením je však až použití adaptivního dělení plošek.

Základní myšlenka adaptivního dělení vychází z pozorování, že pro zvýšení kvality radiačního řešení není nutné generovat jemnější síť plošek na všech površích jednotlivých objektů scény (tedy rovnoměrně), stačí síť zjemnit pouze v některých místech (tedy adaptivně). Je zřejmé, že zjemnění sítě plošek je potřeba hlavně v oblastech, kde se výrazně mění radiace daného povrchu, tj. v oblastech velké změny gradientu osvětlení (jedná se např. o přechody mezi osvětlenými a zastíněnými částmi povrchu). Aby nedocházelo k velkým změnám geometrické reprezentace dané scény, zjemnění se nejčastěji dosahuje rozdělením každé z určených plošek na několik menších částí, lze ovšem použít i postup, kdy je zrušeno původní dělení "kritické" oblasti a tato oblast je přerozdělena na větší počet plošek. Po zjemnění aproximační sítě je potřeba nově vzniklým ploškám přiřadit jejich radiace. Dosahuje se toho nejčastěji různým průměrováním radiací původních plošek, některé z možných postupů jsou zobrazeny na obrázku 4.16.

Zbývá vyřešit základní problém - určit "kritické" oblasti, tj. ty plošky scény, které je nutné rozdělit. Přesné určení gradientu osvětlení v rámci celé scény není možné, brání tomu právě předpoklad konstantní radiace elementárních plošek.



Obr. 4.16: Určení radiací po zjemnění sítě

Používá se proto následující postup: Z radiací jednotlivých plošek stanovíme (průměrováním) radiace ve všech vrcholech scény a pro každou plošku určíme celkový rozdíl radiací v jejich vrcholech. Přesáhne-li tento rozdíl jistou předem zvolenou hranici, bude daná ploška rozdělena. Uvedený postup není ideální (může "přehlédnout" plošky, u nichž se radiace ve vrcholech skoro neliší a přesto se uvnitř nachází výrazný extrém), dokonalejší postupy však vyžadují další pomocné výpočty (např. určování radiace v několika náhodně zvolených bodech zkoumané plošky) a celý radiační výpočet značně zpomalují. Rozdíl radiací (tj. hodnotu, dle které se rozhoduje, zda bude daná ploška rozdělena či nikoliv) lze pro jednotlivé plošky určit výpočtem rozptylu nebo směrodatné odchylky radiací ve vrcholech dané plošky, směrodatná odchylka se např. určuje pomocí následujícího vztahu:

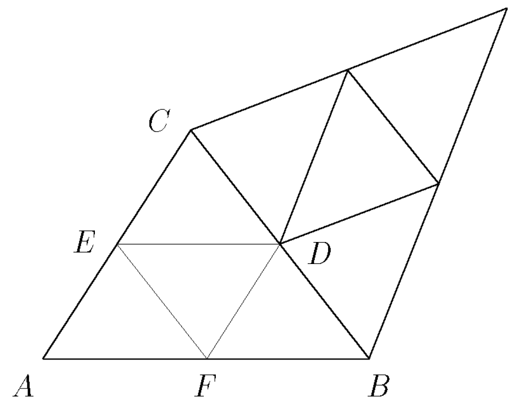
$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{4.102}$$

kde:

- n je počet vrcholů dané plošky
- x_i je hodnota radiace v i-tém vrcholu
- $\bar{x}$ je průměrná radiace dané plošky (tj. aritmetický průměr z radiací ve všech vrcholech, lze také použít přímo radiaci plošky určenou radiačním výpočtem)

Ještě před tím, než si uvedeme jak bude adaptivní dělení plošek implementováno v naší směrové metodě, shrňme si stručně celý postup tak, jak bude probíhat při použití vystřelovacího algoritmu. Tedy: Na počátku radiačního řešení reprezentujeme celou scénu jen takovým počtem plošek, kolik je potřeba pro dostatečně přesné vystižení tvaru jednotlivých objektů ve scéně (tento počet je značně závislý na typu použitých aproximačních ploch). Začneme provádět jednotlivé aktualizační kroky a po ukončení každého kroku zkontrolujeme, zda není potřeba rozdělit nějaké plošky. Stačí vždy projít pouze plošky aktualizované v daném kroku a pro každou z nich určit gradient radiace na této ploše (např. pomocí směrodatné odchylky z radiací v jejich jednotlivých vrcholech). Přesáhne-li rozdíl radiací dané plochy jistou hranici, je tato plocha rozdělena na několik menších částí, pro které je ještě třeba určit jejich počáteční radiace. Po přerozdělení všech "kritických" oblastí lze pokračovat ve vlastním radiačním výpočtu dalším aktualizačním krokem.

Výše popsaný postup je použit i v naší směrové metodě, některé jeho části však bylo nutné (hlavně z důvodu postižení směru propagované energie a použití aktualizace typu vrchol – vrchol) částečně modifikovat. Povrch těles je reprezentován trojúhelníkovými ploškami resp. trojúhelníkovými pláty, s vlastnostmi obou typů ploch jsme se seznámili v kapitole 4.3. Při dělení vznikají čtyři nové plošky, průběh celého dělení je zachycen v kvadrantových stromech. Díky uchování radiací (ve formě vyzařovacích funkcí) přímo v jednotlivých vrcholech odpadá určování počátečních radiací nově vytvořených ploch, místo toho je třeba definovat inicializační vyzařovací funkce v nově vzniklých vrcholech. Podívejme se na obrázek 4.17, kde je zachyceno rozdělení trojúhelníkové plošky ABC na nové plošky AFE, BDF, CED a DEF.



Obr. 4.17: Adaptivní dělení plošek

Některé z vrcholů D, E a F mohou existovat (pokud byl již dříve rozdělen odpovídající sousední trojúhelník, např. vrchol D), zbývající je nutné vytvořit. Vrcholy půlí jednotlivé strany dané trojúhelníkové plošky, jejich inicializační vyzařovací funkce je tedy možné stanovit následovně (viz vztah (4.3)):

$$\Phi(X) = \frac{1}{2} \cdot (\Phi(Y) + \Phi(Z)) \tag{4.103}$$

kde $\Phi(X)$ je vyzařovací funkce v novém vrcholu X a $\Phi(Y)$ a $\Phi(Z)$ jsou vyzařovací funkce v koncových vrcholech té hrany, na které bod X leží (např. pro vrchol E tedy bude platit $\Phi(X) = \frac{1}{2} \cdot (\Phi(Y) + \Phi(Z))$). K vytváření nových vrcholů a určování odpovídajících vyzařovacích funkcí si ještě uveďme několik poznámek:

- pokud daný vrchol již existuje (na obrázku vrchol D), je definována i jeho vyzařovací funkce a není ji tedy nutné určovat
- barycentrické souřadnice nového vrcholu jsou stejné nezávisle na tom, zda se jedná o trojúhelníkovou plošku či plát, odpovídající kartézské souřadnice se však obecně liší – u plošek stačí pro jejich určení použít vztah podobný vztahu (4.103), v případě plátů je třeba tyto souřadnice určit dosazením barycentrických souřadnic vrcholu do rovnice (4.10)
- v nových vrcholech neurčujeme skutečné vyzařovací funkce Φ, ale pouze jejich vektory (resp. matice) vah $\widetilde{\Phi}$; celkem je potřeba určit váhové vektory pro všech 12 elementárních vyzařovacích funkcí, jejich výpočet se realizuje pomocí operací definovaných v kapitole 4.7.5

Nyní, kdy umíme v případě potřeby rozdělit libovolnou elementární plošku scény na čtyři menší, dostáváme se k hlavnímu problému celého adaptivního dělení v rámci směrových metod. Tímto problémem je určení kritéria rozhodujícího o tom, zda bude daná ploška rozdělena či nikoliv. Na jedné straně máme uloženy vyzařovací funkce přímo v jednotlivých vrcholech, takže je není nutné určovat průměrováním z vyzařovacích funkcí okolních ploch, na straně druhé nejsou radiace vrcholů čísla, ale dvojrozměrné funkce, navíc aproximované funkční řadou a reprezentované odpovídajícími vektory vah. Právě díky tomu, že radiace nejsou čísla, nelze určovat jejich rozptyl ani směrodatnou odchylku. Nelze použít ani ostatní standardní kritéria, všechna jsou totiž založena na nějakém porovnání číselných hodnot. U nás jsou však radiace funkce, resp. vektory komplexních čísel, je tedy nutné použít vlastní metodu.

Jediné, co pro danou trojúhelníkovou plošku známe jsou vyzařovací funkce v jejich vrcholech. Právě tyto funkce musíme nějakým způsobem porovnat a pokud se budou navzájem lišit více než je povoleno, danou plošku rozdělit. První co uděláme je, že určíme rozdíly mezi všemi vyzařovacími funkcemi dané plošky navzájem (vždy odečtením jedné funkce od druhé), výsledkem budou tři nové *rozdílové funkce*. V ideálním případě budou tyto funkce nulové, jinak odpovídá jejich celková odchylka od nulové funkci právě gradientu osvětlení. Právě v určení celkové odchylky ale nastává největší problém celého postupu.

Aby se nemohly jednotlivé funkce navzájem kompenzovat (mohou totiž nabývat jak kladných, tak i záporných hodnot), je nutné použít jejich absolutní hodnoty nebo funkce umocnit. Nyní je nutné si uvědomit, že dané rozdílové funkce explicitně vůbec neznáme, známe pouze vektory vah odpovídající aproximaci těchto funkcí zvoleným systémem funkcí S_F (viz kapitola 4.7.4). Určit absolutní hodnotu funkce je v tomto případě téměř nemožné, druhou mocninu sice určit lze, potřebujeme k tomu ovšem konvoluci daného vektoru vah, což je operace časově značně náročná (řádu $O(n^2)$, kde n je počet aproximačních koeficientů, tj. délka jednotlivých vektorů). Použitím rychlé Fourierovy transformace lze časovou náročnost konvoluce snížit až na $O(n \log n)$, je tu však ještě jeden problém. Pro reprezentaci druhých mocnin daných rozdílových funkcí jsou totiž zapotřebí přesně dvojnásobné kmitočty než pro reprezentaci původních funkcí, aproximační funkce s těmito kmitočty ale mohou v systému S_F chybět. Nepřesnosti aproximace jednotlivých mocnin by pak zcela znemožnily použití těchto mocnin v "kritériu dělení".

Pro určení celkové odchylky rozdílových funkcí lze však použít daleko jednoduššího (i když ne tak přesného) postupu založeného na tom, že na tyto funkce lze aplikovat stejný postup, jaký byl použit při určování aktualizačního vrcholu v kapitole 4.10, tj. pomocí vztahu (4.94) určit objem, který vytínají grafy daných rozdílových funkcí při jejich zobrazení v polárních souřadnicích. Čím více se totiž daná funkce odchyluje od funkce nulové (a to nezávisle na tom, zda do kladných či záporných hodnot), tím větší bude odpovídající objem. Stačí tedy určit objemy všech tří rozdílových funkcí a na konec tyto objemy sečíst (všechny budou kladné, při výpočtu budou navíc jednotlivé kmitočty preferovány stejným způsobem, jako je tomu při výběru aktualizačních vrcholů). Výslednou hodnotu pak již lze použít pro rozhodování o tom, zda danou plošku rozdělit či nikoliv.

Aplikujeme-li celý výše popsaný postup na vektory vah odpovídající vyzařovacím funkcím v jednotlivých vrcholech dané trojúhelníkové plošky, dostáváme následující kritérium pro adaptivní dělení plošek v rámci směrového přístupu:

Nechť:

- $\triangle ABC$ je ploška, kterou testujeme
- $\Phi(A)$, $\Phi(B)$ a $\Phi(C)$ jsou vyzařovací funkce vrcholů A, B a C
- $\widetilde{\Phi}(A)$, $\widetilde{\Phi}(B)$ a $\widetilde{\Phi}(C)$ jsou vektory vah těchto funkcí
- $\widehat{B}$ je hranice pro dělení
- $V(\phi)$ je operace, která danému vektoru vah ϕ přiřadí objem grafu odpovídající funkce (pomocí vztahu (4.94))

1) urči celkový objem B:

$$\begin{array}{lllllll} \alpha = \widetilde{\Phi}(A) & & \alpha' = \alpha - \beta & & \bar{\alpha} = V(\alpha') & & \\ \beta = \widetilde{\Phi}(B) & \Rightarrow & \beta' = \beta - \gamma & \Rightarrow & \bar{\beta} = V(\beta') & \Rightarrow & B = \bar{\alpha} + \bar{\beta} + \bar{\gamma} \\ \gamma = \widetilde{\Phi}(C) & & \gamma' = \gamma - \alpha & & \bar{\gamma} = V(\gamma') & & \end{array}$$

2) porovnej objem B s hranicí $\widehat{B}$:

$$B \geq \widehat{B}\ ? \quad \begin{cases} \textit{ano} \Rightarrow \textit{rozděl } \triangle ABC \textit{ na čtyři menší} \\ \textit{ne} \Rightarrow \textit{ponech původní } \triangle ABC \end{cases}$$

Uvedené kritérium je (stejně jako většina ostatních kritérií pro dělení plošek) zcela nezávislé na velikosti zkoumané plochy, v praxi je však velice výhodné preferovat dělení velkých ploch – záleží nám totiž na co nejrovnoměrnějším postižení propagace světelné energie celou scénou, nikoliv na přesném určení této propagace pouze v několika oblastech. Pokud má naše kritérium preferovat dělení velkých ploch, stačí mezi body 1. a 2. vložit následující bod (porovnej s obdobným vztahem (4.98) v kapitole 4.9):

1') urči $B_{new} = B_{old} \cdot P^{\,c}$, kde P je velikost plochy ABC a c je předem určený koeficient rozhodující o tom, jak moc budou větší plochy preferovány

Hodnoty hranice pro dělení $\widehat{B}$ a koeficient plochy c mohou být pro celý výpočet konstantní, mohou se však také v průběhu radiačního výpočtu postupně měnit (klesat). V tomto případě je nejvhodnější jejich aktuální hodnoty určovat dle přesnosti dosud spočítaného řešení, jak bylo uvedeno v předchozí kapitole.

Jak je vidět z předchozích odstavců, je otestování plošky a její případné rozdělení časově značně náročná operace, která se v rámci vystřelovacího algoritmu aplikuje po ukončení každého aktualizačního kroku na často velké množství ploch scény. Pokud chceme celý radiační výpočet urychlit, je vhodné testování plošek provádět vždy až po určitém počtu aktualizačních kroků. Počet kroků mezi jednotlivými testy může být konstantní, může se také postupně snižovat (stejně jako hranice pro dělení ploch). Ještě výhodnější řešení než provádět testování ploch víceméně pravidelně je zavedení tzv. *cyklů radiačního výpočtu.* Postup je v tomto případě následující:

- uvnitř jednotlivých cyklů se neprovádí žádné testování ani dělení plošek, pouze se označují ty vrcholy, které byly aktualizovány
- na konci každého cyklu se otestují a případně rozdělí pouze ty plošky, jejichž některé vrcholy byly v daném cyklu modifikovány
- každý cyklus končí ve chvíli, kdy je jako aktualizační objekt vybrán některý z označených vrcholů (poznamenejme ještě, že po rozdělení

aktualizovaných ploch dojde ke změnám ve velikostech okolí jednotlivých vrcholů a před následujícím cyklem je tedy nutné aktualizační posloupnost znovu přetřídit)

Velkou výhodou uvedeného postupu je jeho "automatické" rozhodování o tom, kdy je ještě vhodné testování a dělení plošek odložit a kdy se již vyplatí uvedené operace provést. Metoda "cyklického testování" dosahuje velice dobrých výsledků, hlavně ve scénách s velkým počtem navzájem oddělených světelných zdrojů, kdy se testování a dělení jednotlivých plošek provádí vždy až po aktualizaci všemi zdroji aniž by to jakkoliv ovlivnilo kvalitu generovaného řešení.

4.13 Zobrazení scény

V předchozích kapitolách jsme si podrobně probrali všechny fáze směrového radiačního výpočtu, nyní již zbývá pouze danou scénu nakreslit. Propagace světelné energie ve scéně je popsána nezávisle na pozici pozorovatele a směru pozorování, z daného radiačního řešení lze tedy generovat libovolný počet různých pohledů, bez jakýchkoliv dalších výpočtů lze simulovat i průchod pozorovatele danou scénou.

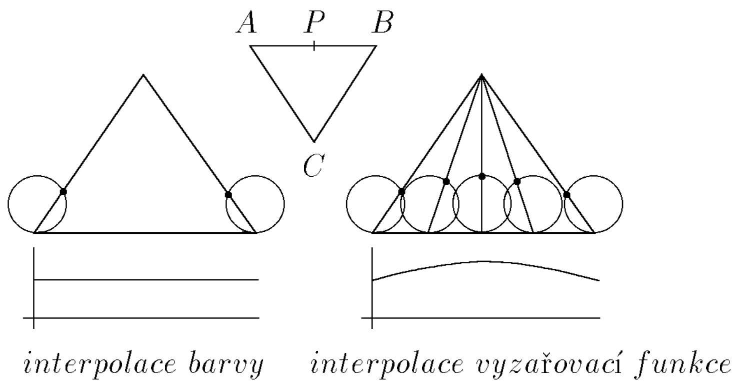
Pro zobrazení scény se v nesměrových radiačních algoritmech používá postup, kdy se nejprve určí všechny oblasti, které pozorovatel vidí, poté následuje jejich vykreslení. Jednotlivé oblasti, které je nutné zobrazit, se určují standardními algoritmy pro řešení viditelnosti (např. řádkovým rozkladem nebo pomocí Z-bufferu, který bývá někdy realizován přímo hardwarově), v rámci těchto algoritmů je též nutné určit, z jakých plošek (resp. částí plošek) se dané oblasti skládají. Viditelné části jednotlivých plošek scény jsou pak postupně vykreslovány na obrazovku, barva každého zobrazovaného pixelu plošky je vždy určena z radiací ve vrcholech této plošky - nejčastěji pomocí Gouraudova stínování, které lze opět značně jednoduše realizovat v HW.

Výše uvedený postup je velice rychlý (hlavně má-li daný počítač HW podporu použitých operací), lze jej též poměrně snadno modifikovat i pro směrové metody. Přesto bylo v popisované metodě použito řešení jiné, a to zobrazení zobrazení založené na ray-castingu (= nerekurzivní ray-tracing, viz kapitola 2.1). Hlavním důvodem byla jednodušší programová realizace. při použití ray-castingu není nutné složitě definovat jednotlivé viditelné oblasti a tyto oblasti následně lokalizovat do plošek zobrazované scény, viditelnost se totiž určuje pro každý pixel znova. Děje se tak vysláním paprsku z místa pozorovatele skrz daný pixel a sledováním, zda tento vržený paprsek zasáhne nějakou plochu scény. Pokud ne, vykreslí se daný pixel barvou pozadí, jinak se určí index zasažené plošky a také odpovídající barycentrické souřadnice průsečíku (dojde tedy k lokalizaci pixelu do některé z plošek scény). Ze získaných hodnot se určí radiace v daném místě plošky a pixel se vykreslí barvou odpovídající této radiaci. Celý postup se opakuje pro všechny pixely generovaného pohledu.

Jak v případě standardních zobrazovacích postupů, tak i při použití raycastingu je třeba v rámci směrových metod vyřešit ještě jeden problém. Jedná se o určení barvy jednotlivých pixelů v závislosti na jejich radiaci. Pro každý pixel známe plošku, do které tento pixel patří, díky lokalizaci známe i jeho polohu. S plochou jsou svázány radiace v jejích vrcholech, ze znalosti barycentrických souřadnic lze pak pomocí vztahu (4.3) určit i radiaci daného pixelu. Oproti standardním radiačním metodám je však nyní radiace postižena pomocí vyzařovacích funkcí, barvu pixelu lze pak určit jedním z následujících postupů:

- interpolací barvy – z vyzařovacích funkcí se nejprve určí barvy jednotlivých vrcholů, z nich se dle vztahu (4.3) určí i barva požadovaného pixelu
- interpolací vyzařovacích funkcí – vztah (4.3) se aplikuje na původní vyzařovací funkce (přesněji na jejich jednotlivé koeficienty) a tímto postupem se definuje tvar vyzařovací funkce v daném pixelu; barva pixelu se pak stanoví z množství energie vyzařované směrem k pozorovateli

První postup odpovídá Gouraudovu stínování, druhý pak v jistém smyslu připomíná stínování Phongovo. Interpolace barvy je značně jednoduchá a rychlá, značná časová náročnost interpolace vyzařovací funkce je zase vyvážena její podstatně vyšší kvalitou. Podívejme se na obrázek 4.18 kde je znázorněna jedna z plošek tvořící povrch ideálního difúzního zářiče ABC.



Obr. 4.18: Interpolace

Zajímá nás průběh radiace nad hranou AB v případě, že pozorovatel je umístěn v jisté výšce nad bodem P, který půlí danou hranu na poloviny. Jedná se o ideální difúzní zářič, vyzařovací funkce v jednotlivých vrcholech jsou tedy budou stejné a mají tvar sfér. Vzhledem k pozici pozorovatele jsou stejné i barvy vrcholů A a B, při použití interpolace barvy tedy bude mít konstantní barvu nesprávně i celá hrana AB (část a) obrázku). Korektní řešení obdržíme až v případě, kdy použijeme interpolaci vyzařovací funkce – výsledek je zobrazen v části b) obrázku. Interpolaci barvy je tedy vhodné používat pouze při generování předběžných obrázků (např. při výběru vhodného "záběru"), ve všech ostatních případech je lepší používat sice pomalejší, ale značně kvalitnější interpolaci vyzařovacích funkcí.

Vlastnímu zobrazení vypočítané scény je třeba věnovat velkou pozornost, neboť jednotlivé algoritmy pro generování fotorealistických scén jsou posuzovány právě dle toho, jak reálné obrázky poskytují. Pro zvýšení kvality vytvářených obrázků bylo vyvinuto velké množství nejrůznějších postupů, uveďme si alespoň použití textur, rozmazání pohybujících se objektů či vytvoření dojmu hloubky obrazu. Pro radiační metody je typická aplikace uvedených postupů nikoliv přímo v průběhu vlastního radiačního výpočtu, ale až po jeho ukončení v rámci tzv. *postprocesingu* vygenerovaných obrázků. Většina postupů je založena na použití ray-tracingu, charakteristiku některých z nich lze nalézt v knize [Gla91]. Je vhodné si ale uvědomit, že v některých případech není nutné danou scénu vůbec zobrazovat. Radiační metody ve své podstatě pouze transformují nějaký popis scény na jiný popis téže scény, který oproti vstupnímu popisu navíc postihuje propagaci světelné energie uvnitř dané scény. Z výstupního popisu lze generovat jednotlivé obrázky, tento popis je však možné použít i jako vstup pro ray-tracing nebo pro zcela jiné účely (např. simulace).

Zastavme se ještě krátce u problému vyskytujícího se pouze v radiačních metodách založených na vystřelovacím algoritmu. Na počátku těchto metod je totiž celá scéna značně tmavá (neboť k mnoha objektům scény nebyla propagovaná žádná světelná energie), v rámci jednotlivých aktualizačních kroků je dosud nevystřelená energie šířena scénou a ta se postupně rozjasňuje. Aby tedy bylo možné generovat dostatečně kvalitní obrázky již od počátku výpočtu, je nutné celou scénu částečně "přisvětlovat". K tomuto účelu se používá tzv. okolní *ambient* světlo, které se při zobrazení přičítá k radiacím všech objektů. Je zřejmé, že intenzita tohoto ve scéně rovnoměrně rozloženého světla vlastně odpovídá celkovému množství světelné energie, která ještě nebyla danou scénou propagována. Toto množství dovedeme explicitně určovat (viz kapitola 4.11), umíme tedy stanovit i množství okolního světla tak, aby zobrazovaná scéna byla pořád stejně jasná.

Kapitola 5

Modifikace a další rozšíření směrových radiačních metod

Stejně jako všechny ostatní metody, lze i naši směrovou metodu dále zdokonalovat a vyvtářet její nejrůznější modifikace. Současný trend v radiačních metodách je jednoznačný – zvýšit kvalitu generovaných řešení. V rámci naší metody lze tento trend sledovat v následujících modifikacích:

- přesnější vystižení tvaru jednotlivých objektů, z nichž se daná scéna skládá (např. pomocí NURBS)
- aplikace nových světelných modelů postihujících např. difrakci, polarizaci či interferenci světla
- dokonalejší popis optických vlastností použitých materiálů
- textury a charakteristika lokálních vlastostí povrchů
- přesnější realizace vyzařovacích a distribučních funkcí
- použití moderních barevných systémů (např. HSI nebo CIE-LAB)
- kombinace s ray-tracingem, jeho použití pro postprocesing

Kvalitu generovaných řešení lze ovšem ovlivňovat i "interně", tj. úpravou vlastního radiačního výpočtu. Do této kategorie spadají jednak postupy používané pro výpočet propagace energie mezi elementárními objekty scény (např. aktualizace pomocí ray-castingu), patří sem však i adaptivní dělení scény či použití aktualizace vrcholů místo plošek. Významným vylepšením celého radiačního výpočtu by např. bylo odvození základních vztahů nikoliv z konfiguračních faktorů a jejich integrálů, ale přímo z diferenciálních rovnic popisujících přenos energie v daném prostředí.

Oproti základním radiačním metodám jsou u směrového přístupu značně důležité i modifikace, jejichž cílem je urychlení celého výpočtu či snížení jeho paměťových nároků. Tyto modifikace jsou jednak přesnými opaky postupů pro zvýšení kvality generovaných řešení (čím rychlejší či paměťově méně náročná metoda, tím méně kvalitní), jednak se liší i mezi sebou (rychlejší metody vyžadují dodatečnou paměť pro úschovu pomocných údajů, paměťově nenáročné metody zase pracují pomaleji). Uveďme si alespoň některé možné modifikace našeho postupu:

- překrývání, přepojování a případné spojování trojúhelníkových plošek (čím míň jich bude, tím rychleji bude algoritmus pracovat)
- předvýpočet prostorových vztahů ve scéně – tento postup je vhodný hlavně pro statické scény, kde se pohybuje pouze pozorovatel
- urychlení konvergence řešení pomocí přestřelování
- uložení pouze nenulových koeficientů jednotlivých vyzařovacích funkcí, případně jejich další komprimace
- vhodná prostorová organizace scény např. pomocí oktalových stromů
- aktualizace pouze těch objektů, jejichž vzdálenost od aktualizačního elementu je menší jak jistá hranice

Nejzajímavější je však kategorie modifikací celého radiačního přístupu. Sem můžeme zahrnout jednak distribuované a paralelní radiační metody (v současné době pouze nesměrové), jednak celou kategorii dosud neprozkoumaných či nevyřešených problémů. V rámci radiačních metod obecně se jedná například o speciální metody pro animaci, které by uměly aktualizovat radiační řešení po provedení lokálních změn ve scéně či o radiační metody pracující nad objemovou reprezentací scény. V oblasti směrových metod by bylo vhodné zkoumat např. následující oblasti:

- HW podpora směrových radiačních metod
- aplikace v oblastech virtuální reality
- postižení ideálního zrcadlového odrazu
- postižení nehomogenit v prostředí (mlha, kouř)
- zpřesňování vyzařovacích funkcí v závislosti na vzdálenosti pozorovatele
- realizace vyzařovacích a distribučních funkcí fraktály
- popsat nikoliv radiaci jednotlivých povrchů, ale přímo přenos světelné energie v rámci celého prostoru (tj. pro každý bod prostoru definovat jemu odpovídající "vnímací" funkci, která by charakterizovala směrové

rozložení energie procházející daným bodem)

- zrušit dělení plošek a místo toho použít čtyřrozměrné vyzařovací funkce (dvě souřadnice pro pozici na ploše a dvě pro směr) – tyto funkce by pak mohly být realizovány pomocí 4D Fourierovy transformace
- popis ne radiace jednotlivých povrchů, ale přenosu světelné energie v rámci celého prostoru (tj. pro každý bod prostoru definovat jemu odpovídající "vnímací" funkci = jistou analogii vyzařovací funkce)
- spojení dvou předchozích bodů – tedy charakteristika celé scény pomocí jediné funkce pěti parametrů

Některé z výše uvedených bodů se mohou jevit jako zcela utopické, je však vhodné si uvědomit, že směrové radiační metody jsou velice mladé odvětví počítačové grafiky a mají svůj největší rozkvět teprve před sebou. Právě tyto metody by navíc mohly překonat současnou krizi v oblasti generování fotorealistických obrázků způsobenou tím, že jak ray-tracing, tak i standardních radiační metody dosáhli (po stránce teoretické) svého vrcholu a začínají pomalu stagnovat.

Kapitola 6

Závěr

V uvedené práci byl popsán nový postup pro výpočet osvětlení scény pomocí tzv. radiačních metod. Vytvořená směrová metoda vychází ze standardního radiačního postupu, v rámci metody je však zachyceno nejenom množství, ale i směr energie propagované danou scénou. Metoda navazuje na některé dříve publikované postupy, většinu použitých postupů však bylo nutné definovat a ověřit vlastními silami.

Práce poskytuje charakteristiku celého navrhnutého řešení počínaje světelným modelem a konče kompletním radiačním algoritmem, hlavní pozornost je věnována reprezentaci směru propagované světelné energie v rámci tzv. vyzařovacích funkcí a způsobu, jak tyto funkce efektivně a dostatečně přesně realizovat. Podrobně jsou též popsány některé nestandardní postupy použité v uvedené metodě.

Možnost realizace složitějších pasáží byla ověřena prakticky, vytvoření celého systému založeného na popisované metodě však znemožnila jeho příliš velká složitost při daných časových možnostech. I přesto by se uvedená metoda mohla stát základem dalších prací z oblasti směrových radiačních metod včetně jejich praktických aplikací.

Použitá literatura

[AG91] A. Anderson and M. Grant. Visulux: A radiosity based lightning design tool. In *Second Eurographics Workshop on Rendering*, Barcelona, May 1991.

[Bli77] J. F. Blinn. Models of light reflection for computer synthesized pictures. *Computer Graphics (SIGGRAPH '77 Proceeding)*, 11:191–198, 1977.

[Bou70] W. J. Bouknight. A procedure for generation of three dimensional half-toned computer graphics presentations. *Communications of the ACM*, 13(9), September 1970.

[CCWG88] Michael F. Cohen, Shenchang Eric Chen, John R. Wallace, and Donald P. Greenberg. A progressive refinement approach to fast radiosity image generation. *Computer Graphics (SIGGRAPH '88 Proceeding)*, 22(4):75–84, August 1988.

[CG85] Michael Cohen and Donald P. Greenberg. The hemi-cube: A radiosity solution for complex environment. *Computer Graphics (SIGGRAPH '85 Proceeding)*, 19(3):31–40, August 1985.

[CGIB86] Michael F. Cohen, Donald P. Greenberg, David S. Immel, and Phillip J. Brock. An efficient radiosity approach for realistic image synthesis. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 6(2):26–35, March 1986.

[CRMT91] Shenchang Eric Chen, Holly E. Rushmeier, Gavin Miller, and Douglass Turner. A progressive multi-pass method for global illumination. *Computer Graphics*, 25(4):165–174, July 1991.

[CT82] R. L. Cook and K. E. Torrance. A reflectance model for computer graphics. *ACM Transactions on Graphics*, 1(1):7–24, 1982.

[Gla91] Andrew S. Glassner. *An Introduction to Ray Tracing.* Academic Press, 1991.

[Gor85] Cindy M. Goral. Modelling the interaction of light between diffuse surfaces. Master's thesis, Cornell University, January 1985.

[Gou71] H. Gouraud. Continuous shading of curved surface. *IEEE Transactions on Computers*, 20(6):623–628, July 1971.

[GS91] Donald P. Greenberg and François X. Sillion, editors. *Global Illumination Algorithms, Eurographics '91 Tutorial Notes*, 1991.

[GTGB84] Cindy M. Goral, Kenneth E. Torrance, Donald P. Greenberg, and Bennett Battaile. Modelling the interaction of light between diffuse surfaces. *Computer Graphics (SIGGRAPH '84 Proceeding)*, 18(3):212–222, July 1984.

[Hai91] Eric Haines. Radiosity bibliography. In Greenberg and Sillion [GS91], pages 55–60.

[How82] John R. Howell. *A Catalog of Radiation Configuration Factors.* McGraw Hill, 1982.

[HTSG91] Xiao Dong He, Kenneth E. Torrance, François X. Sillion, and Donald P. Greenberg. A comprehensive physical model for light reflection. *Computer Graphics (SIGGRAPH '91 Proceeding)*, 25(4), August 1991.

[ICG86] David S. Immel, Michael F. Cohen, and Donald P. Greenberg. A radiosity method for non-diffuse environments. *Computer Graphics (SIGGRAPH '86 Proceeding)*, 20(4):133–142, August 1986.

[Kir92] David Kirk. *Graphics Gems III.* The Graphics Gems Series, editet by Andrew Glassner. Academic Press, 1992.

[Kli78] Emanuel Klier. *Optika, skripta MFF UK Praha.* SPN Praha, 1978.

[MBG86] Gregory M. Maxwell, Michael J. Bailey, and Victor W. Goldschmidt. Calculations of the radiation configuration factor using ray casting. *Computer-Aided Design*, 18(7):371–379, September 1986.

[Pho75] Bui Tuong Phong. Illumination for computer generated pictures. *Communications of the ACM*, 18(6):311–317, June 1975.

[Pur92] Werner Purgathofer. An overview of radiosity. Přednáška proslovená na ČVUT Praha, Listopad 1992.

[RJ92] Eduard Rohan and František Ježek. Trojúhelníkove pláty a nurbs. Preprinty vědeckých prací Preprint č. 36, Západočeská univerzita Plzeň, listopad 1992.

[RT90] H. E. Rushmeier and K. E. Torrance. Extending the radiosity method to include specularly reflecting and transluent materials. *ACM Transactions on Graphics*, 9(1):1–17, January 1990.

[SAWG91] François X. Sillion, James R. Arvo, Stephen H. Westin, and Donald P. Greenberg. A global illumination solution for general reflectance distribution. In Greenberg and Sillion [GS91], pages 35–44.

[SC78] E. M. Sparrow and R. D. Cess. *Radiation Heat Transfer.* Hemisphere Publishing Corp., 1978.

[Ser91] Ivo Serba. Termodynamický přístup k výpočtu osvětlení prostorové scény v počítačové grafice. In *Sborník konference MOP '91*, pages 267–283, Papradno, 1991.

[SH78] Robert Siegel and John R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer.* Hemisphere Publishing Corp., 1978.

[Ska92] Václav Skala. *Algoritmy počítačové grafiky, skripta FAV ZČU Plzeň.* Ediční středisko ZČU, listopad 1992.

[Smi56] V. I. Smirnov. *Učebnice vyšší matematiky.* 5 dílů. Nakladatelství ČSAV, Praha, 1956.

[Str90] Paul S. Strauss. A realistic lighting model for computer animators. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 10(11?):56–64, November 1990.

[SŽ89] Jiří Sochor and Jiří Žára. Světlo a stín v počítačové grafice. In *Sborník konference MOP '89*, pages 5–93, Vinné, 1989.

[SŽ93] Jiří Sochor and Jiří Žára. *Algoritmy počítačové grafiky, skripta FEL ČVUT Praha.* Vydavatelství ČVUT, březen 1993.

[TS67] K. E. Torrance and E. M. Sparrow. Theory for off-specular reflection from roughened surfaces. *Journal of American Optics Society*, 57(9):1105–1114, September 1967.

[WCG87] John R. Wallace, Michael F. Cohen, and Donald P. Greenberg. A two-pass solution to the rendering equation: A synthesis of ray tracing and radiosity methods. *Computer Graphics (SIGGRAPH '87 Proceeding)*, 21(4):311–320, July 1987.

[WEH89] John R. Wallace, Kells A. Elmquist, and Eric A. Haines. A ray tracing algorithm for progressive radiosity. *Computer Graphics (SIGGRAPH '89 Proceeding)*, 23(3):315–324, July 1989.

[Whi80] T. Whitted. An improved illumination model for shaded display. *Communications of the ACM*, 23(6):343–349, June 1980.