

Důležitost, BPT

Tomáš Šváb

21. ledna 2012

Důležitosti a dualita v zobrazování

Měřící rovnice

Dosud jsme řešili pouze výpočet radiance v izolovaných bodech pomocí zobrazovací rovnice (rendering equation), což ale není úplný výsledek, protože ve skutečnosti nás zajímá průměrná radianca procházející pixelem. Matematicky to lze vyjádřit pomocí měřící rovnice (measurement equation):

$$I_j = \int_M \int_{H(x)} W_e^{(j)}(x, \omega) \cdot L_i(x, \omega) \cos \theta \, d\omega \, dA.$$

Kde

- M je celá scéna (včetně senzoru!)
- $H(x)$ je hemisféra ve směru normálového vektoru v bodě x
- $W_e^{(j)}(x, \omega)$ je relativní odezva senzoru (váha) ve scéně (obecně W_e může přiřadit nenulovou váhu radianci kdekoli ve scéně)
- $L_i(x, \omega)$ je přicházející radianca
- I_j je odezva virtuálního senzoru na radianci ve scéně

Ačkoliv zde uvažujeme o klasické situaci, kde máme kameru, na které měříme dopadající radianci (proto to indexování přes pixely), tak pomocí funkce důležitosti $W_e(x, \omega)$ lze obecně popsat jakýkoliv typ senzoru jako například kameru z algoritmu ze sledování cesty pozorovatele (průmětna a před ní čočka, zde ale musí být součástí scény!), případně plošky z radiační metody, ve kterých počítáme radiositu). Matematicky můžeme vyjádřit senzor množinou:

$$S \subset M \times H.$$

Funkce odezvy má pak následující hodnoty:

$$W_e(x, \omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } (x, \omega) \in S, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Důležitost

Veličina W_e (důležitost) popisuje, jak je důležitá příchozí radiance v daném bodě a směru pro odezvu senzoru, a můžeme ji také chápat jako duální veličinu k radianci. Radiance je emitovaná ze světelných zdrojů, zatímco důležitost (importance) je naopak emitována ze sensorů. Stejně jako v případě radiance, můžeme vyjádřit ustálenou funkci důležitosti pomocí rovnice, která je obdobou zobrazovací rovnice, pouze namísto radiance použijeme důležitost a také zaměníme argumenty BRDF:

$$W(x, \omega_o) = W_e(x, \omega_o) + \int_{H(x)} W(r(x, \omega_i), -\omega_i) \cdot f_r(x, \omega_o \rightarrow \omega_i) \cdot \cos \theta_i d\omega_i.$$

Kde

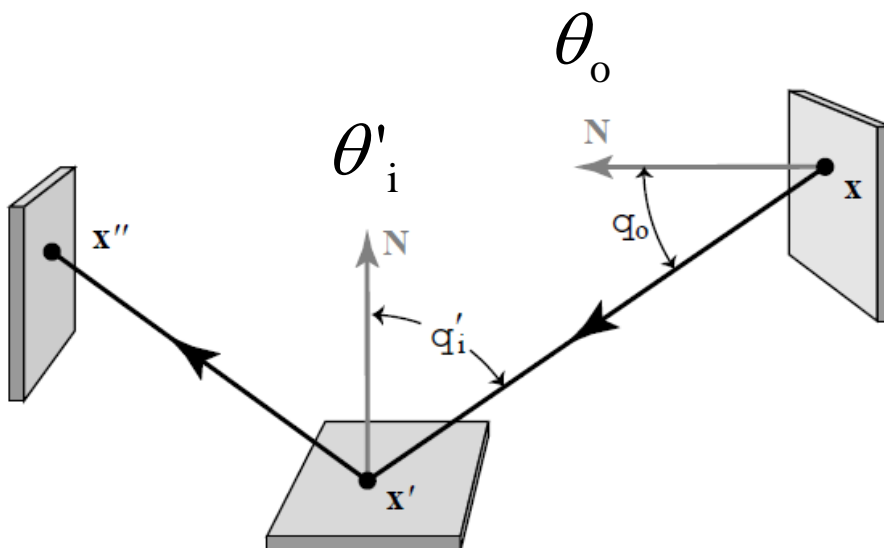
- $W_e(x, \omega_o)$ je emitovaná funkce důležitosti
- $W(x, \omega_o)$ je ustálená funkce důležitosti
- $f_r(x, \omega_o \rightarrow \omega_i)$ je funkce BRDF s prohozenými argumenty (není identické pro lom – souvisí s tím, že se prohazují vstupní a výstupní prostředí a ty mohou mít odlišnou hustotu)

Na rozdíl od radiance, která je vázána na celou scénu, jsou funkce důležitosti (emitované i ustálené) odlišné pro každý pixel (případně plošku nebo cokoliv co se snažíme pomocí sensorů reprezentovat).

Sledování světla

Sledování světla využívá rovnici přenosu důležitosti a je tedy duální metodou k metodě sledování cest, proto je v principu téměř stejná, pouze sledujeme radiance ze zdrojů světla a snažíme se zasáhnout nebo explicitně spojíme bod a senzor a vypočteme příspěvek.

V praxi je méně použitelná než sledování cest (PT), protože má výrazně vyšší varianci v důsledku toho, že metoda jako taková nedokáže zaručit rozumné množství příspěvků ke každému pixelu, takže některé mohou mít příspěvků dostatek, zatímco jiné mohou zůstat zcela bez příspěvků. Dobrý příklad je například scéna, ve které je pozorovatel reprezentován dírkovou kamerou, která není součástí scény (nelze ji protnout), takže veškeré příspěvky (jenž ale nutně budou vždy nulové v případě čistě spekulární BRDF – viz. černá koule) jsou získány pomocí přímého napojení na senzor.



Obrázek 1: Tříbodová formulace přenosu světla.

Výhodnější je ale naopak pro kaustiky, které naopak PT nezvládá příliš dobře (v případě bodových světelných zdrojů vůbec). Algoritmy se tedy vzájemně doplňují a jejich kombinace je základem pro pokročilejší algoritmy jako oboustranné sledování paprsků nebo fotonové mapy.

Přenos světla jako integrál přes prostor cest

Tříbodová formulace přenosu světla

Nejdříve zformulujeme rovnici transportu světla jako integrál přes všechny možné světelné cesty ve scéně:

$$I_j = \int_{\Omega} f_j(\bar{x}) d\mu(\bar{x})$$

Kde

- Ω je prostor všech světelných cest mezi světelnými zdroji a j-tým pixelem
- \bar{x} je jedna konkrétní cesta, která je přesně určena svými body
- $f_j(\bar{x})$ je funkce reprezentující příspěvek cesty \bar{x} k j-tému pixelu
- $\mu(\bar{x})$ značí míru na množině světelných cest

Následně přepíšeme tuto obecnou rovnici pomocí radiometrických veličin s mírně upraveným značením:

$$I_j = \int_{M \times M} W_e^{(j)}(x \rightarrow x') L(x \rightarrow x') \cdot G(x \leftrightarrow x') dA_x dA_{x'}$$

Kde

- x' je bod, který leží na senzoru
- x je bod, který leží na ploše scény
- M je celá scéna (včetně senzoru!)
- $W_e^{(j)}(x \rightarrow x')$ je důležitost emitovaná z x' do x (šipka je tedy vždy ve směru šíření světla!)
- G je geometrický člen

$$G(x \leftrightarrow x') \equiv V(x \leftrightarrow x') \frac{|\cos \theta_o \cos \theta_i'|}{\|x - x'\|^2}$$

- $V(x \leftrightarrow x')$ je funkce viditelnosti mezi body x a x'
- diferenciální míra na množině světelných cest je rozepsána jako

$$d\mu(\bar{x}) = d\mu(x_0 \cdots x_k) = dA_{x_0} \cdots dA_{x_k}$$

Značení bylo přizpůsobeno tak, aby bylo možné vyjádřit směry pomocí bodů náležících dané světelné cestě, takže následující zápisy jsou ekvivalentní:

$$L(x \rightarrow x') \equiv L(x, \omega)$$

$$f_r(x \rightarrow x' \rightarrow x'') \equiv f_r(x', \omega_i \rightarrow \omega_o)$$

Stejným způsobem můžeme přeznačit i zobrazovací rovnici:

$$L(x' \rightarrow x'') = L_e(x' \rightarrow x'') + \int_M L(x \rightarrow x') \cdot f_r(x \rightarrow x' \rightarrow x'') \cdot G(x \leftrightarrow x') dA_x.$$

A z ní dále můžeme vyjádřit příspěvek konkrétní světelné cesty (délky k) k j -tému pixelu:

$$f_j(\bar{x}) = L_e(x_0 \rightarrow x_1) G(x_0 \leftrightarrow x_1) W_e^{(j)}(x_{k-1} \rightarrow x_k) \prod_{i=1}^{k-1} f_r(x_{i-1} \rightarrow x_i \rightarrow x_{i+1}) G(x_i \leftrightarrow x_{i+1})$$

Kde

- $\bar{x} = x_0 \dots x_k$ je světelná cesta délky k

Ted', když už máme rovnici pro počítání příspěvků jednotlivých světelných cest, už zbývá pouze zjistit, jak pomocí nich odhadnout měřící rovnici.

Aplikace Monte Carlo metod

Připomeňme, jak vypadá obecně zapsaná měřící rovnici, kterou řešíme:

$$I_j = \int_{\Omega} f_j(\bar{x}) d\mu(\bar{x}).$$

Opět lze řešit klasickými Monte Carlo metodami s estimátorem:

$$I_j \approx \frac{f(\bar{X})}{p(\bar{X})}.$$

Jak vypočítat příspěvek již známe z předchozí kapitoly, takže jediné co zbývá určit je hustota pravděpodobnosti pro danou světelnou cestu. Ta se chová poměrně intuitivně, protože je dána součinem hustoty pravděpodobnosti (pdf) vrcholů, které cesta obsahuje. Nyní tedy potřebujeme pro tyto vrcholy určit jejich pdf. Pro ty, které leží na světelném zdroji či snímači (čočce), je pdf dána typem a parametry světelného zdroj/snímače (tvar daného objektu, distribuce radiance/importance pro různé směry). Pro vzorkování směrů lze vypočítat pdf jako:

$$p(x') = p(\omega_o) \left(\frac{|\cos \theta_i'|}{\|x - x'\|^2} \right),$$

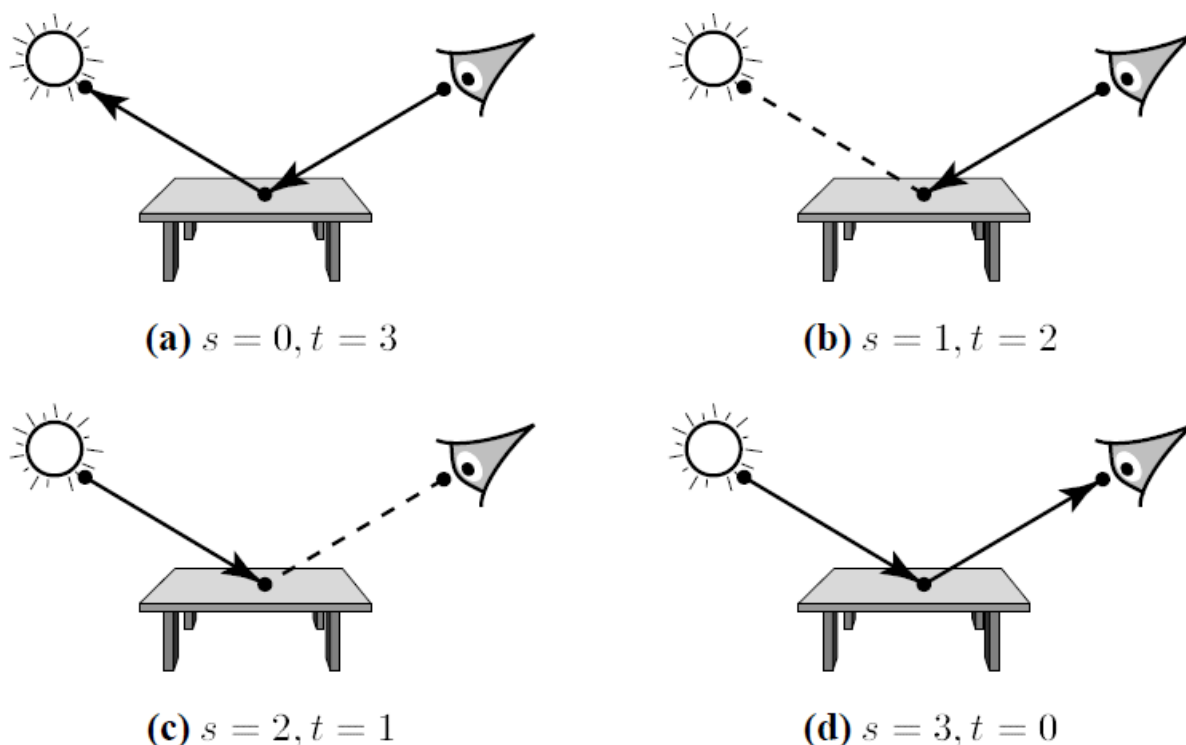
kde člen v závorce (lze odvodit ze vztahu mezi prostorovým úhlem a diferenciální ploškou) převádí směrovou hustotu pravděpodobnosti na plošnou, protože hustota není invariantní vůči míře.

Zpětně si můžeme povšimnout, že path tracing či light tracing jsou pouze jedny z možných technik pro vzorkování cest. Jako takové jsou schopny generovat určitou podmnožinu z množiny všech možných cest.

Obousměrné sledování cest

Obousměrné sledování cest se snaží používat různé vzorkovací strategie, které jsou následně kombinovány pomocí multiple-importance samplingu podobně jako v path traceru.

Danou světelnou cestu je někdy možné získat pomocí různých vzorkovacích strategií, a ačkoliv má vždy stejný příspěvek, tak hustota pravděpodobnosti se může lišit, protože minimálně jeden z vrcholů na cestě musí být vygenerován odlišnou strategií (jinak jsou ty strategie stejné), tudíž může mít jinou hustotu pravděpodobnosti než v případě jiné strategie. Na obrázku je možné vidět příklad takové cesty. Na obrázku a) jsme cestu získali pomocí klasického path-tracingu bez explicitního spojování bodu se světelným zdrojem (měli jsme zrovna štěstí, že paprsek zasáhl světelný zdroj). Obrázek napravo má první část cesty vygenerovanou stejným způsobem, ale v bodě je explicitní spojení se světelným zdrojem. Obrázky c) a d) obdobné, akorát se pohybujeme v opačném směru (light-tracing).



Obrázek 2: Různé vzorkovací techniky pro získávání světelných cest používané v BPT.

Obecně platí pro cestu délky k , že obsahuje nějakou podcestu generovanou ze světelného zdroje a nějakou podcestu generovanou z kamery. Mezi nimi je spojovací segment, který je explicitně spojuje. Rozhodně tedy nemusí platit, že explicitní spojení je až s kamerou či světelným zdrojem, jak je to na obrázku 2. Za povšimnutí stojí, že pro cestu délky k , je přesně $k + 2$ možností, jak je možné cestu vygenerovat, kde každá možnost má stejný příspěvek a jinou hustotu pravděpodobnosti.

Kombinační estimator využívající multiple-importance sampling vypadá pro BPT následovně:

$$\sum_{s \geq 0} \sum_{t \geq 0} \omega_{s,t}(\bar{x}_{s,t}) \frac{f_j(\bar{x}_{s,t})}{p_{s,t}(\bar{x}_{s,t})}$$

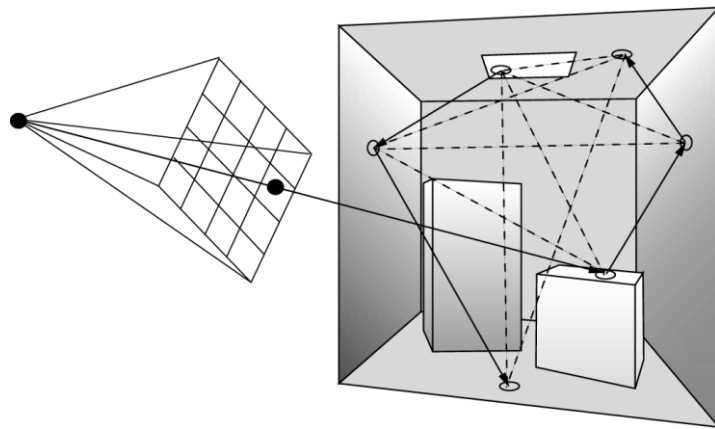
Kde

- $\omega_{s,t}(\bar{x}_{s,t})$ je váha, která závisí na kombinační strategii (např. vyvážená heuristika)
- s , respektive t je počet vrcholů podcesty vygenerované od světla, resp. od kamery

Implementace

V praxi se cesty generují po skupinách, aby se urychlil výpočet. Nejdříve vygenerujeme podcestu náhodné délky od světla a podcestu náhodné délky od kamery. Poté vygenerujeme skupinu světelných cest tím, že spojíme každý vrchol z podcesty od světla s každým vrcholem z podcesty od kamery (obrázek 3). Každé spojení tedy určí samostatnou světelnou cestu, která může přispět k výslednému obrázku. Daná světelná cesta je vlastně sloučením dvou podcest. Ze světelné části tam patří všechny body od toho, který leží na světelném zdroji, až do bodu, které ji spojuje z podcestou od kamery (u podcesty od kamery je to obdobné).

Pomocí dvou podcest jsme tedy schopni vygenerovat řádově více kompletních cest než kdybychom spojovali pouze koncové body, takže v důsledku stačí generovat méně náhodných podcest a výpočet je rychlejší.



Obrázek 3: Generování světelných cest v praxi.