Metody skeletální animace

Ladislav Kavan, 2002

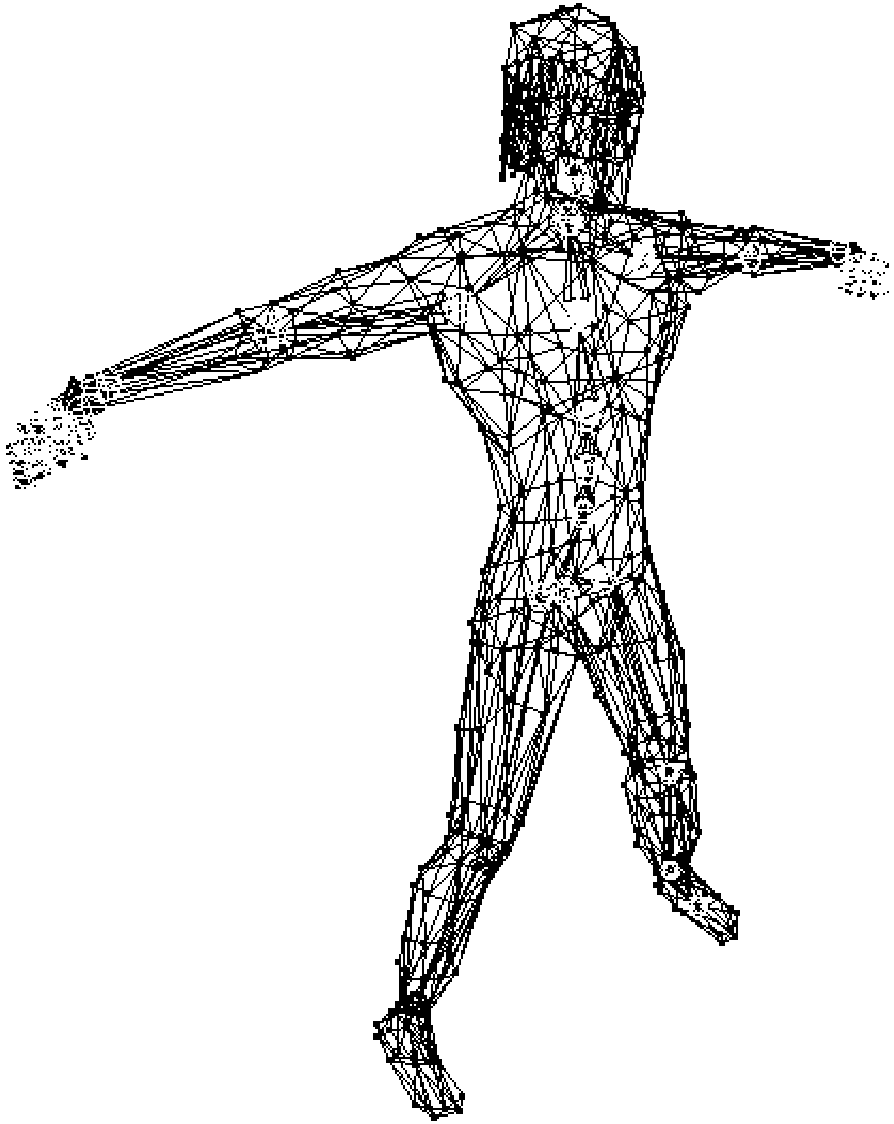
Model humanoida

- síť trojúhelníků (textura)
- kostra - strom: hrany odpovídají kostem, vrcholy kloubům
- vazba vrcholů trojúhelníků na kosti (každý vrchol svázán s právě jednou kostí)
- v každém kloubu transformační matice (typicky jen otočení a posunutí)

Vykreslování: Zřetězím transformace ve všech kloubech na cestě a výsledek aplikuji na daný vrchol.

Počet stupňů volnosti (DOF) je dimenze stavového vektoru kostry.

Kloub je typicky rotační s 1-3 DOF.



Animace pohybu - klíčování

Klíčové snímky udávají lokální transformace kloubů.

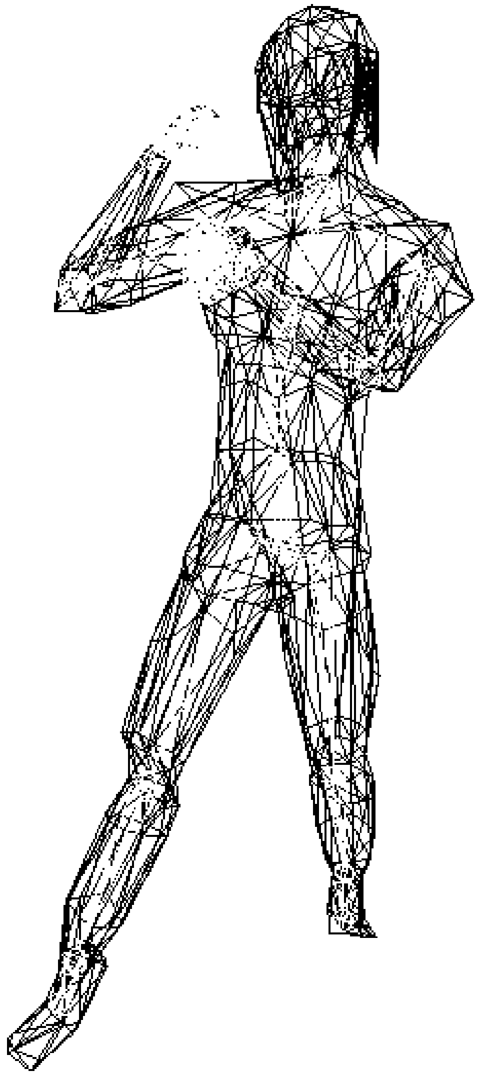
1) přenesu kloub (kost z něj vycházející a navázané vrcholy) do počátku
2) aplikuji transformaci získanou interpolací mezi klíčovými snímky
3) přidám transformaci rodičovskou kostí
4) výsledek transformuji maticí otce (spočítanou stejným postupem)

Krok 1 lze předpočítat (záleží jen na modelu), 2 a 3 provádím při vykreslování.

Kde vzít klíčové snímky?

Výpočet klíčových snímků

- ruční ladění (pomocí dopředné kinematiky)
- herecký výkon + Motion Capture
- inverzní kinematika - výpočet otočení a posunutí kloubů ze zadaného cíle
- dynamika



Úloha dopředné kinematiky

BÚNO můžeme předpokládat, že každý kloub rotuje kolem jedné osy (+ případně posunutí).

M_i je matice transformace v i - tém kloubu, tj. $M_i = \begin{pmatrix} R(\Theta_i) & P_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

kde $R(\Theta_i)$ je rotace kolem osy u_i o úhel Θ_i a P_i je vektor posunutí.

Je - li i - tý kloub pevně zakotvený a j - tým se pohybuje (koncový efektor), pak výsledná transformace $M_i^j = M_j \Lambda M_i$ (dále jen f).

Úloha FK : $x = f(q)$, kde x je pozice koncového efektoru a q je stav kostry.

Zpětná kinematika

Úloha IK : $q = f^{-1}(x)$. Typy koncového efektoru x :

- pouze pozice - 3 DOF
- pouze orientace (2 jednotkové kolmé vektory)
- pozice a 1 jednotkový vektor orientace
- pozice a orientace - 6 DOF

Problémy:

- f nelineární (sin a cos z rotací)
- nemusí existovat žádné řešení
- může existovat nekonečně mnoho řešení

Analytické řešení IK

- známo jen pro kostry s malým počtem stupňů volnosti (6, 7)
- výhoda: jediná metoda, co dává všechna řešení (pro 6 rotačních DOF existuje nejvýše 16 řešení)
- lze použít ve speciálních případech - HAL řetězce, robotika

Převod IK na nelineární programování

Problém IK lze ekvivalentně formulovat takto:

$$\text{minimalizovat } E(q) = (x - f(q))^2$$
$$\text{za podmínek } l_i \le q_i \le u_i$$

• výhody: snadné zabudování rozsahu kloubů (a dalších podmínek), obecnější cíle (rovina, poloprostor, kombinace)

• nevýhody: můžeme skončit v lokálním minimu, pomalé (pro real-time aplikaci)

Numerická řešení IK

Idea : f lokálně aproximujeme lineární funkcí - Jakobián $J = \frac{\partial f}{\partial q}$

(matice typu MxN). Lokálně pak platí : $\Delta x = J(q)\Delta q$.

$$J = [J_1, \Lambda\ , J_n], \quad J_i = \left[\frac{\partial P_x}{\partial q_i}, \frac{\partial P_y}{\partial q_i}, \frac{\partial P_z}{\partial q_i}, \frac{\partial O_x}{\partial q_i}, \frac{\partial O_y}{\partial q_i}, \frac{\partial O_z}{\partial q_i}\right]^T$$

Pro posunutí : $J_i = [\omega_i, 0, 0, 0]^T$

Pro rotaci : $J_i = [(\omega_i \times r_i), (\omega_i \times v)]^T$, kde

ω_i je osa rotace (posunu) i - tého kloubu

r_i je vektor od kloubu ke koncovému efektoru

v je vektor orientace koncového efektoru

Numerická řešení IK (pokračování)

Iteruj:

1) z cílové a aktuální polohy koncového efektoru zjisti Δx

2) $\Delta q = J^{-1}(q)\Delta x$

3) uprav stav kostry o Δq

Vlastně jde o řešení $q(t_f) = q_0 + \int_0^{t_f} \Delta q(t)dt.$

Pro 6 DOF kostru máme čtvercovou matici J.

Ale co když má kostra více DOF?

Moore-Penroseova pseudoinverze

Tvrzení 1 : Pro ka•dou matici A typu MxN existuje právě jedna matice A^{+} typu NxM,

• e platí : $AA^{+}A = A,\ A^{+}AA^{+} = A^{+},\ (AA^{+})^{T} = AA^{+},\ (A^{+}A)^{T} = A^{+}A.$

Tvrzení 2 : Má - li soustava $Ax = b$ více řešení, pak $x^{+} = A^{+}b$ je řešení s nejmenší Euklidovskou normou.

Tvrzení 3 : Nemá - li soustava $Ax = b$ •ádné řešení, pak $x^{+} = A^{+}b$ je řešení ve smyslu nejmenších čtverců.

- v praxi to znamená minimální změny natočení kloubů
- problémy se singulární maticí

Využití kinematické redundance

Kostra má typicky mnoho stupňů volnosti - přidáme

další kritérium:

$$\Delta q = J^{+}\Delta x + (I - J^{+}J)\Delta z, \text{ kde}$$

J^{+} je pseudoinverze Jakobiánu

$(I - J^{+}J)$ je projekce na $Ker(J)$ - nepohne s konc. efektorem

Δz popisuje druhotné kriterium :

- přirozené (pohodlné) natočení kloubů
- vyhýbání se překážkám

Metoda transpozice Jakobiánu

Idea: na koncový efektor působí síla F ve směru pohybu.

Principe virtuální práce:

$$\text{práce} = \text{síla} \cdot \text{vzdálenost, ale taky práce} = \text{moment} \cdot \text{úhel}$$

$$F^T \Delta x = \tau^T \Delta q$$

$$\Delta x = J\Delta q \quad \text{...aproximace Jakobiánem}$$

$$F^T J\Delta q = \tau^T \Delta q \quad \text{...dosazení}$$

$$F^T J = \tau^T$$

$$\tau = J^T F \text{...transponování}$$

Metoda transpozice Jakobiánu (pokrač.)

Točivé momenty v kloubech vypočteme takto:

$$\tau = J^T F$$

Iteruj:

1) z cílové a aktuální polohy koncového efektoru zjisti F

2) $\Delta q = J^T F$ (zjednodušení dynamiky na $F = mv$)

3) uprav stav kostry o Δq

- nepřesné, ale rychlé a intuitivní
- pokud F leží v $Ker(J^T)$, nedojde k pohybu

Metoda CCD (cyclic coordinate descent)

Idea: Procházet klouby v manipulátoru a každý natočit tak, aby se minimalizovala chyba koncového efektoru

$$E(q) = \left\| P_d - P_c \right\|^2 + \sum_{j=1}^{3} ((u_{jd} \cdot u_{jc}) - 1)^2, \text{ kde}$$

P_d je cílová poloha koncového efektoru,

P_c je aktuální poloha koncového efektoru (EE),

(u_{1d}, u_{2d}, u_{3d}) je ortonormální matice cílové orientace EE,

(u_{1c}, u_{2c}, u_{3c}) je ortonormální matice aktuální orientace EE.

Počítáme vždy jen jednu složku vektoru q - lze analyticky.

Metoda CCD (pokračování)

Chceme najít úhel rotace q_i pro i - tý kloub, který rotuje kolem osy u_i.

$P'_{ic}(\Theta)$ je vektor P_{ic} rotovaný kolem u_i o úhel Θ.

Optimalizace pozice : maximalizace funkce $g_1(\Theta) = P_{id} \cdot P'_{ic}(\Theta)$.

Optimalizace orientace : maximalizace fce $g_2(\Theta) = \sum_{j=1}^{3} u_{jd} \cdot u'_{jc}(\Theta)$.

Kombinace obou : $g(\Theta) = w_1 g_1(\Theta) + w_2 g_2(\Theta)$, to lze upravit na

$g(\Theta) = k_1(1 - \cos(\Theta)) + k_2 \cos(\Theta) + k_3 \sin(\Theta)$, kde k_i jsou konstanty.

Řešení: $\Theta = \arctan(\frac{k_3}{k_2 - k_1})$

Srovnání numerických metod

- CCD i J^T jsou heuristické a efektivní
- CCD v praxi konverguje rychleji než J^T
- J^T rozprostírá pohyb rovnoměrně do všech kloubů
- CCD nemá problémy se singularitami
- vhodně se doplňují - kombinace CCD s J^T
- krok pseudoinverze náročný, ale konverguje rychleji než CCD
- pseudoinverze nejlépe teoreticky podložená

Literatura

- Ch. Welman: Inverse Kinematics and Geometric Constraints for Articulated Figure Manipulation. Diplomka, 1993
- J. Zhao, N. I. Badler: Inverse Kinematics Positioning Using Nonlinear Programming for Highly Articulated Figures. ACM Transactions on Graphics, October 1994
- D. Tolani, A. Goswami, N. I. Badler: Real-time Inverse Kinematics Techniques for Anthropomorphic Limbs, ? (>= 1999)
- J. Lander: Oh My God, I Inverted Kine! Game Developer, September 1998
- J. Lander: Making Kine More Flexible. Game Developer, November 1998
- P. Baerlocher: Inverse Kinematics Techniques for The Interactive Posture Control of Articulated Figures. Disertace, 2001
- B. Baxter: Fast Numerical Methods for Inverse Kinematics. Slajdy, 2000