matfyz

Computer Graphics Charles University

Reprezentace 3D scén

CGG MFF UK Praha

pepca@cgg.mff.cuni.cz

https://cgg.mff.cuni.cz/~pepca/

Metody reprezentace 3D scén

Objemové reprezentace

- přímé informace o vnitřních objemech těles
- snadný test **„bod×těleso”** (leží daný bod uvnitř tělesa?)
- **zobrazování** může být obtížnější
- používají se též jako **pomocné datové struktury** pro rychlé vyhledávání

Povrchové reprezentace

- přímé informace o povrchu těles (hrany, stěny)
- obtížnější test **„bod×těleso”** (tělesa vůbec nemusí mít vnitřní objem)
- poměrně snadné **zobrazování**

Objemové reprezentace

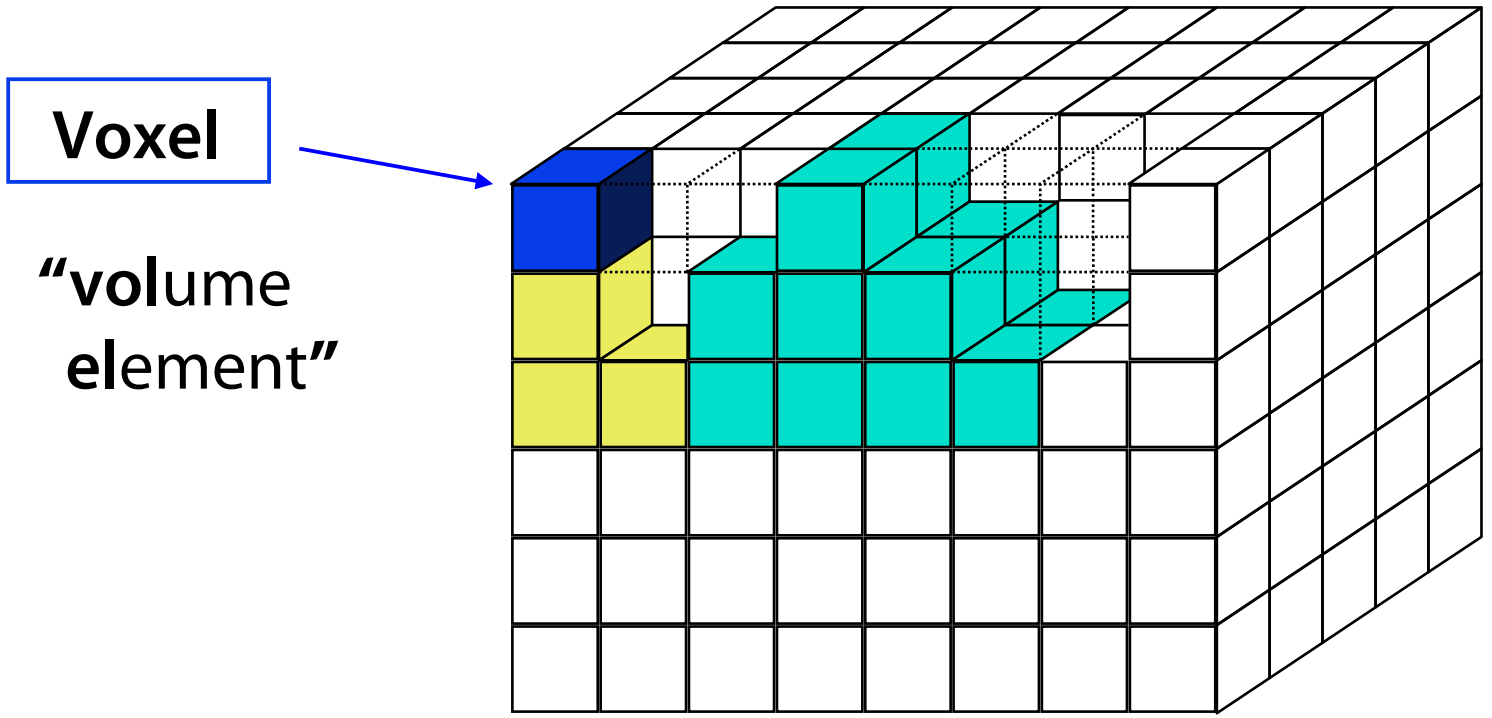
Výčtové reprezentace

- přímé vyčíslení obsazeného prostoru (diskrétní reprezentace – omezená přesnost)
- používají se hlavně jako pomocné datové struktury pro rychlé vyhledávání
- **buněčný model**, **oktantový strom**

CSG (Constructive Solid Geometry)

- velice silná a přesná metoda (elementární tělesa, geometrické transformace, **množinové operace**)
- obtížnější **zobrazování** (vrhání paprsku)

Buněčný model



Pole k × l × m voxelů

Jednobitová varianta: 0 – nic, 1 – těleso

Vícebitová varianta: 0 – nic, n > 0 – těleso číslo **n**

Zobrazování buněčného modelu

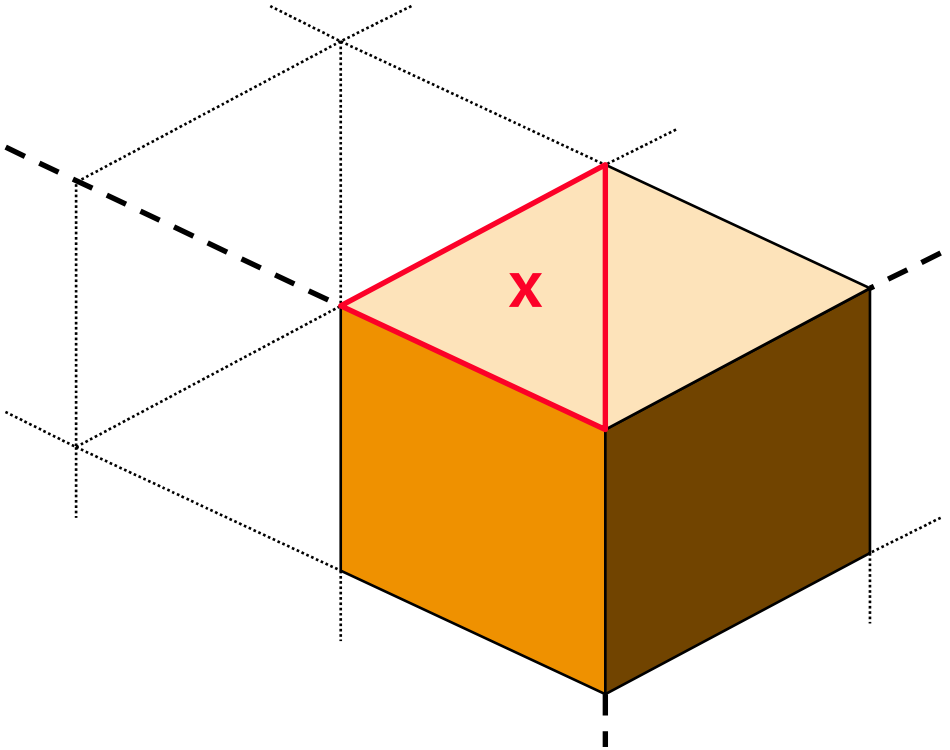
Kreslení odzadu-dopředu

- pouze přivrácené stěny voxelů
- pouze stěny na povrchu těles (stěny mezi **0** a **>0**)
- **vícenásobné překreslování**

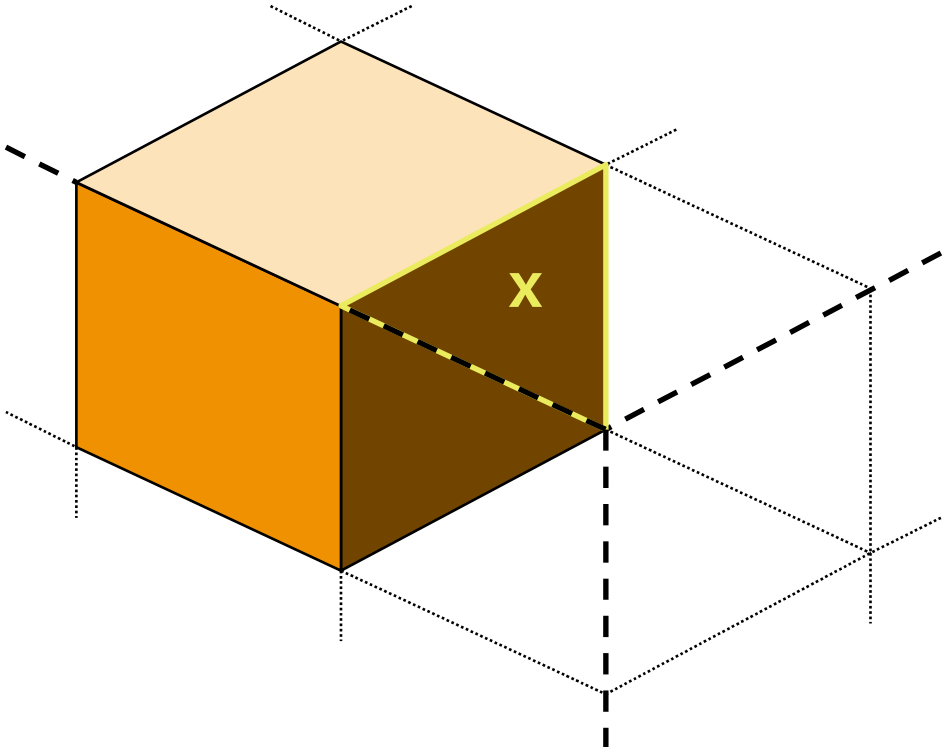
Speciální promítání

- velmi efektivní algoritmus bez zbytečného překreslování
- **„Ant-attack"** na ZX-Spectru (128×128×8 voxelů)

Speciální promítání

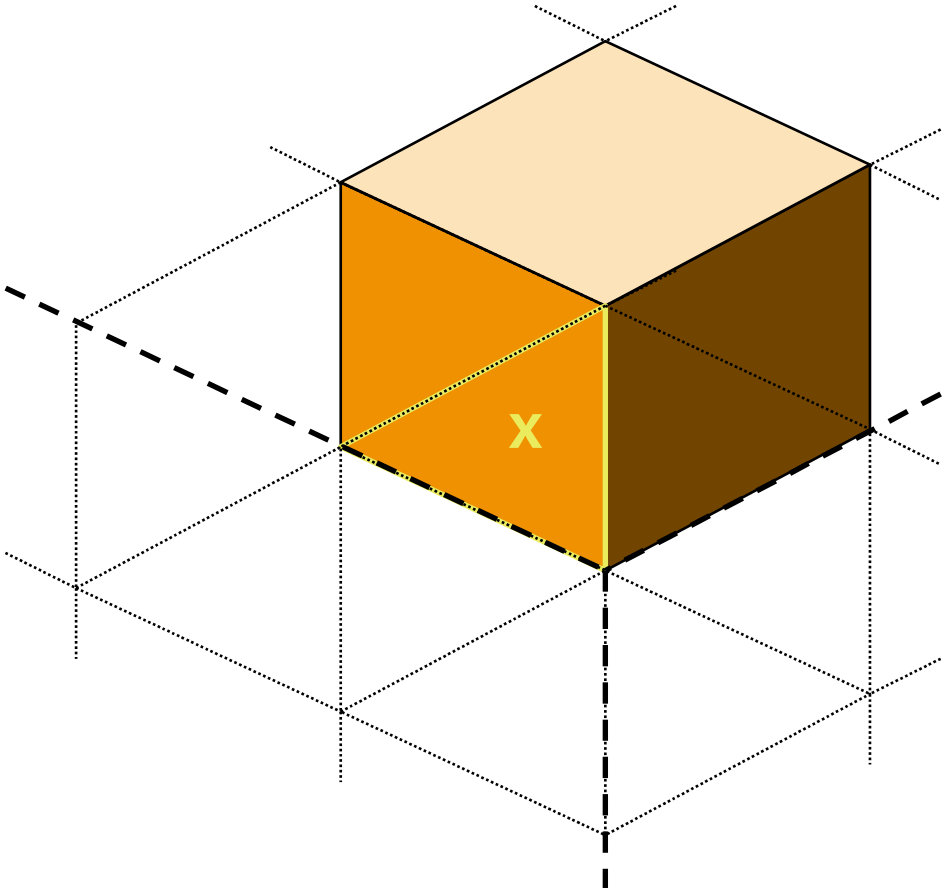


1. horní stěna
[0,0,0]

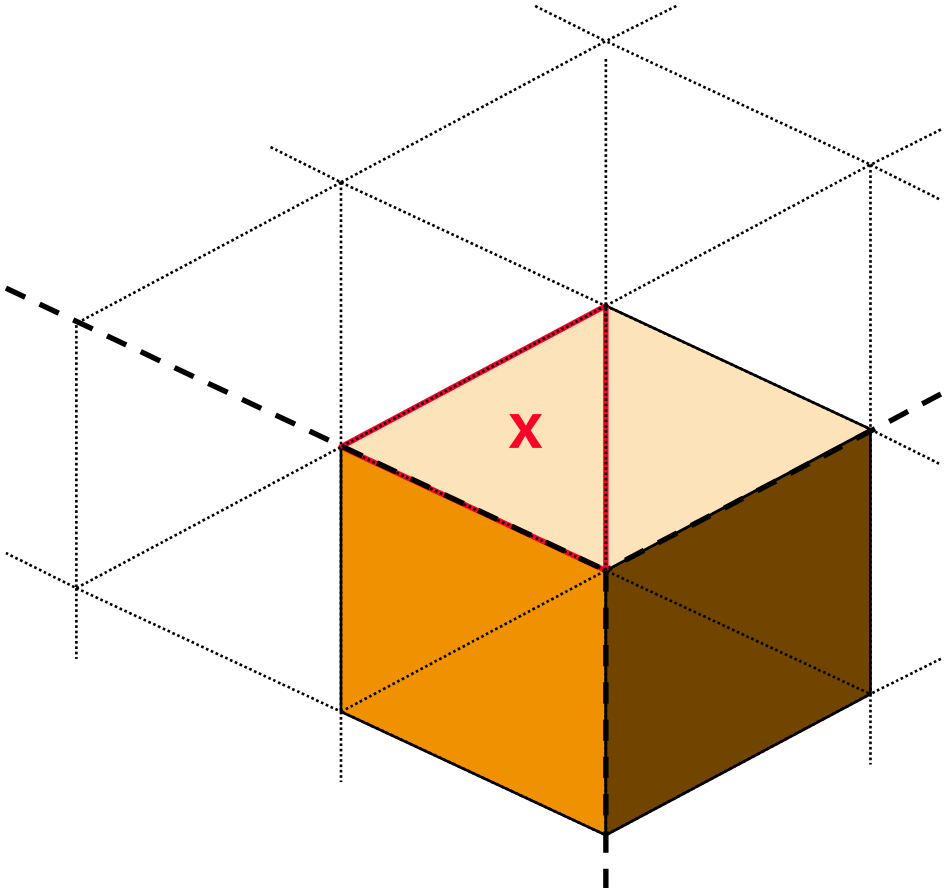


2. pravá stěna
[0,1,0]

Speciální promítání II

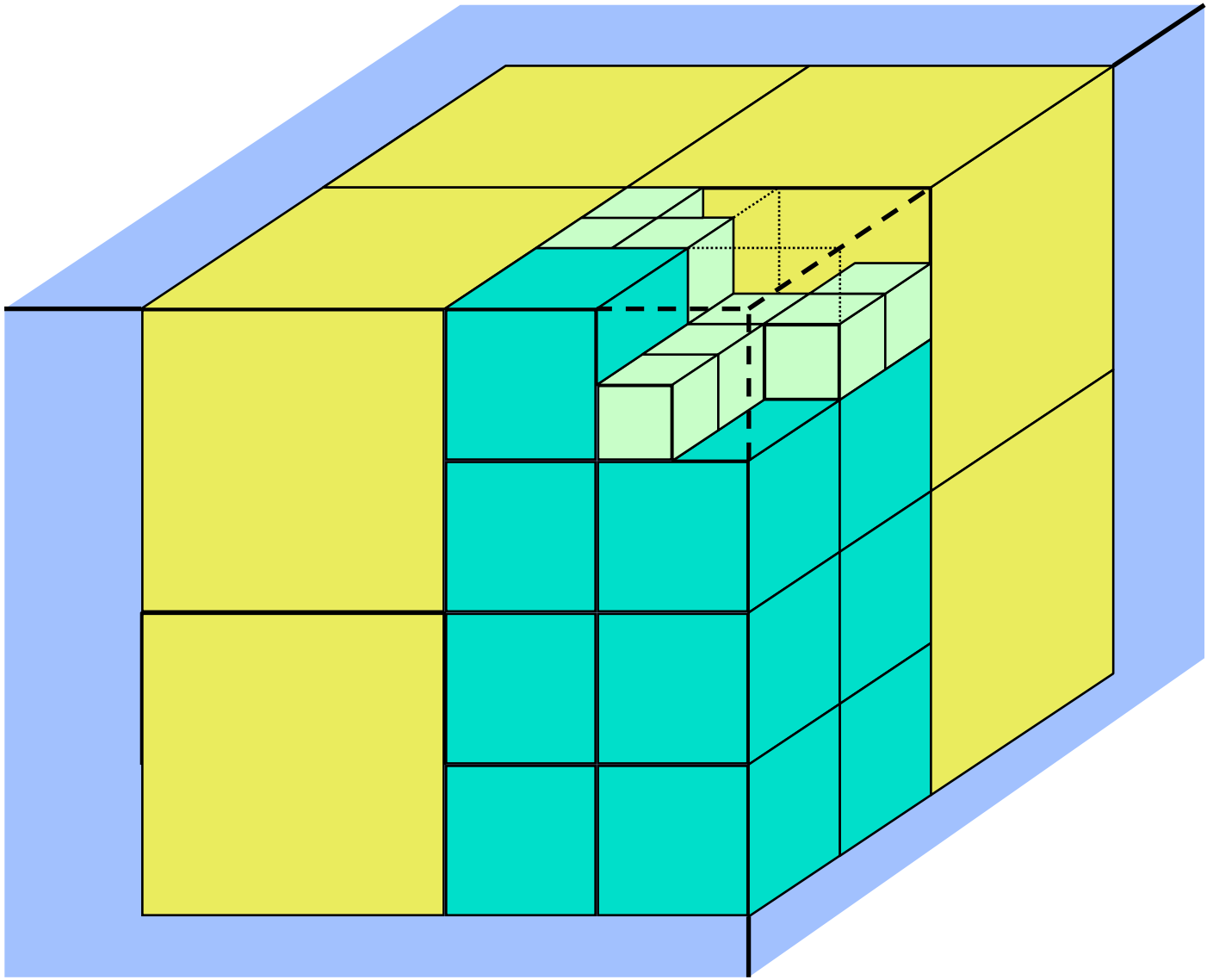


3. levá stěna
[1,1,0]



4. horní stěna
[1,1,1]

Oktantový strom („Octree”)



Oktantový strom

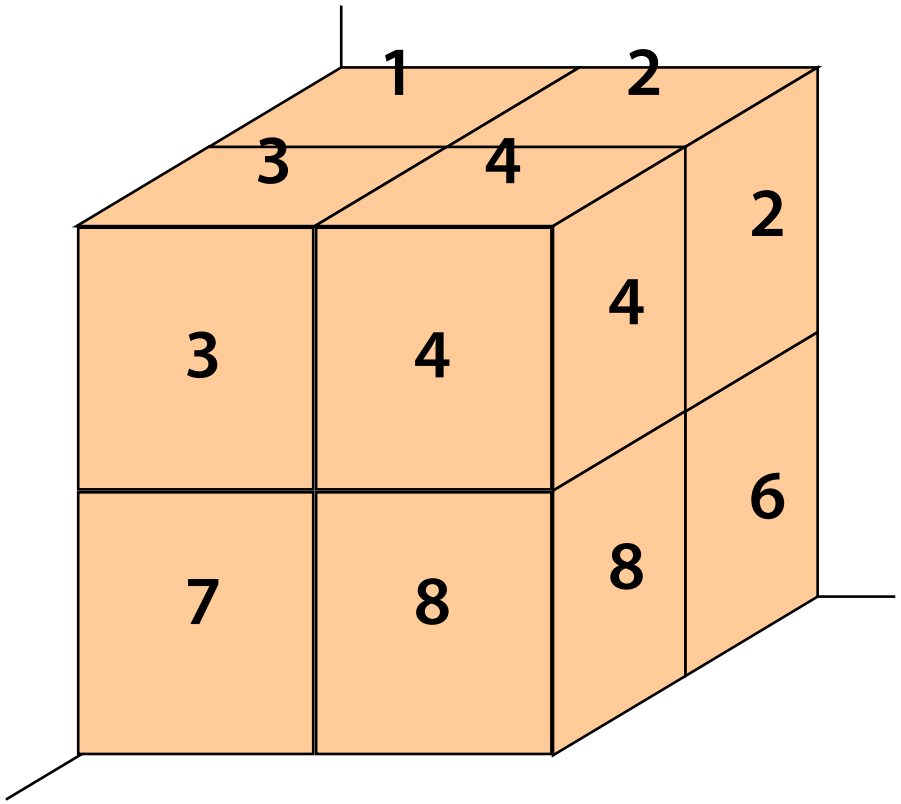
3D analogie kvadrantového stromu

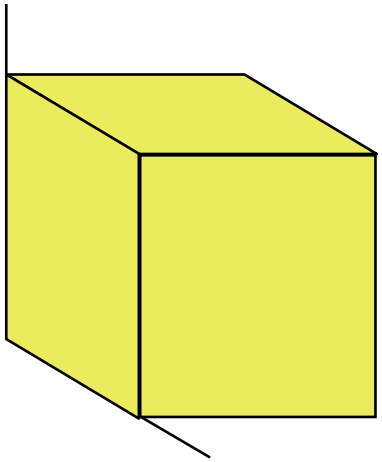
- je-li vnitřek krychle nehomogenní, rozdělí se na osm částí (dělí se až do úrovně voxelu)
- úspora paměti proti buněčnému modelu

Kreslení odzadu-dopředu

- pouze přivrácené stěny krychlí
- pouze stěny na povrchu těles (stěny mezi **0** a **>0**)
- několikanásobné překreslování některých pixelů

Kreslení odzadu-dopředu





Pořadí

5-6-1-2-7-8-3-4

Pořadí

6-5-2-1-8-7-4-3

CSG (Constructive Solid Geometry)

Elementární geometrická tělesa

- snadno definovatelná a vyčíslitelná
- kvádr, poloprostor, hranol, koule, válec, kužel…

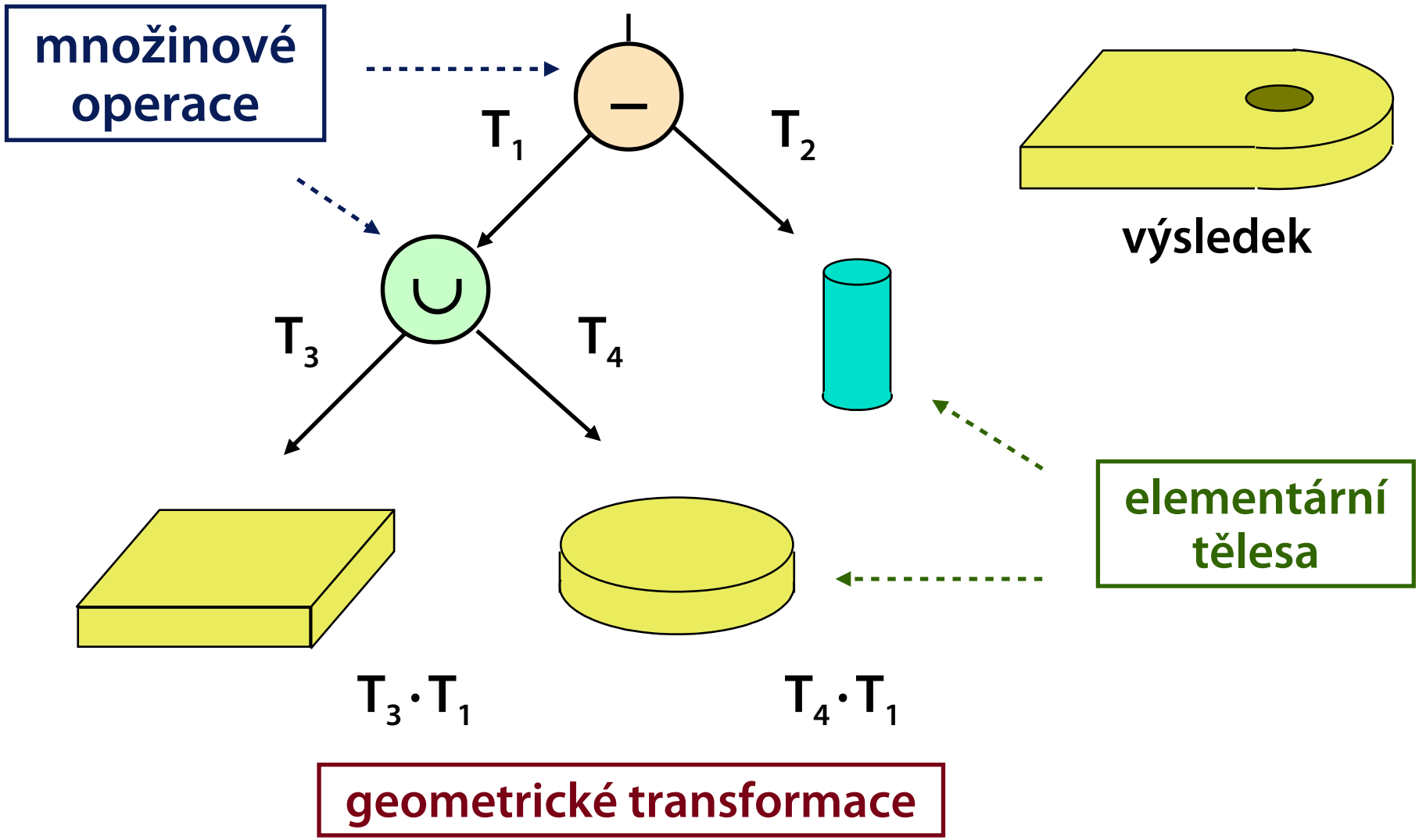
Množinové operace

- kompozice složitějších těles z elementárních
- sjednocení, průnik, rozdíl…

Geometrické transformace

- modifikace elementárních i složitějších těles
- homogenní maticové transformace

CSG strom


množinové operace
T1
T2
T3
T4
výsledek
elementární tělesa
T3 · T1
T4 · T1
geometrické transformace

Transformace v CSG stromu

Význam (sémantika) transformace $\mathbf{T}_i$

- $\mathbf{T}_i$ mohou být uloženy v každé hraně CSG stromu
- převod souřadnic ze soustavy podtělesa (podstromu, elementárního tělesa) do soustavy nadtělesa
- „podtěleso transformuji pomocí $\mathbf{T}_i$ před tím, než ho přidám do nadtělesa"

Snadná transformace libovolného podstromu

- změním pouze jednu matici

Inverzní transformace $\mathbf{T}_i^{-1}$

- pro vyčíslovací algoritmy (test „bod×CSG", zobrazení)

Transformace v CSG stromu

Uložení transformací jen v listech

- **kumulované součiny** (např. $\mathbf{T}_3 \cdot \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{T}_1$ nebo inverzní $\mathbf{T}_1^{-1} \cdot \mathbf{T}_2^{-1} \cdot \mathbf{T}_3^{-1}$)
- urychlení vyčíslovacích algoritmů (pro editaci je výhodnější distribuované uložení transformací)

Úsporné uložení elementárních těles

- tělesa jsou uložena v **normovaném tvaru**, všechny změny se provádí geometrickými transformacemi
  - » krychle (jednotková, vrchol v počátku)
  - » koule (jednotková, střed v počátku)
  - » válec (vodorovná podstava – jednotkový kruh, svislá osa, výška 1)
  - » …

Test „bod × CSG strom”

Leží daný bod A uvnitř tělesa?

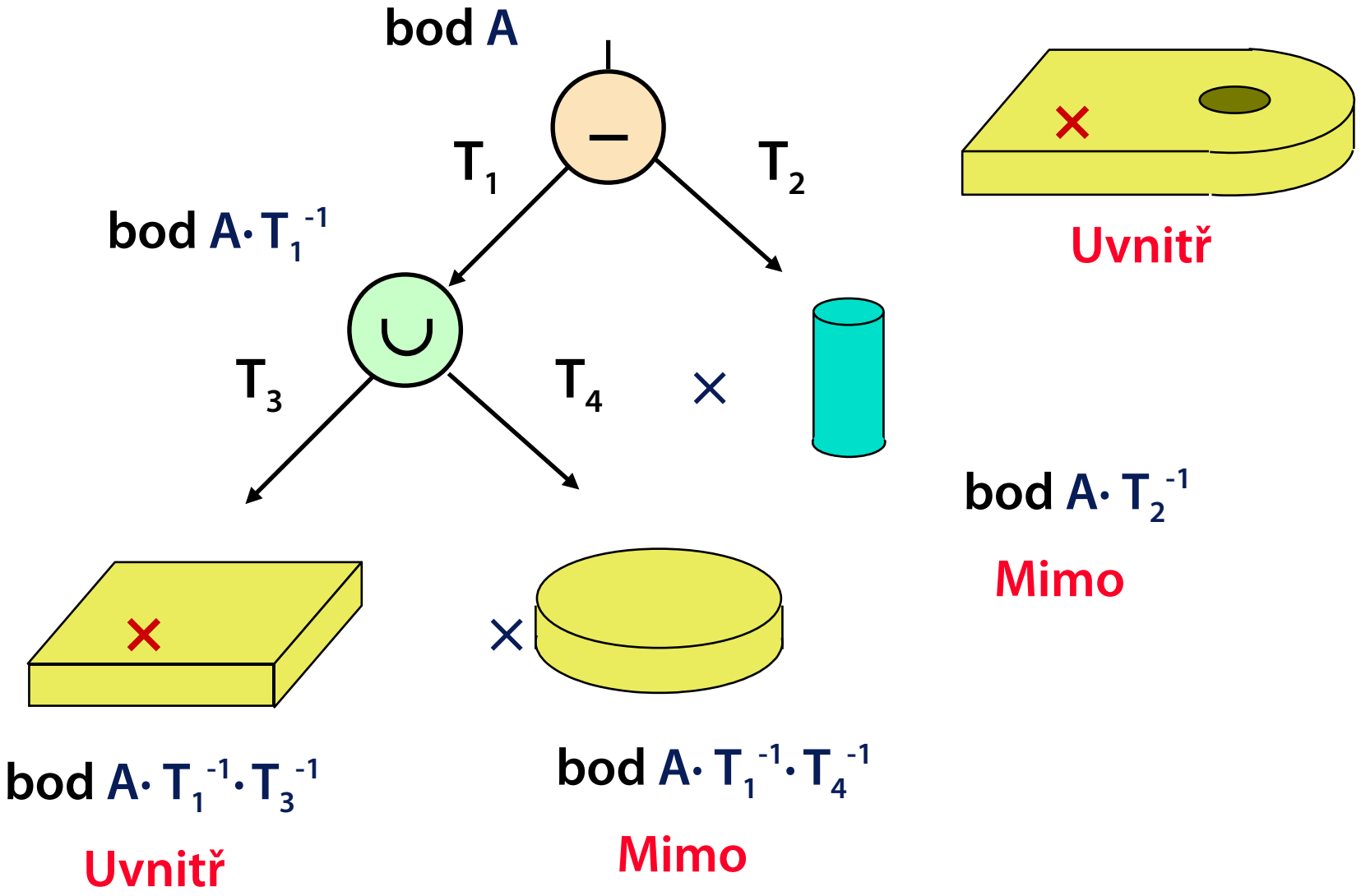
- někdy chceme zjistit i podtělesa obsahující bod **A**

Testy **„bod × elementární těleso”** jsou snadné!
(především pro normované tvary těles)

Průchod CSG stromem

- souřadnice bodu **A** se převádějí do souřadných soustav elementárních těles (inverzní transformace)
- místo množinových operací se provádějí jejich **boolovské ekvivalenty** ($\vee$ místo $\cup$, $\wedge$ místo $\cap$ …)

Test „bod × CSG strom”



Zobrazování CSG reprezentace

Převedení do povrchové reprezentace

- pro každý druh **elementárního tělesa**: rutina převádějící těleso na **mnohostěn**
- **množinové operace nad mnohostěny** (omezená přesnost – výsledek nemusí být správně ani v topologickém smyslu)

Vrhání paprsku („Ray-casting")

- přesné zobrazování v **rastrovém prostředí** (pixelová přesnost)
- výpočetně náročnější metoda

Povrchové reprezentace

„Drátový model”

- pseudo-povrchová reprezentace
- pouze **vrcholy** a **hrany** těles (nelze použít pro výpočet viditelnosti)

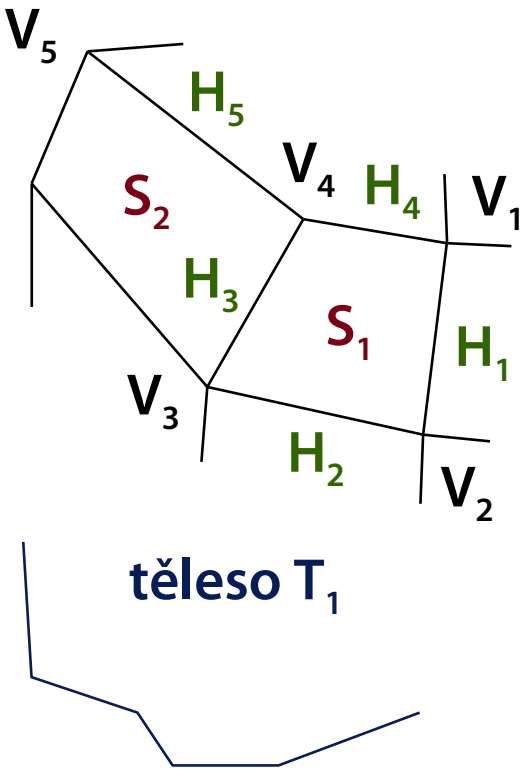
VHS(T) reprezentace

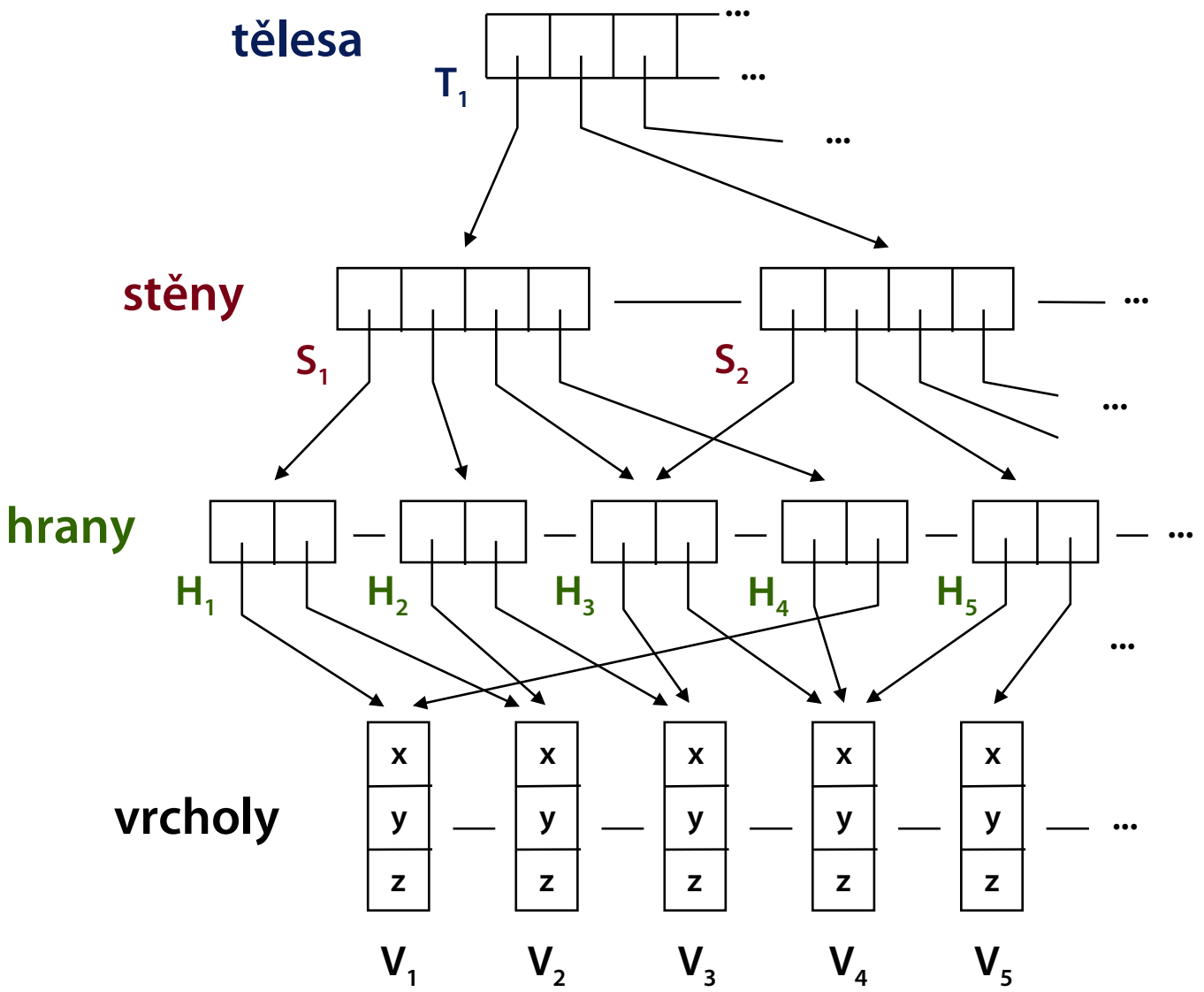
- kompletní topologická informace: seznamy **vrcholů**, **hran**, **stěn** (a **těles**)

„Okřídlená hrana” („winged-edge”)

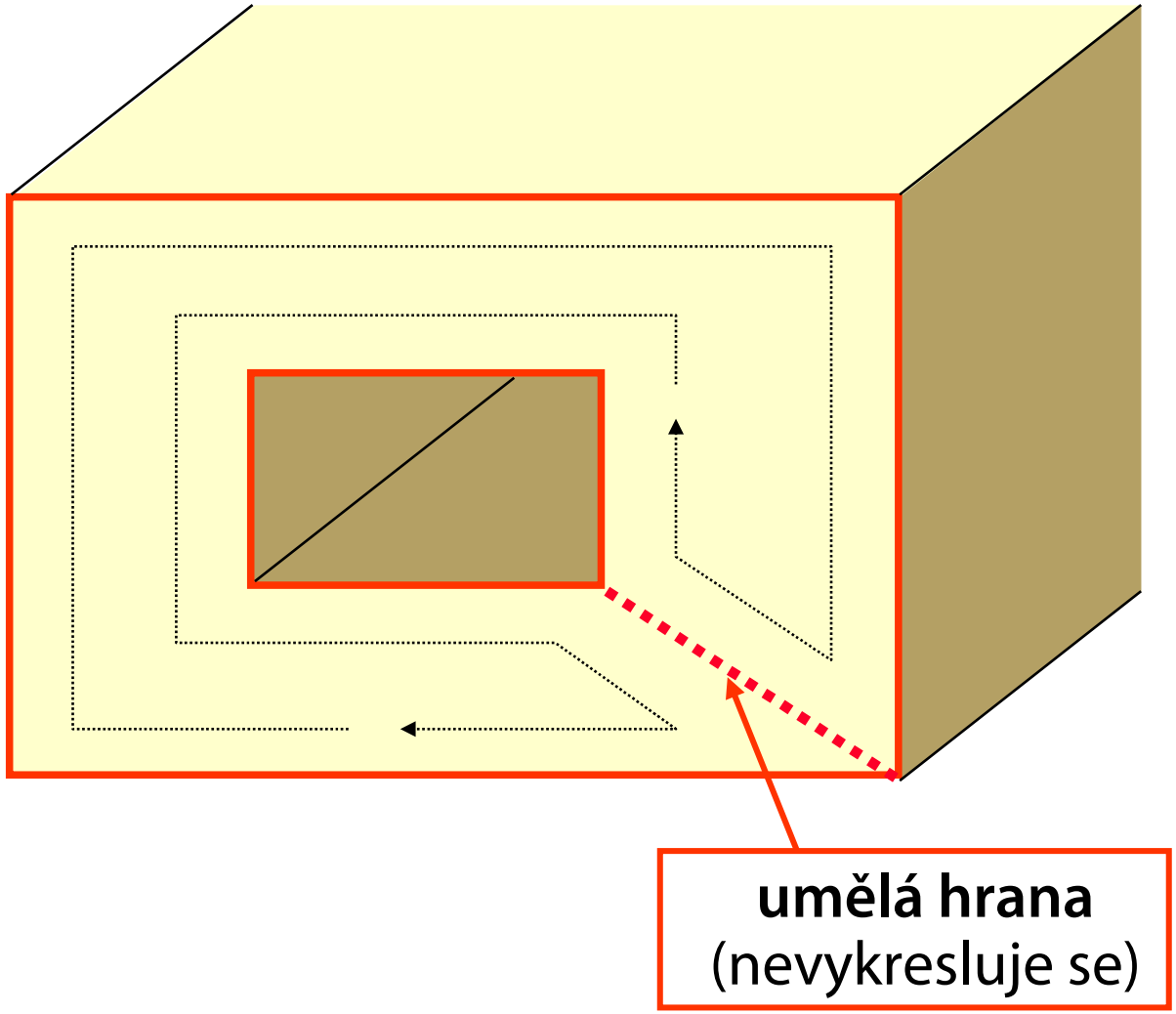
- redundantní informace pro **rychlé vyhledávání** sousedních objektů (hrany incidentní s vrcholem…)

Povrchová reprezentace VHST

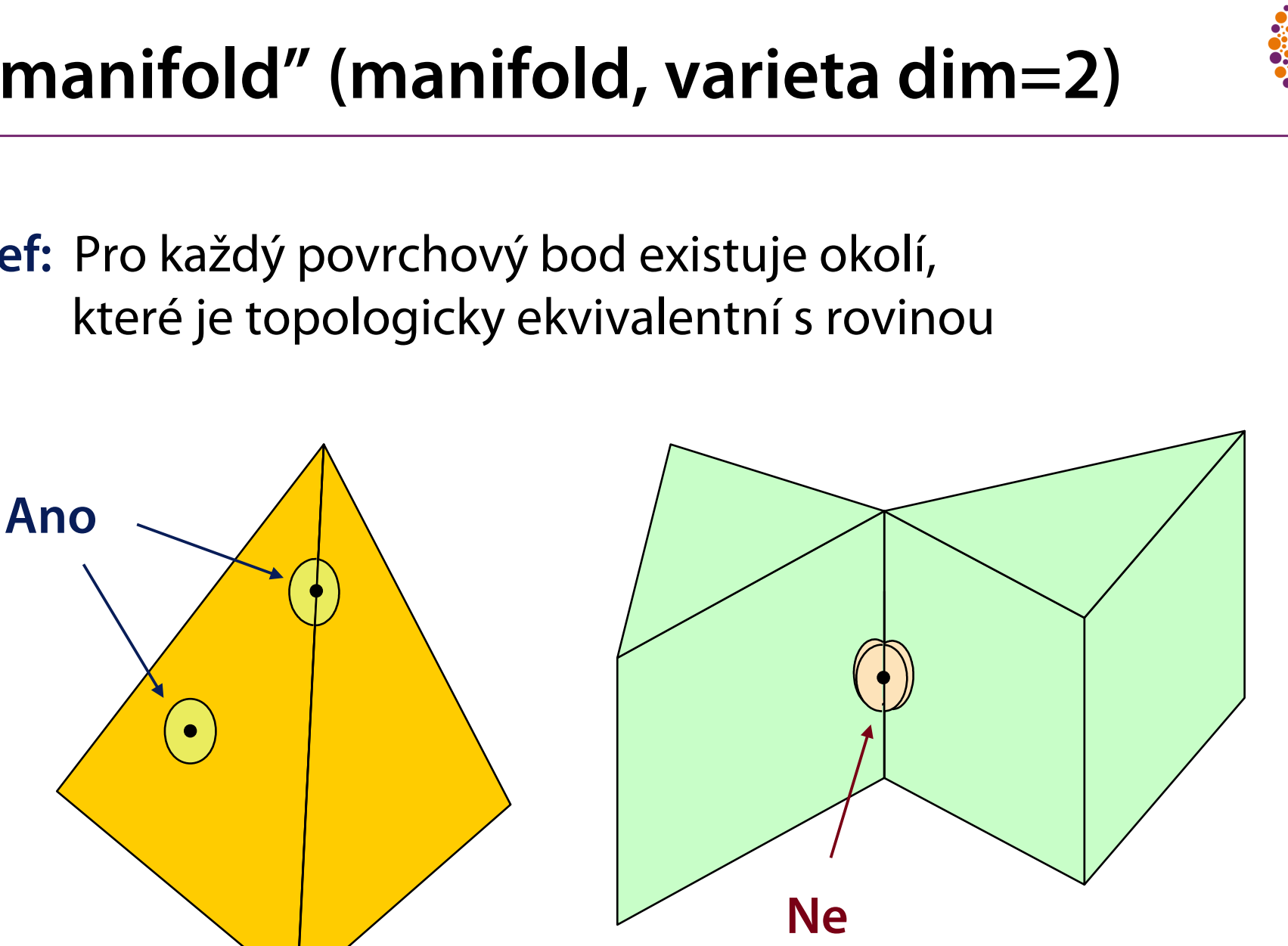




„Děravá" stěna

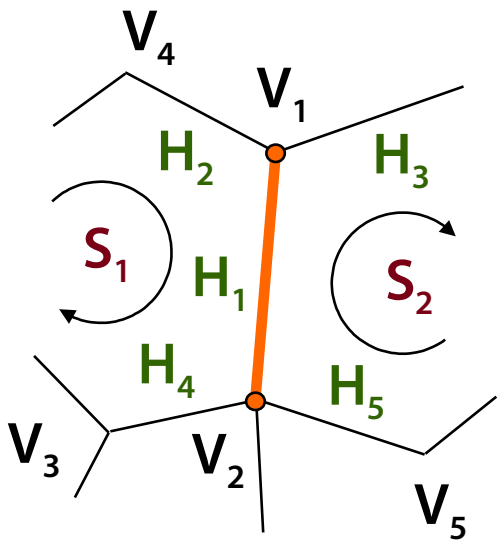


„2-manifold” (manifold, varieta dim=2)

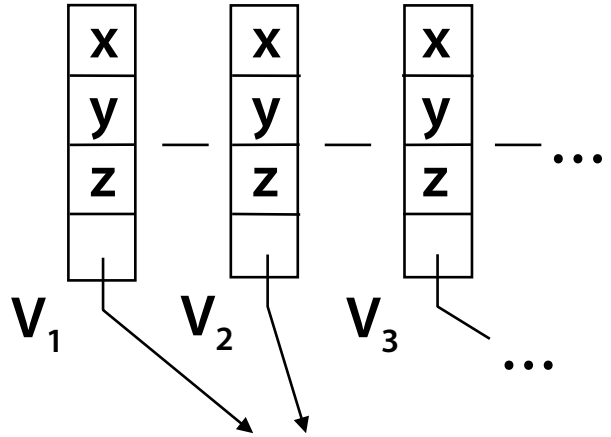


Def: Pro každý povrchový bod existuje okolí, které je topologicky ekvivalentní s rovinou

Okřídlená hrana („winged-edge”)



těleso T_1

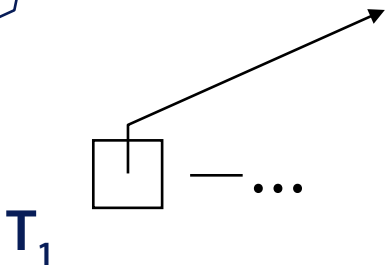


vrcholy

hrany

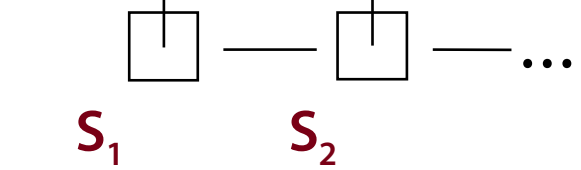
V_1	V_2
S_1	S_2
H_2	H_5
H_4	H_3
+	-

H_1



tělesa

stěny



Další informace v databázi

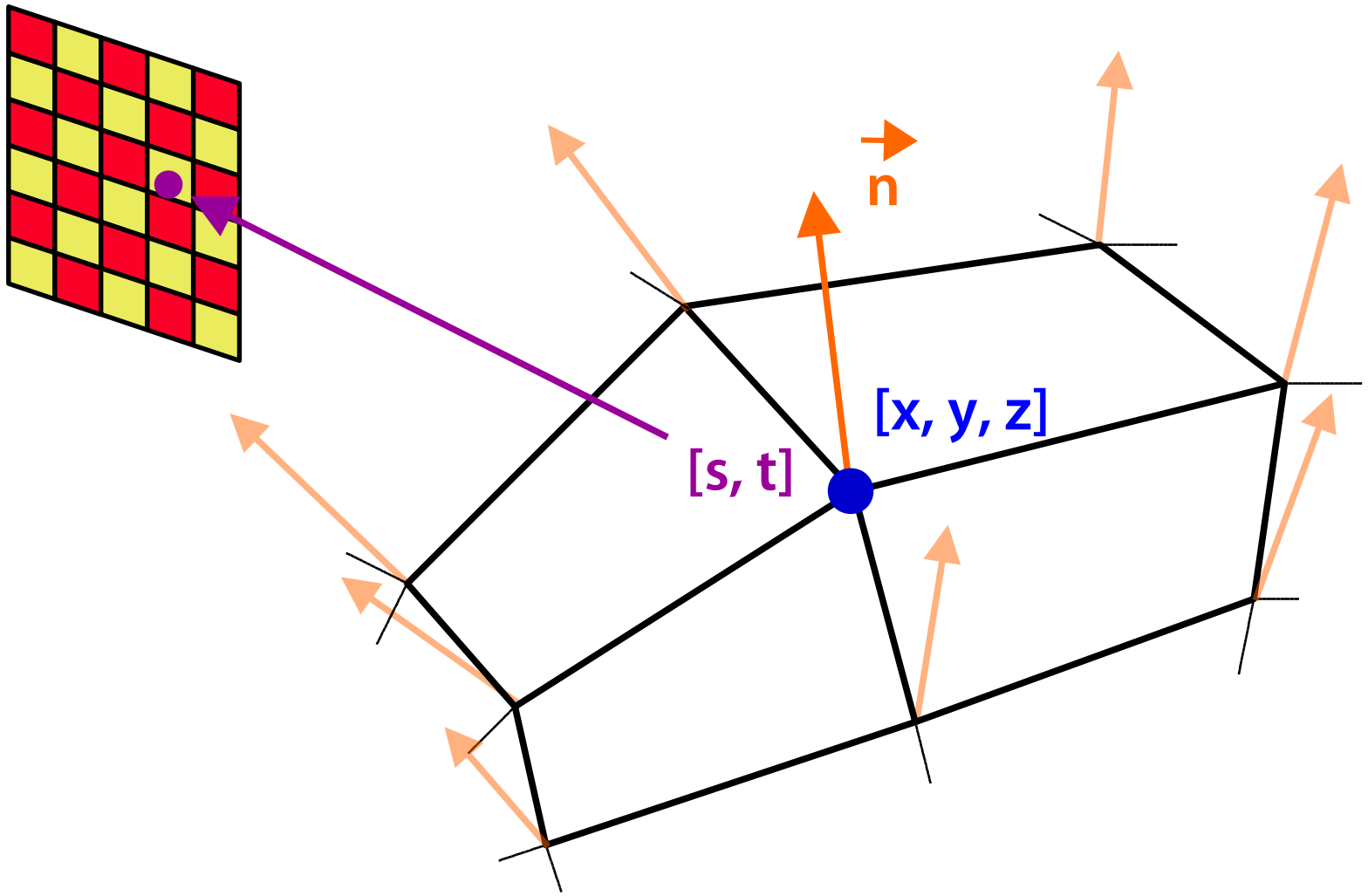
Vrchol (vertex, V)
- barva, texturové souřadnice
- normálový vektor (stínování hladké plochy)

Hrana (edge, E)
- příznak umělé hrany (pro reprezentaci děravých stěn)

Stěna (face, F)
- barva, materiál, textura
- normálový vektor (stínování, přivrácená/odvrácená)

Těleso (solid, S)
- barva, materiál, textura

Data ve vrcholu



Data ve vrcholu

Souřadnice

- [**x, y, z**] nebo [**x, y, z, w**]

Normálový vektor

- pro stínování (později), může být interpolován

Barva

- explicitní barva povrchu, může být interpolována

Texturové souřadnice

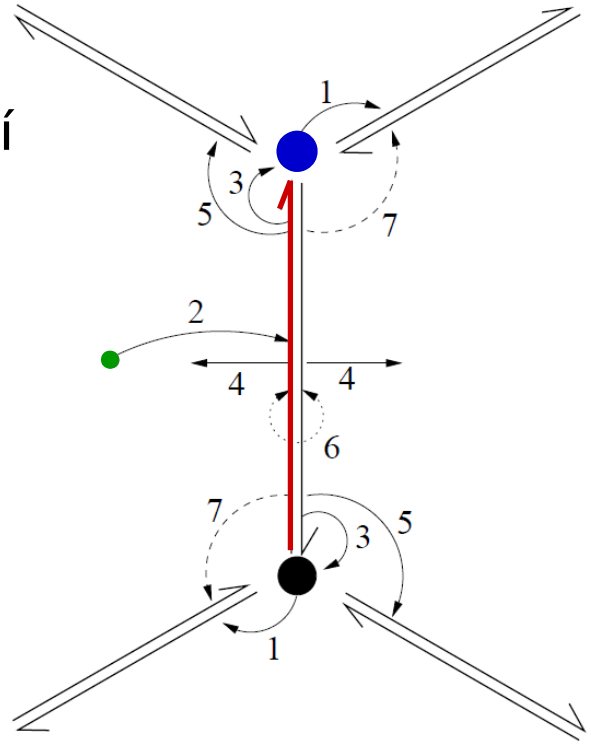
- nejčastěji 2D souřadnice – [**s, t**] nebo [**u, v**]
  - » normalizovaný prostor textury $[\mathbf{0, 1}]^2$
- automaticky se při kreslení interpolují do pixelů

Půlhrana („halfedge“ – OpenMesh)

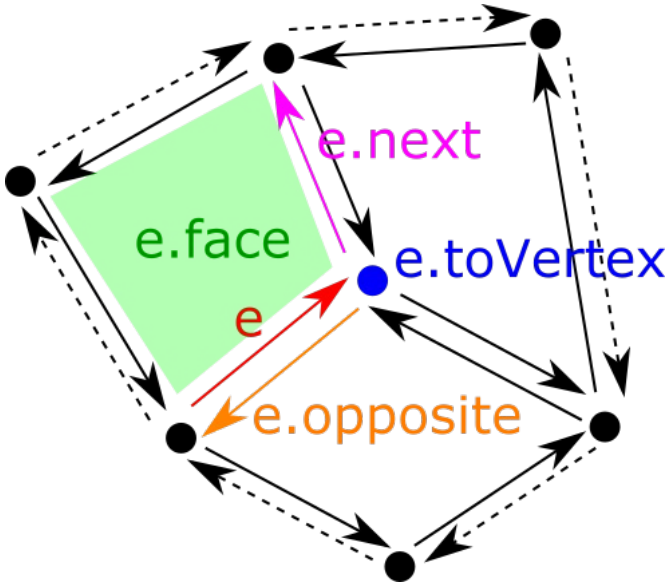
Okřídlená hrana je rozdělena na dvě části

- každá polovina má jeden vrchol a jednu stěnu
- efektivní C++ implementace v OpenMesh (RWTH Aachen)

1. **vrchol** → jakákoli **půlhrana** (HE) z něj vycházející
2. **stěna** → jakákoli HE
3. HE → cílový vrchol
4. HE → její stěna
5. HE → následující HE ve stěně
6. HE → druhá polovina (implicitně)
7. HE → předchozí HE (nepovinné)



Půlhrana – jiné znázornění

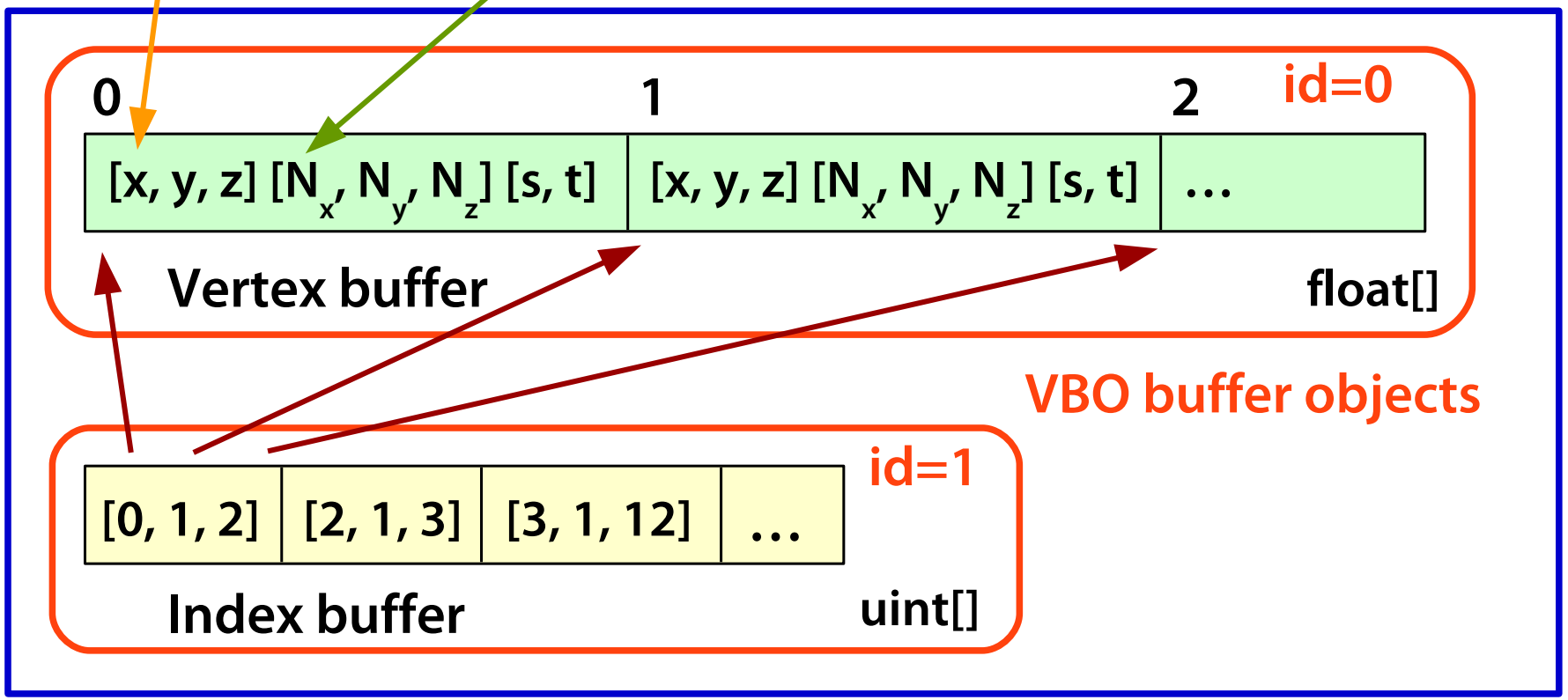


Příklady implementací dalších operací

- e.fromVertex = e.opposite.toVertex
- e.oppositeFace = e.opposite.face
- e.previous = {
  var temp = e.next;
  while (temp.toVertex != e.fromVertex) temp = temp.next;
  return temp;
  }

Vertex Buffer Objects (buffery na GPU)

glBindBuffer(GL_ARRAY_BUFFER, **0**);
glVertexPointer(…); glNormalPointer(…); …



glBindBuffer(GL_ELEMENT_ARRAY_BUFFER, **1**);
glDrawElements(GL_TRIANGLES, …);

„Corner Table“ (trojúhelníky)

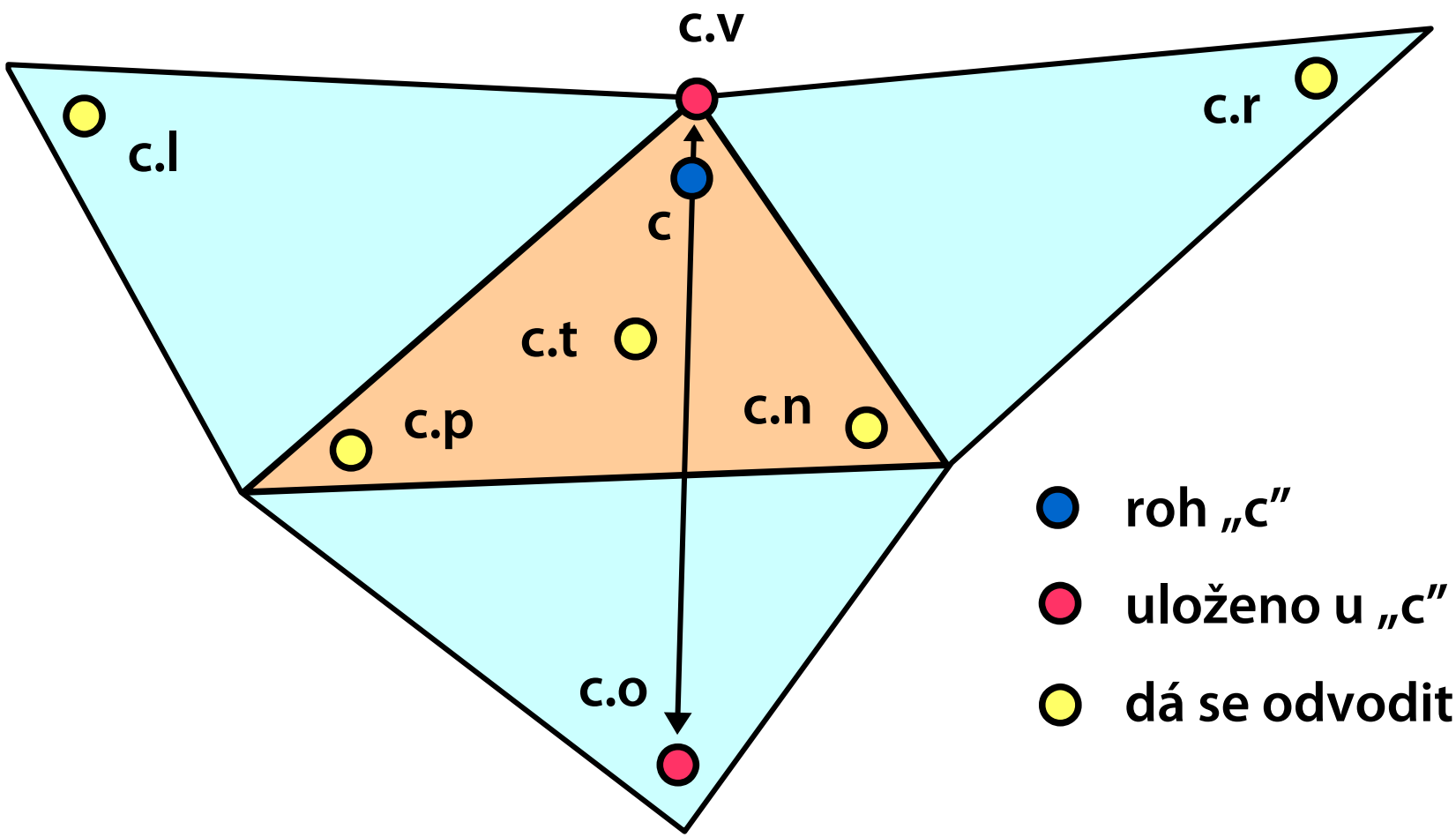
Tabulka vrcholů G[v]

- souřadnice, normála, barva, texturové souřadnice…

Tabulka rohů V[c]

- jeden vnitřní roh trojúhelníka
- **index vrcholu** (**„c.v“**)
- rohy jsou uloženy za sebou v 1D poli, CW orientace stěn
- **protější roh protějšího trojúhelníka** (**„c.o“**)
- implicitní údaje, navigace
  - » číslo trojúhelníka **t** = c div 3
  - » ostatní rohy **c.n** = (c mod 3 == 2) ? c-2 : c+1, **c.p** = c.n.n
  - » další sousední trojúhelníky **c.l** = c.n.o, **c.r** = c.p.o

„Corner Table“



„Corner Table“ – kódování

Tabulka **„o“** se nemusí přenášet

– lze ji jednoznačně rekonstruovat z „**v**“

Hodnoty indexů „**v**“ se mohou bitově ořezat

– index vrcholu obsahuje **31 – log$_2$v** úvodních nul

Ořezání souřadnic

– obalový kvádr celého objektu, uvnitř se používají relativní souřadnice (10 až 16 bitů na složku)

– predikce polohy vrcholů – při inkrementálním průchodu daty (např. „Edgebreaker“) – další úspory

„Edgebreaker“ (Rossignac 1999)

Úsporné kódování tri-mesh pomocí inkrementálního průchodu sítí

- **pozice vrcholů** se komprimují za pomoci predikce (až 7 bpv)
- **topologie sítě** se ukládá velice úsporně na základě průchodu (1.0 až 1.8 bpv)

„CLERS“ kód

- **pět možností**, jak pokračovat z aktuálního trojúhelníka
- velký potenciál entropické komprese (některé kroky/posloupnosti jsou mnohem pravděpodobnější)

Eulerovy zákony

Pro **jednoduchý mnohostěn** (bez děr) platí vzorec

$$V - H + S = 2$$

V – počet vrcholů, **H** – počet hran, **S** – počet stěn

Zobecněný vzorec (dovoluje díry)

$$V - H + S - D = 2\,(T - G)$$

D – počet děr ve stěnách, **T** – počet těles
G – počet děr procházejících celým tělesem (Genus)

Eulerovy operátory

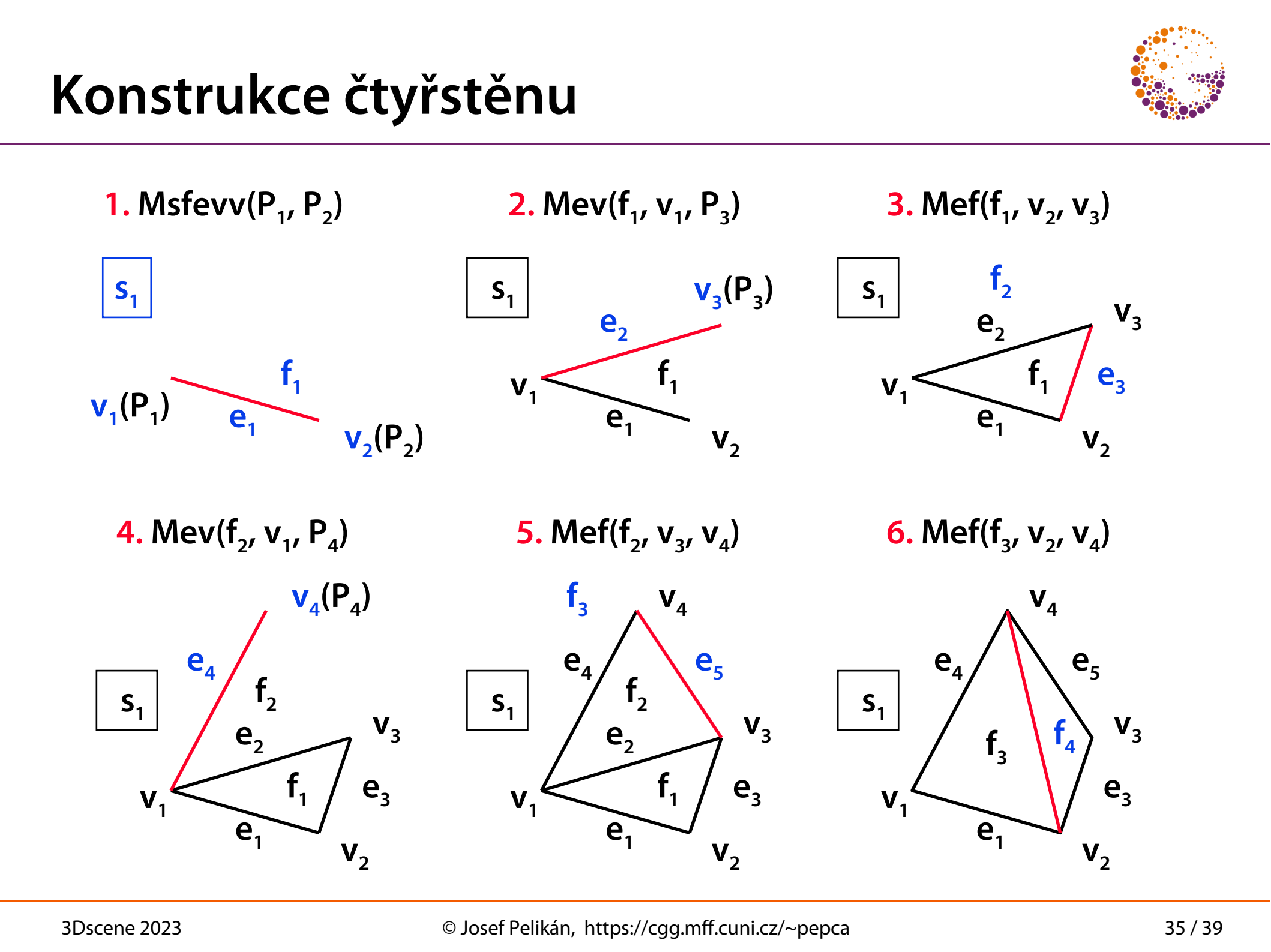
Konstrukce 2-manifoldu po krocích

- v každém kroku je zajištěna platnost Eulerových vzorců (těleso je topologicky korektní)
- ke každému operátoru existuje inverzní (snadná implementace příkazu „Undo")

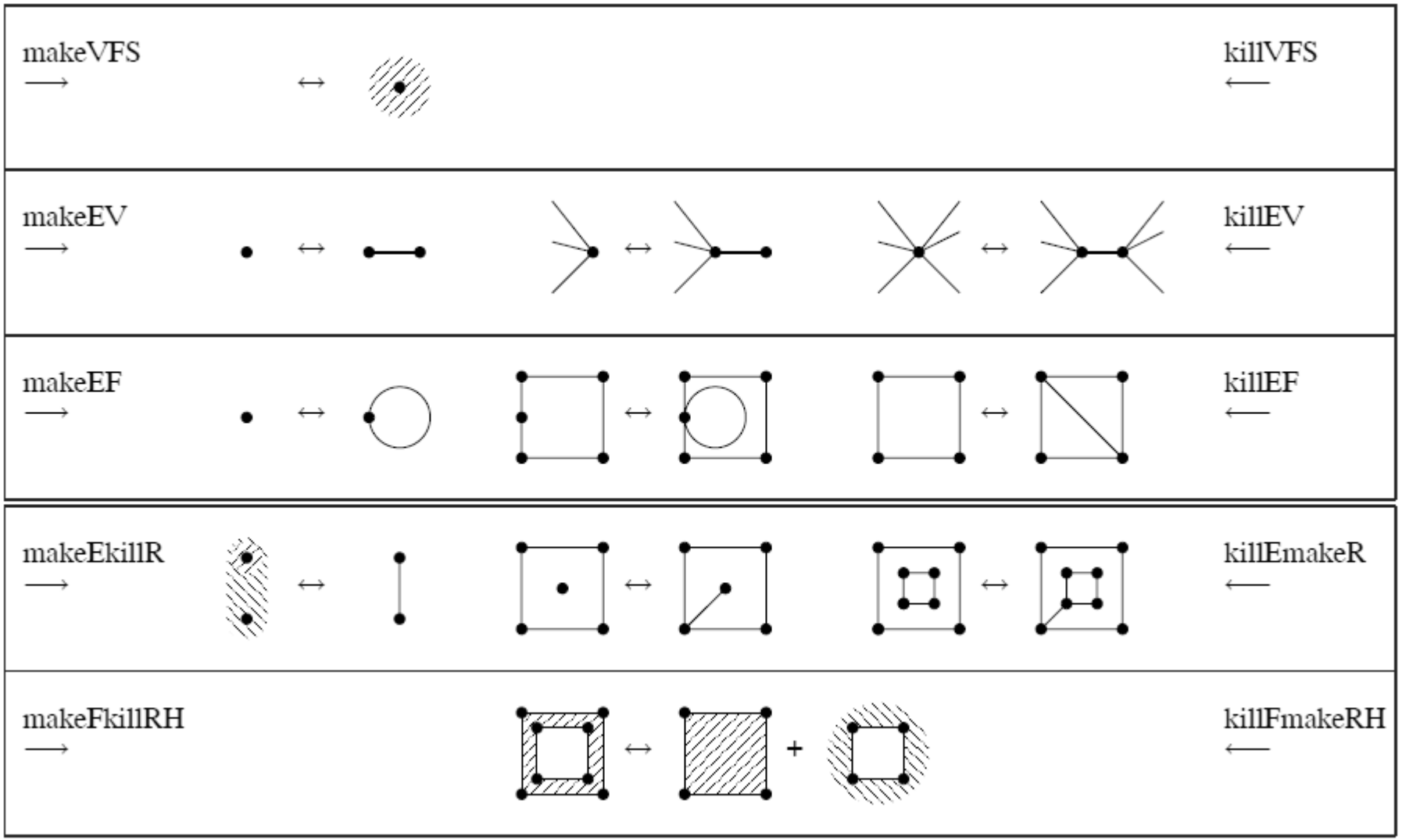
Příklady **Eulerových operátorů**

- **Msfevv(P_1, P_2)** „make solid, face, edge, vertex, vertex"
- **Mev(f_1, v_1, P_2)** „make edge, vertex"
- **Mef(f_1, v_1, v_2)** „make edge, face"
- **Kef(e)** „kill edge, face"

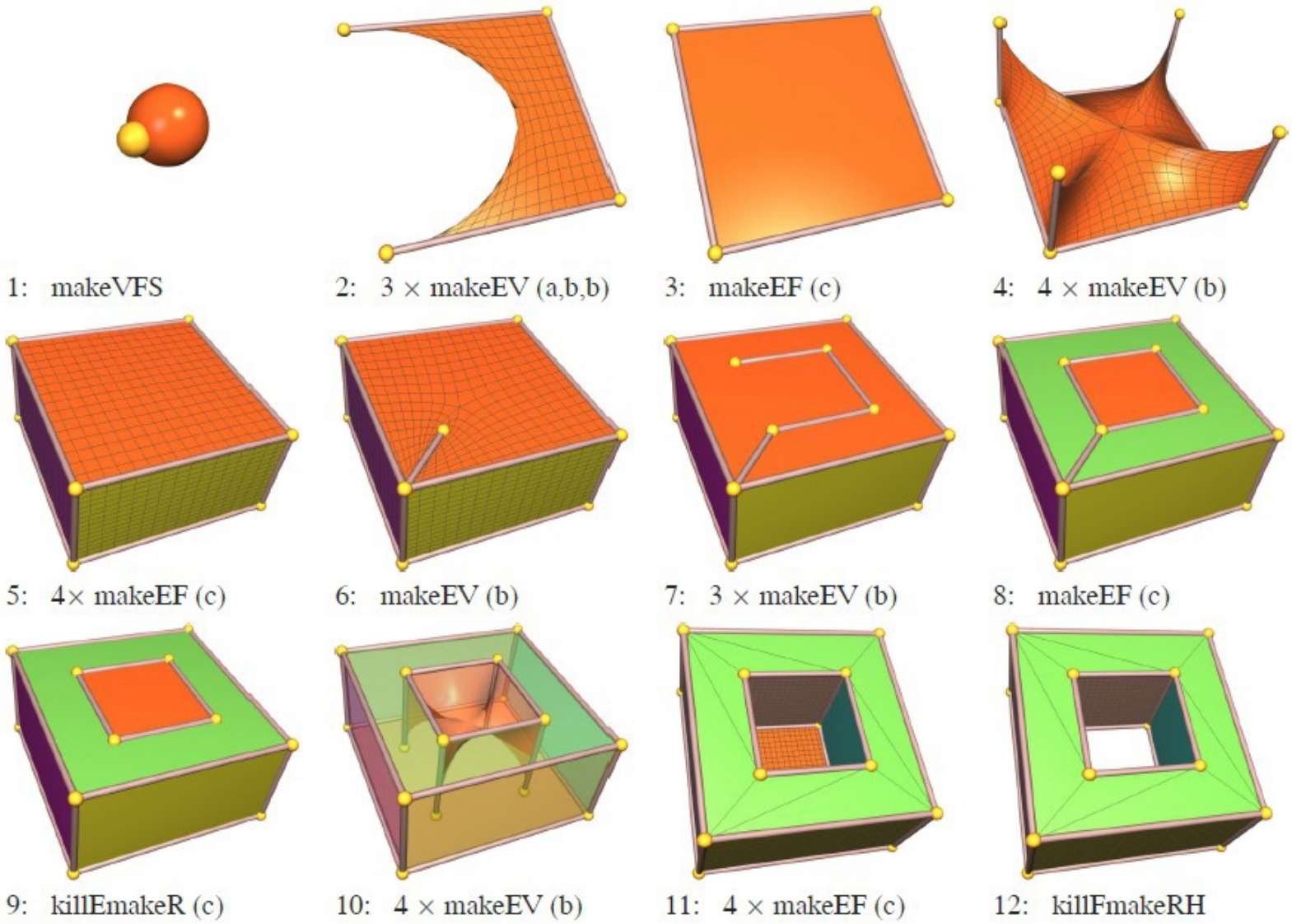
Konstrukce čtyřstěnu



Rozšířená sada operací



Krychle s otvorem



Literatura I

J. Foley, A. van Dam, S. Feiner, J. Hughes: ***Computer Graphics, Principles and Practice***, 534-562, 712-714

Jiří Žára a kol.: **Počítačová grafika, principy a algoritmy**, 234-238

J. Rossignac, A. Safanova, A. Szymczak: ***3D compression made simple: Edgebreaker on a Corner Table***, 2001

H. Lopes, J. Rossignac, A. Safonova, A. Szymczak and G. Tavares: ***Edgebreaker: A Simple Compression Algorithm for Surfaces with Handles***, C&G Intl. J, vol.27(4), 553-567, 2003

Literatura II

Sven Havemann: ***Generative Mesh Modeling***, PhD thesis, 2005, TU Braunschweig, pp. 59-79

S. Campagna, L. Kobbelt, H.-P. Seidel: ***Directed Edges - A Scalable Representation For Triangle Meshes***, ACM Journal of Graphics Tools 3 (4), 1998.

RWTH University Aachen: ***OpenMesh homepage***
https://www.graphics.rwth-aachen.de/software/openmesh/