# Konfigurační faktory ("form–factors")

© 1996-2016 Josef Pelikán

CGG MFF UK Praha

pepca@cgg.mff.cuni.cz

http://cgg.mff.cuni.cz/~pepca/

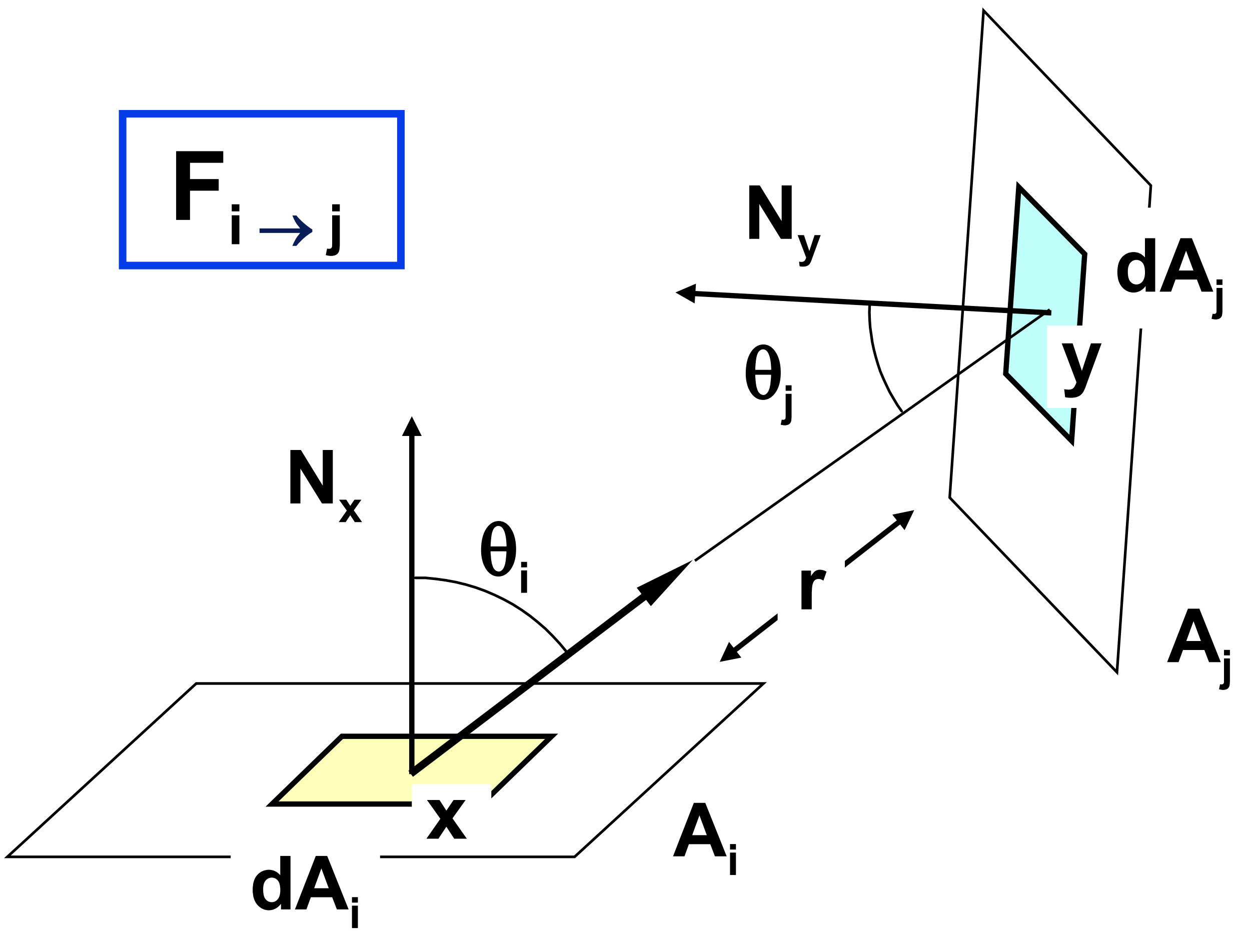
# Konfigurační faktor $F_{i \to j}$

- udává **podíl energie** vyzářené z plochy **i**, která dopadne na plochu **j**
  - klíčová hodnota při sestavování soustavy lineárních rovnic (hledání radiosit jednotlivých ploch)
  - první výpočet (fyzika): Lambert 1760

- závisí pouze na **geometrii scény**
  - vzdálenost, sklon a viditelnost příslušných plošek

- $\mathbf{F}_{i \to j}$ je bezrozměrné číslo z intervalu $\langle \mathbf{0,1} \rangle$
  - pro konvexní plošku **i** je $\mathbf{F}_{i \to i} = \mathbf{0}$

# Konfigurační faktor



# Konfigurační faktor

Rovnice pro radiositu (konstantní elementy):

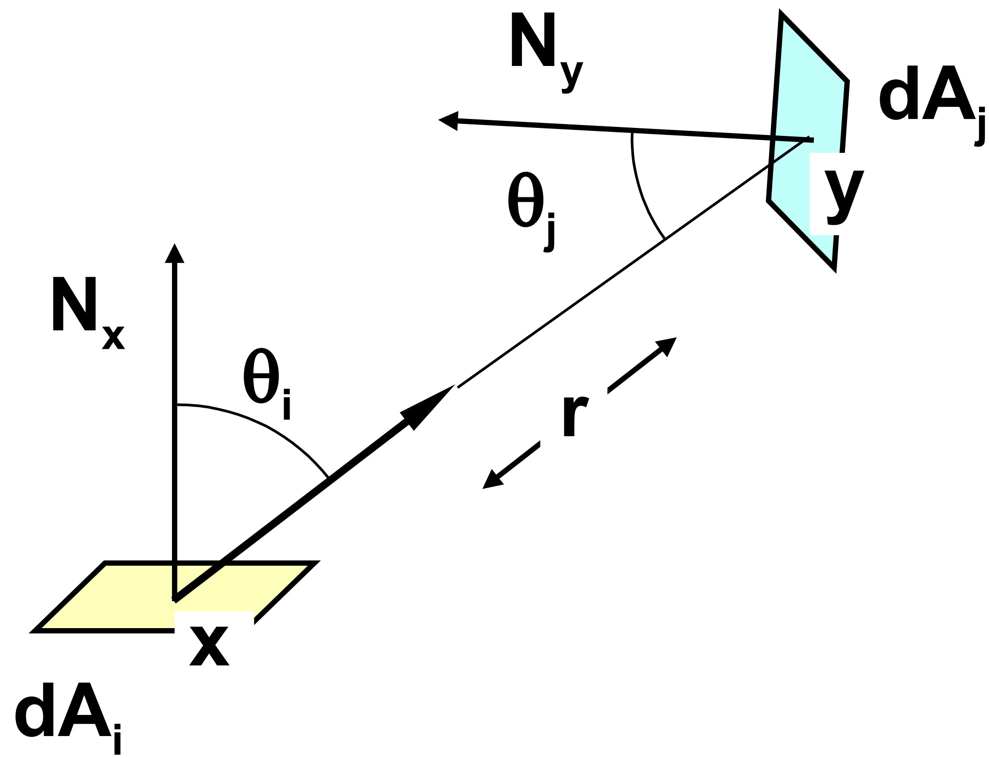
$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^{N} B_j \cdot \boxed{\frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x)\ dA_j\ dA_i}$$

$$F_{i \to j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x)\ dA_j\ dA_i =$$

$$\boxed{= \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cdot \cos\theta_j}{\pi \left\| x - y \right\|^2} \cdot V(x, y)\ dA_j\ dA_i}$$

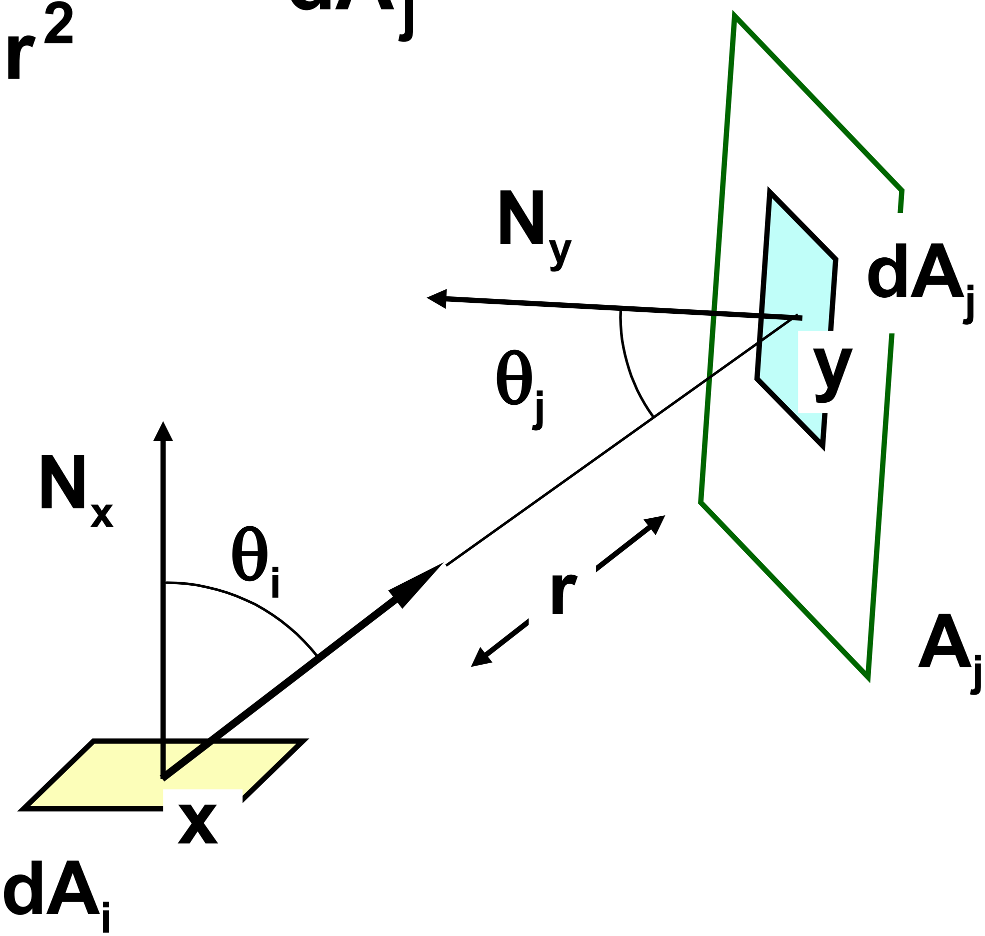
# Diferenciální konfigurační faktor

$$dF_{dA_i \to dA_j} = \frac{\cos\theta_i}{\pi}\, d\omega_j = \frac{\cos\theta_i \cdot \cos\theta_j}{\pi r^2}\, dA_j$$



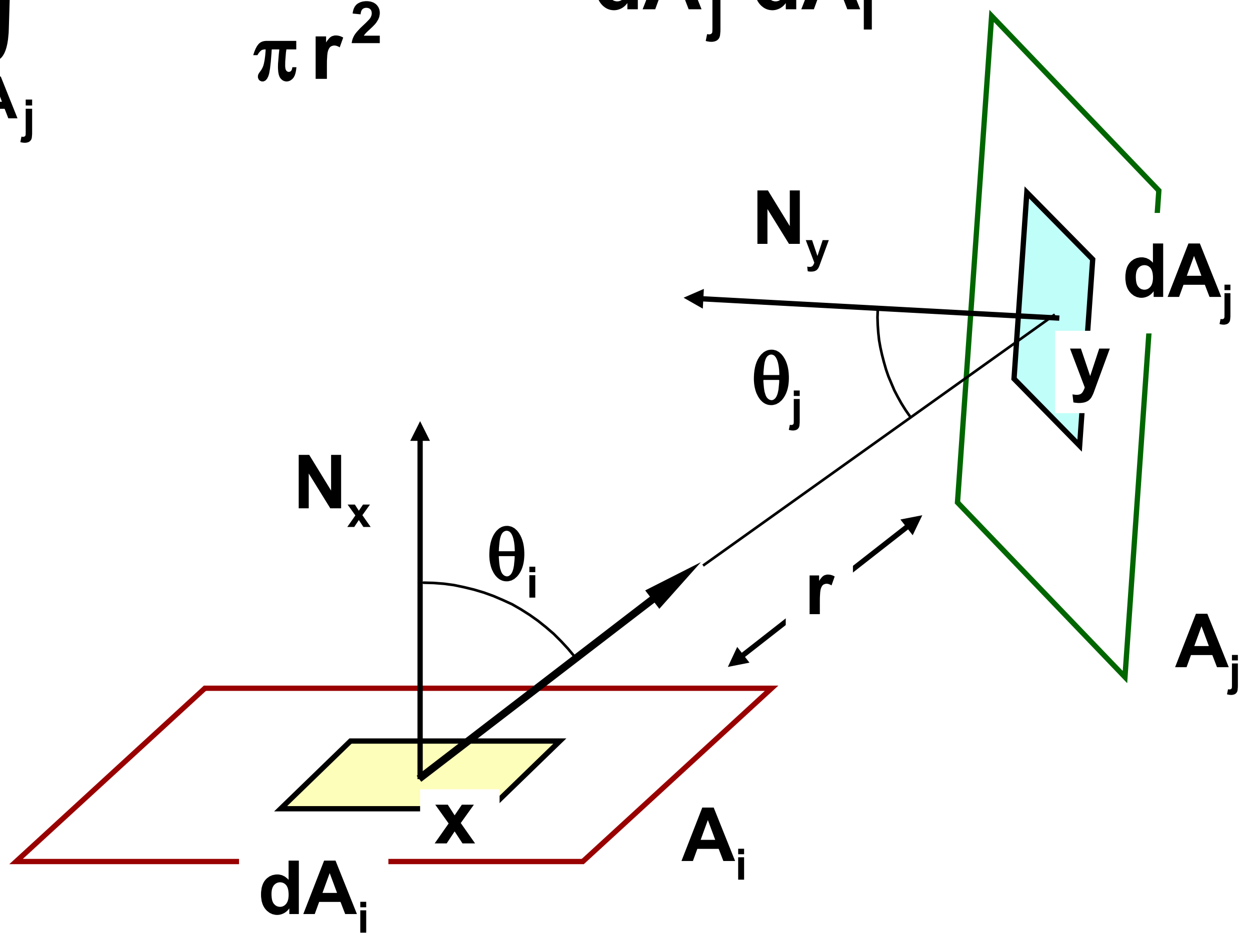
# Diferenciální konfigurační faktor

$$F_{dA_i \to A_j} = \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cdot \cos\theta_j}{\pi r^2} \, dA_j$$



# Průměrný konfigurační faktor

$$F_{i\to j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cdot \cos\theta_j}{\pi r^2} \, dA_j \, dA_i$$



# Výpočet konfiguračních faktorů

❶ **analytické metody**

– bod → polygon, bod → kruh, polygon → polygon

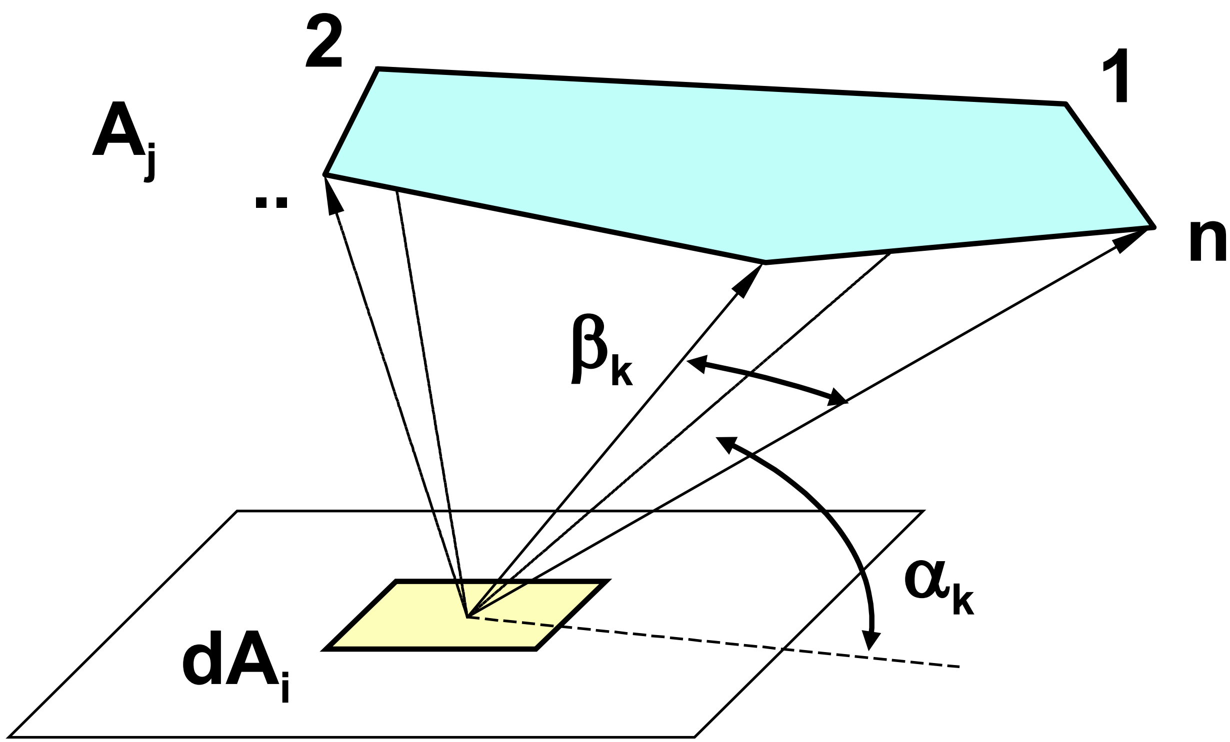
❷ **numerické metody**

– polokrychle (Nusseltova analogie), projekce do jedné roviny, křivkový integrál (dle Stokesovy věty)

❸ numerické **stochastické metody** (Monte-Carlo)

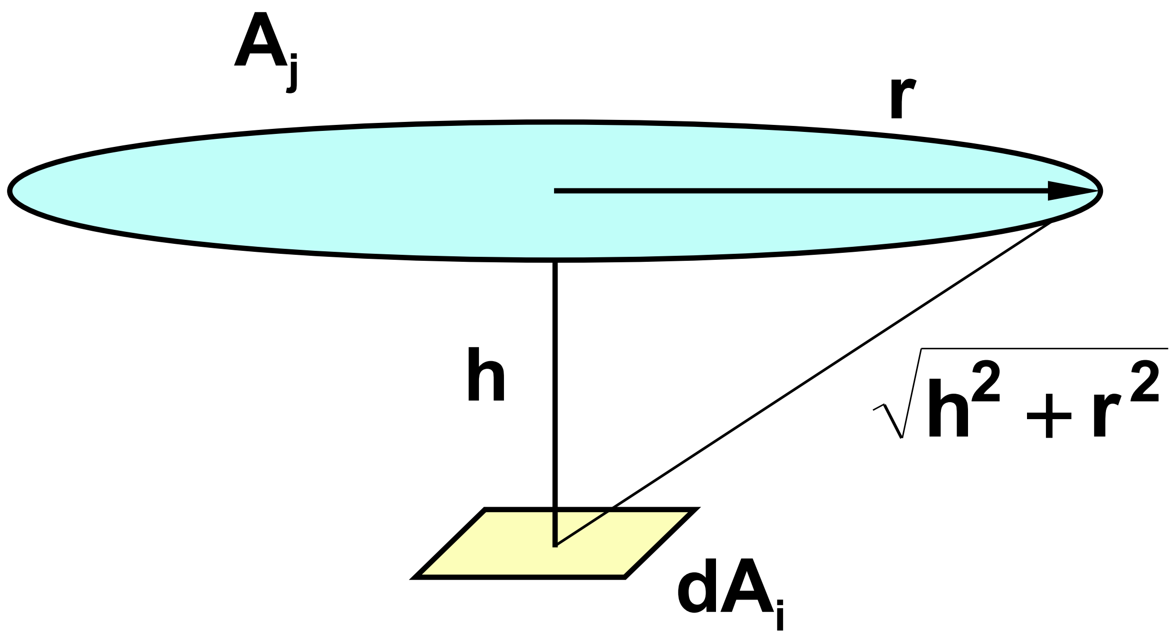
– vzorkování prostorového úhlu nebo přijímající plochy

# Bod → polygon




$$F_{dA_i \to A_j} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{n} \beta_k \cos \alpha_k$$

# Bod → kruh

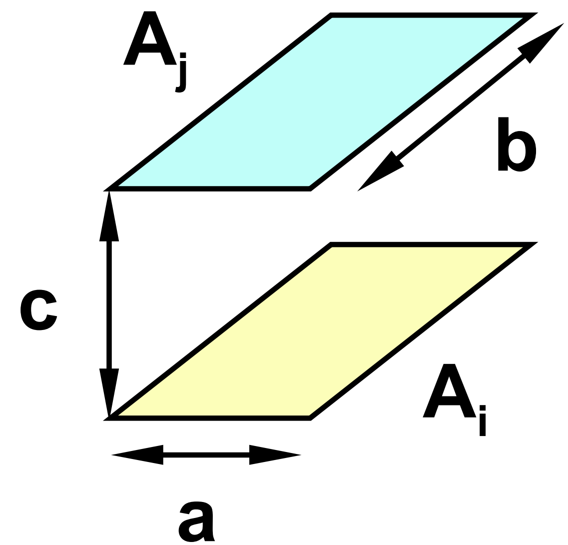



$$F_{dA_i \to A_j} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2\pi r}{\sqrt{h^2 + r^2}} \cdot \frac{r}{\sqrt{h^2 + r^2}} = \frac{r^2}{h^2 + r^2}$$

# Obdélník → obdélník

$$X = a/c$$

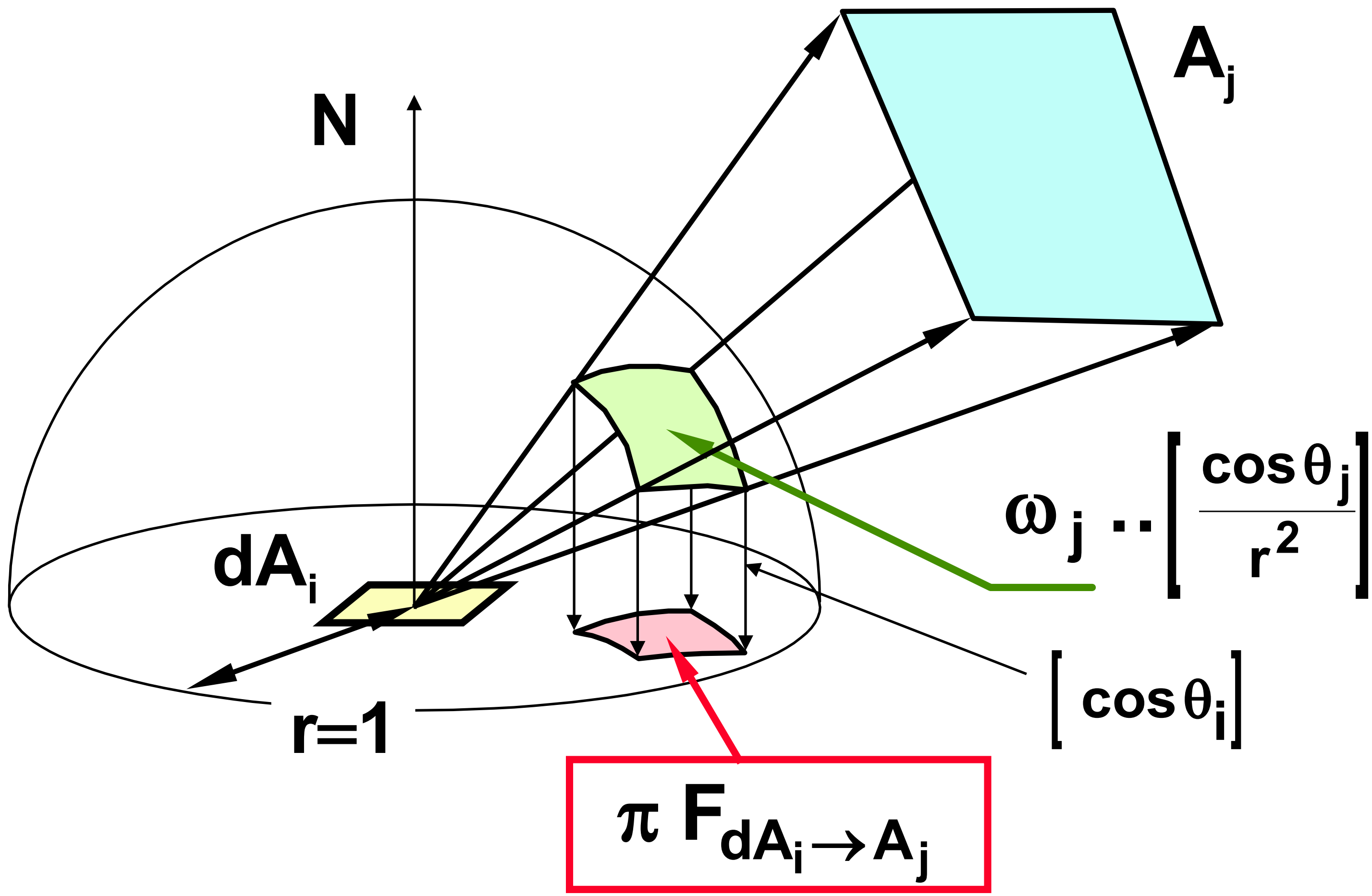
$$Y = b/c$$




$$F_{i\to j} = \frac{2}{\pi XY}\cdot\left\{\ln\left[\frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2}\right]^{1/2} + \right.$$

$$\left. +Y\sqrt{1+X^2}\cdot\tan^{-1}\frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} - X\tan^{-1}X - Y\tan^{-1}Y\right\}$$

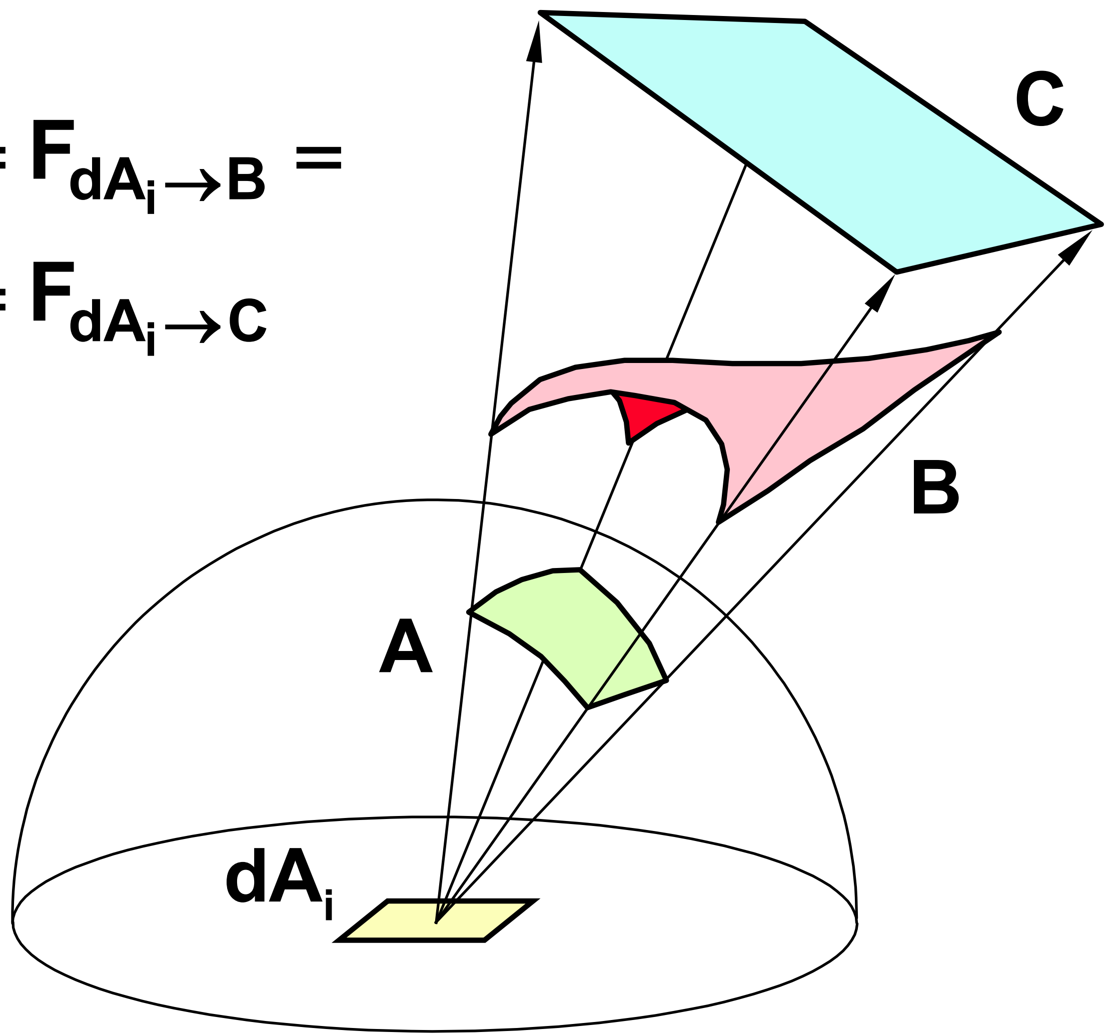
# Nusseltova analogie



# Nusseltova analogie

$$F_{dA_i \to A} = F_{dA_i \to B} =$$

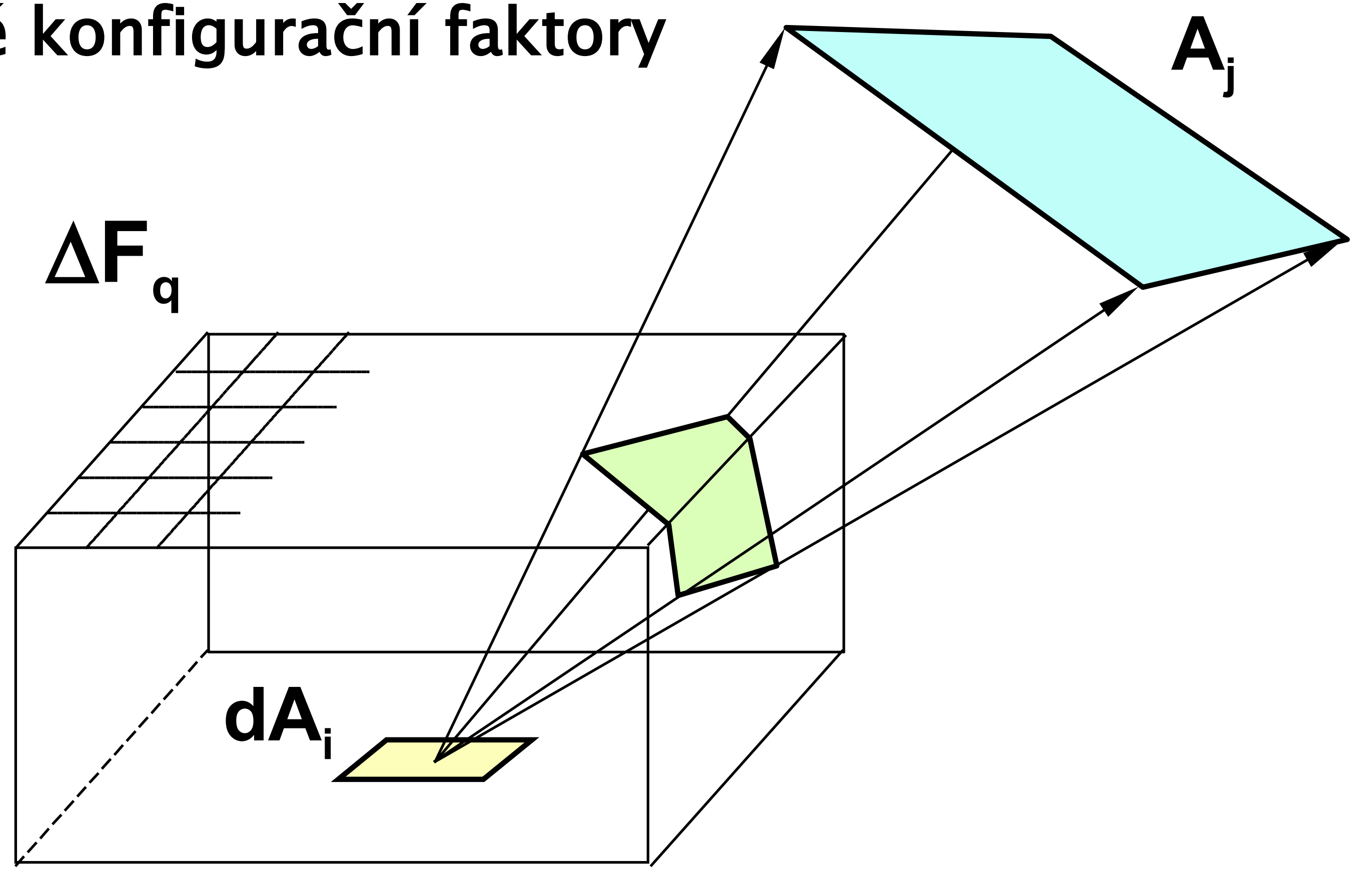
$$= F_{dA_i \to C}$$



# Polokrychle

**Pravidelná síť buněk:**

částečné konfigurační faktory



# Polokrychle

- výpočet všech $\mathbf{F}_{dA_i \to A_j}$ pro dané **i**
  - na polokrychli postavenou kolem $\mathbf{dA_i}$ promítnu všechny ostatní plošky scény $\mathbf{A_j}$
- na povrchu polokrychle počítám **viditelnost** jednotlivých plošek (např. metodou Z-buffer)
- povrch polokrychle je rozdělen na **pravidelnou síť buněk** $\mathbf{C_q}$
  - pro každou buňku mám předem spočítaný <u>částečný konfigurační faktor</u> $\mathbf{\Delta F_q}$

# Polokrychle

- konfigurační faktor plošky $\mathbf{A_j}$ odhadnu podle buněk, které byly pokryty jejím průmětem:

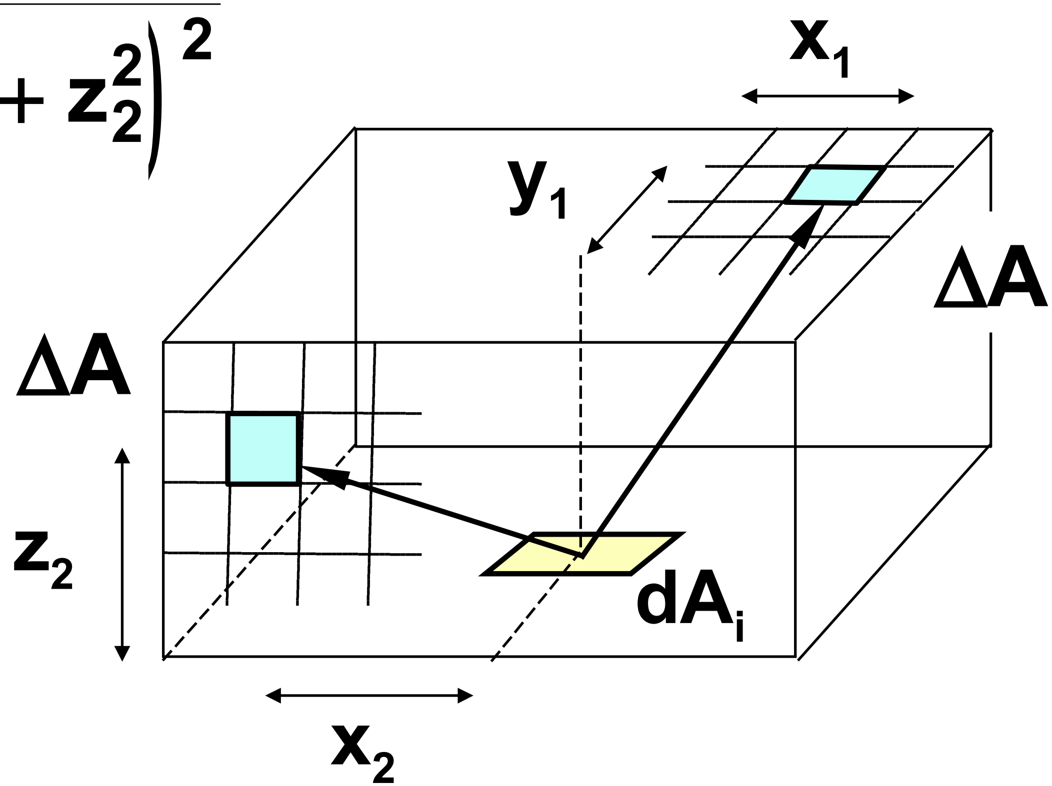
$$\mathbf{F_{dA_i \to A_j}} \cong \sum_{\mathbf{q \in J}} \mathbf{\Delta F_q}$$

- **jemnost dělení** polokrychle má vliv na přesnost odhadu konfiguračních faktorů
  – v praxi se používalo rozlišení **64×64** až **2k×2k**

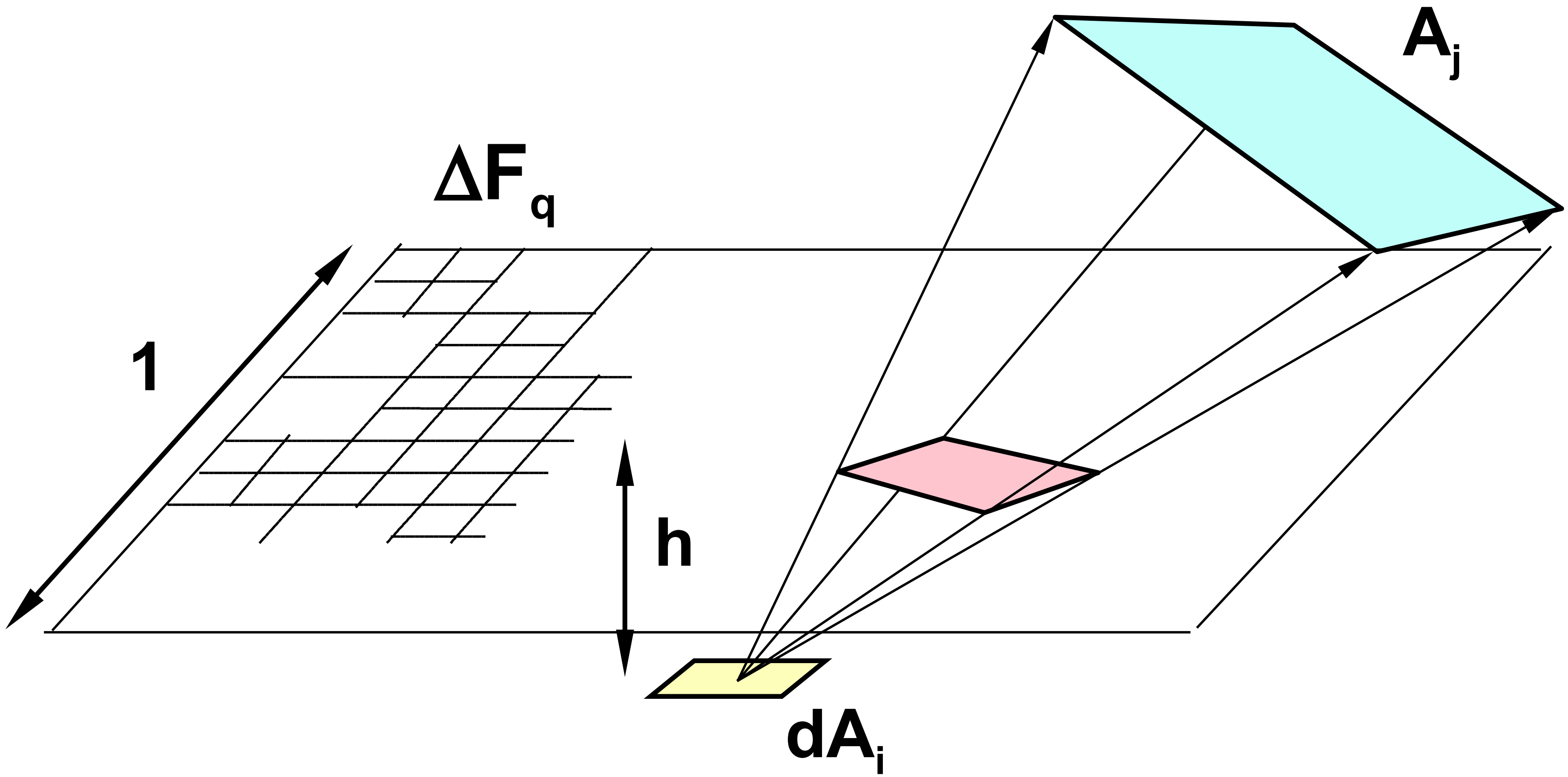
# Částečné konfigurační faktory

$$\Delta F_1 = \frac{\Delta A}{\pi \cdot \left( x_1^2 + y_1^2 + 1 \right)^2}$$

$$\Delta F_2 = \frac{z_2 \cdot \Delta A}{\pi \cdot \left( x_2^2 + 1 + z_2^2 \right)^2}$$



# Metoda jedné průmětny (Sillion)



# Metoda jedné průmětny

- **rychlejší implementace** (projekce, ořezávání)
  - část prostorového úhlu je zanedbána
  - výška průmětny by měla být maximálně **0.1**
- viditelnost se počítá metodou "**rozděl a panuj**"
  - analogie Warnockova algoritmu
  - adaptivní dělení průmětny ⇒ větší efektivita
- **částečné konfigurační faktory** předpočítané pro různé úrovně dělení

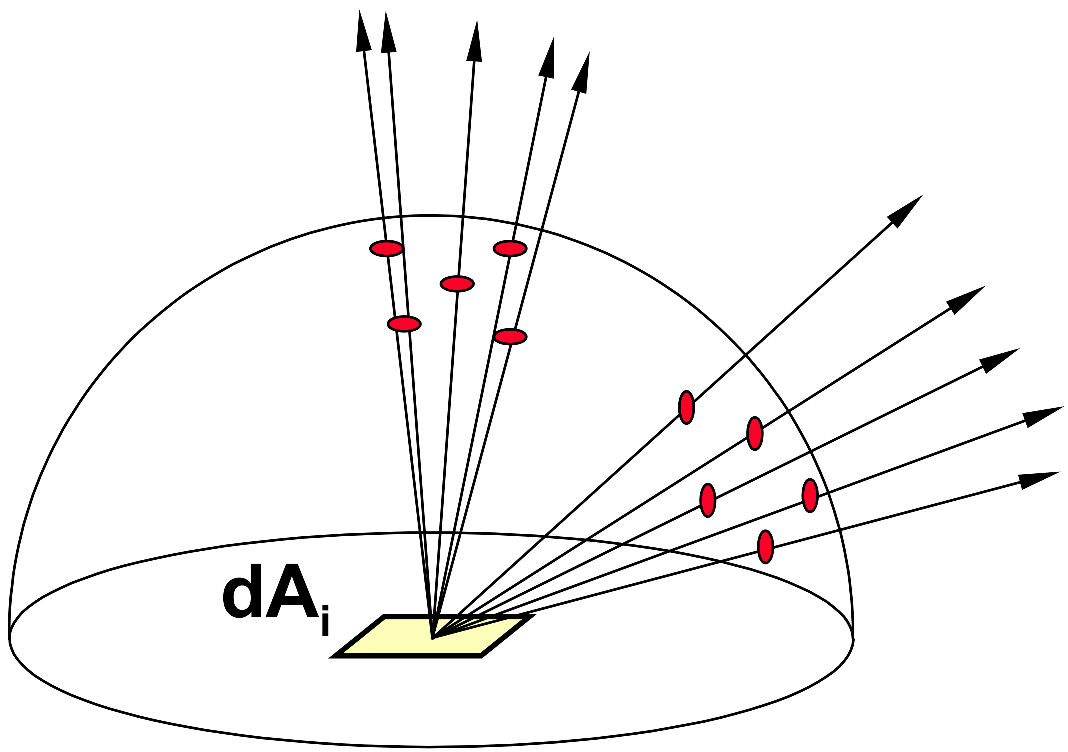
# Metody Monte-Carlo

- využití algoritmu **vrhání paprsku**
  - možnost použití <u>složitější geometrie scény</u>
  - klasické metody urychlení výpočtu
- vzorkování **povrchu těles**
  - výpočet jednotlivého konfiguračního faktoru
  - snadný výpočet faktoru “plocha → plocha” (nezávislé vzorkování)
- vzorkování **prostorového úhlu**
  - najednou všechny KF z jednoho bodu

# Vzorkování na polosféře

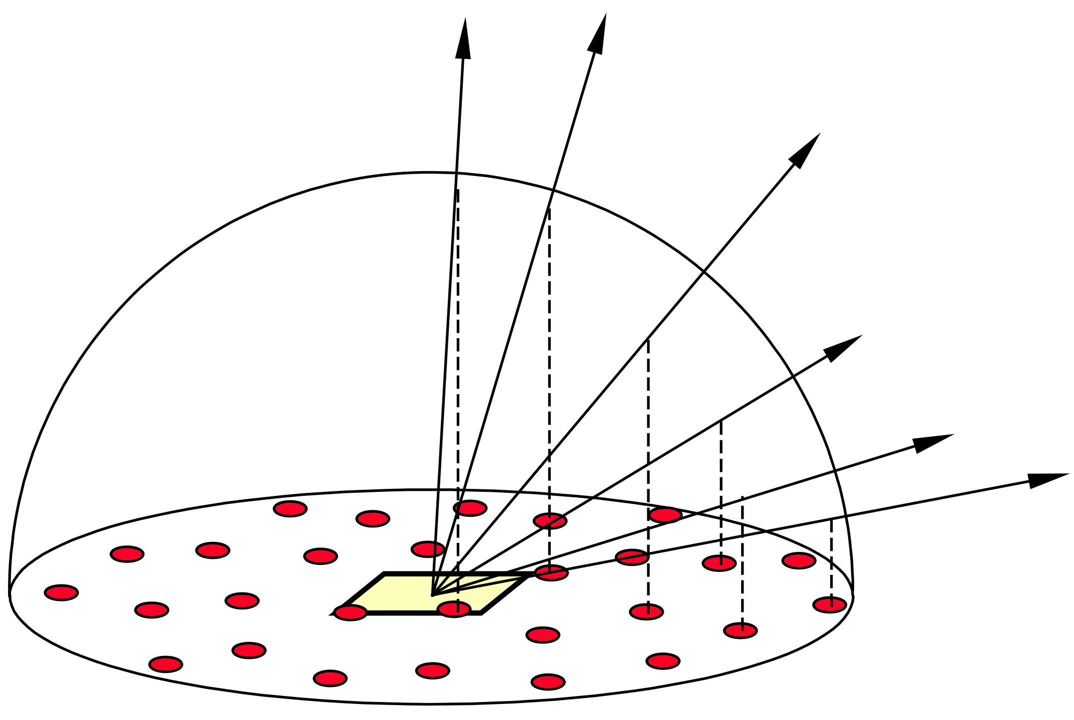
**Uniformní vzorkování** prostorového úhlu:

váhový koeficient $\mathbf{w_k = \cos\theta_k}$



# Vzorkování v podstavě

**Neuniformní vzorkování** prostorového úhlu:
všechny paprsky mají <u>stejnou významnost</u> !



# Konec

## Další informace:


- **A. Glassner**: ***Principles of Digital Image Synthesis***, Morgan Kaufmann, 1995, 916-937
- **M. Cohen, J. Wallace**: ***Radiosity and Realistic Image Synthesis***, Academ. Press, 1993, 65-107
- **J. Foley, A. van Dam, S. Feiner, J. Hughes**: ***Computer Graphics, Principles and Practice***, 795-799



© Josef Pelikán, http://cgg.mff.cuni.cz/~pepca