

More Rendering Ideas

© 1996-2024 Josef Pelikán
CGG MFF UK Praha

pepca@cgg.mff.cuni.cz
<https://cgg.mff.cuni.cz/~pepca/>



1. Dualita v teorii zobrazování

Zobrazovací rovnice (J. Kajiya, 1986)

- teoretická formulace základů realistického zobrazování

Důležitost (“importance” - B. Smits, 1992)

- použití pojmu důležitosti (potenciálu) v radiční metodě

Zavedení duality (S. Pattanaik, 1993)

- duální operátory a rovnice - prostředek k řešení úlohy globálního osvětlení scény



Důležitost (potenciál)

Výkon procházející svazkem \mathbf{S} jako důsledek jednotkové radiance z bodu \mathbf{x} směrem ω_x [1]

$L_o(\mathbf{x}, \omega_x)$

ω_x

$d\omega_x$

\mathbf{N}

θ_x

dA

\mathbf{x}

$\Phi_o(\mathbf{S})$

$\mathbf{S} = \{x_i\} \times \{\omega_j\}$

$$\underline{W(\mathbf{x}, \omega_x, \mathbf{S})} = \frac{\partial^2 \Phi_o(\mathbf{S})}{L_o(\mathbf{x}, \omega_x) \partial \omega_x \partial A \cos \theta_x}$$



Výkon procházející svazkem \mathbf{S}

Vyjádřený pomocí radiance na povrchu ploch
($W_e(\mathbf{x}, \omega_x, \mathbf{S})$ je 1 pro $[\mathbf{x}, \omega_x] \in \mathbf{S}$, jinak 0):

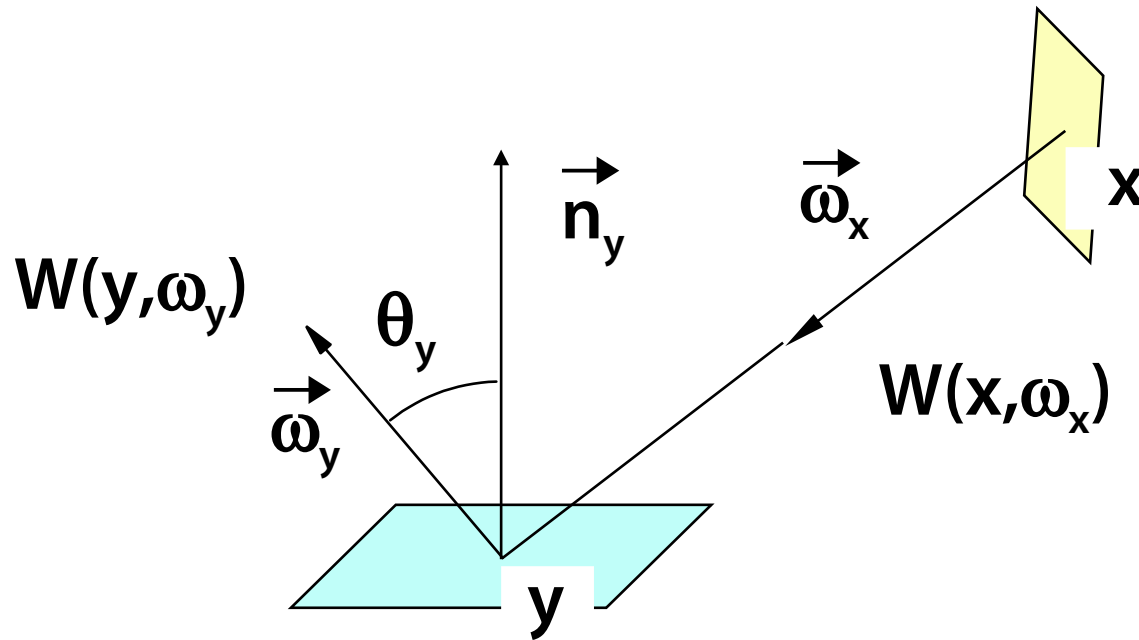
$$\Phi_o(\mathbf{S}) = \int_A \int_{\Omega_x} \underline{L(\mathbf{x}, \omega_x)} \cdot W_e(\mathbf{x}, \omega_x, \mathbf{S}) \cdot \cos \theta_x \, d\omega_x \, dA_x$$

Vyjádřený pomocí potenciální funkce a vlastní radiance na povrchu ploch:

$$\Phi_o(\mathbf{S}) = \int_A \int_{\Omega_x} L_e(\mathbf{x}, \omega_x) \cdot \underline{W(\mathbf{x}, \omega_x, \mathbf{S})} \cdot \cos \theta_x \, d\omega_x \, dA_x$$



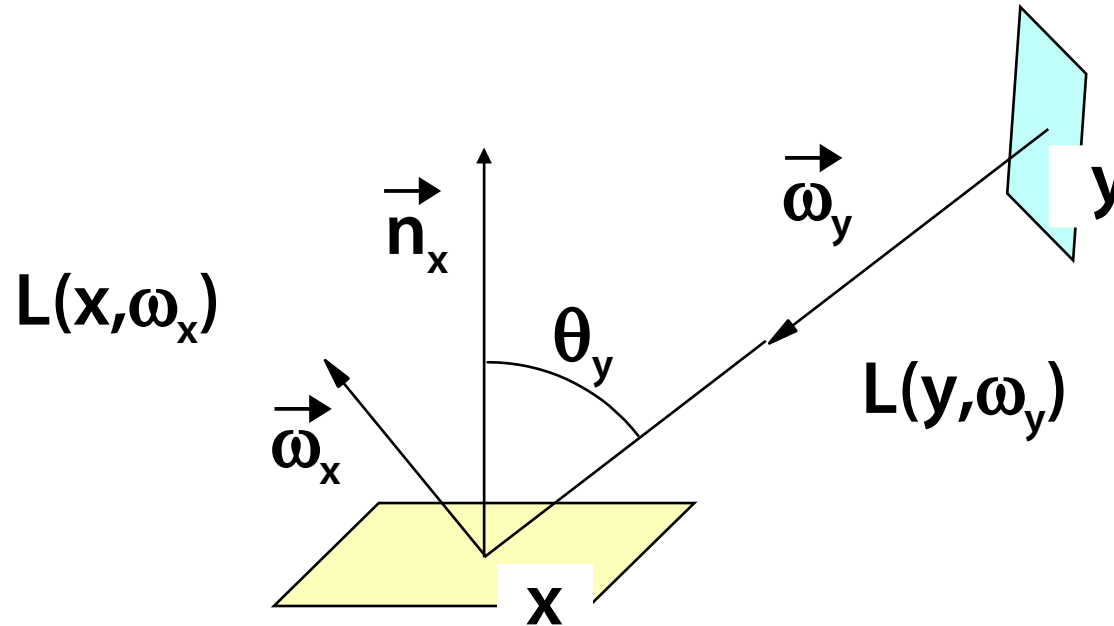
Rovnice pro potenciál



$$\begin{aligned} \underline{W(\mathbf{x}, \omega_x)} &= \\ &= \mathbf{W}_e(\mathbf{x}, \omega_x) + \int_{\Omega_y} \mathbf{f}(\mathbf{y}, \omega_x \rightarrow \omega_y) \cdot \underline{W(\mathbf{y}, \omega_y)} \cdot \cos \theta_y \, d\omega_y \end{aligned}$$



Radiance přijímaná z plochy



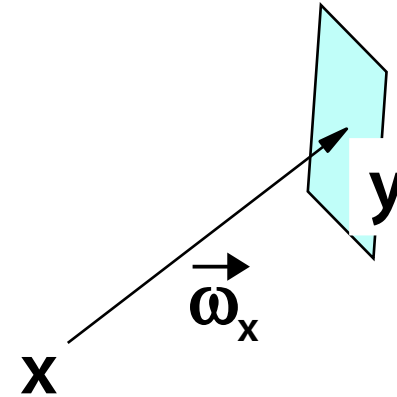
$$\begin{aligned} \underline{L(\mathbf{x}, \omega_{\mathbf{x}})} &= \\ &= \mathbf{L}_e(\mathbf{x}, \omega_{\mathbf{x}}) + \int_{\Omega_{\mathbf{x}}^{-1}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \omega_{\mathbf{y}} \rightarrow \omega_{\mathbf{x}}) \cdot \underline{L(\mathbf{y}, \omega_{\mathbf{y}})} \cdot \cos \theta_{\mathbf{y}} \, d\omega_{\mathbf{y}} \end{aligned}$$



Funkcionální zápis

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_e + \mathbf{T}\mathbf{L}$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_e + \mathbf{T}^*\mathbf{W}$$



$$(\mathbf{T}\mathbf{g})(\mathbf{x}, \omega_x) = \int_{\Omega_x^{-1}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot \underline{\mathbf{g}(\mathbf{y}, \omega_y)} \cdot \cos \theta_y \, d\omega_y$$

$$(\mathbf{T}^*\mathbf{g})(\mathbf{x}, \omega_x) = \int_{\Omega_y} \mathbf{f}(\mathbf{y}, \omega_x \rightarrow \omega_y) \cdot \underline{\mathbf{g}(\mathbf{y}, \omega_y)} \cdot \cos \theta_y \, d\omega_y$$



Dualita radiance a potenciálu

Zavedení skalárního součinu

$$\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle = \int_A \int_{\Omega_x} \underline{\mathbf{f}(\mathbf{x}, \omega_x)} \cdot \underline{\mathbf{g}(\mathbf{x}, \omega_x)} \cdot \cos \theta_x \, d\omega_x \, dA_x$$

Operátory T a T^* jsou duálně sdružené

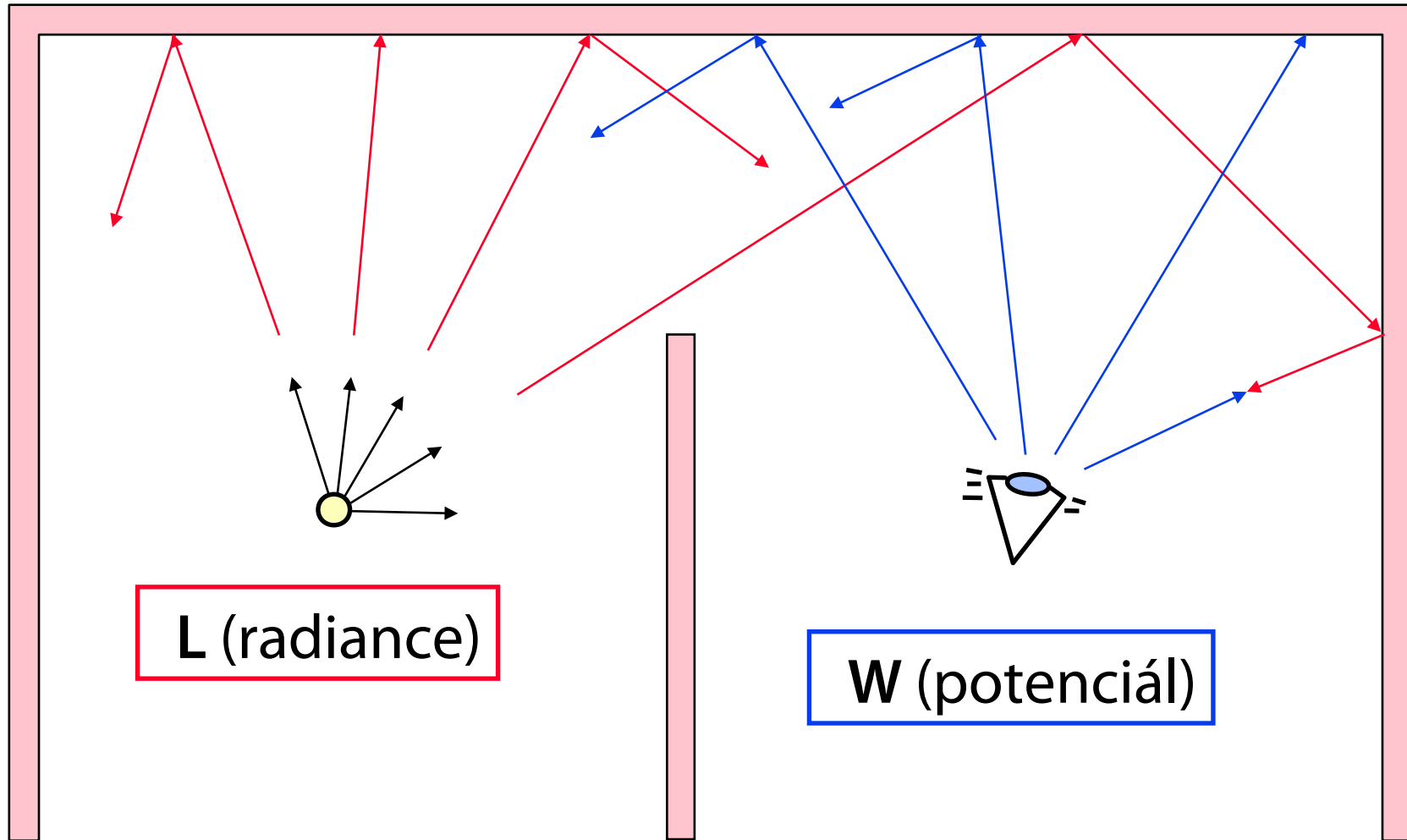
$$\underline{\mathbf{L}} = \underline{\mathbf{L}}_e + T\mathbf{L}$$

$$\underline{\mathbf{W}} = \underline{\mathbf{W}}_e + T^*\mathbf{W}$$

$$\Phi_o(\mathbf{S}) = \langle \underline{\mathbf{L}}, \underline{\mathbf{W}}_e \rangle = \langle \underline{\mathbf{L}}_e, \underline{\mathbf{W}} \rangle$$



Propagace světla a důležitosti





Aplikace na radiační metodu

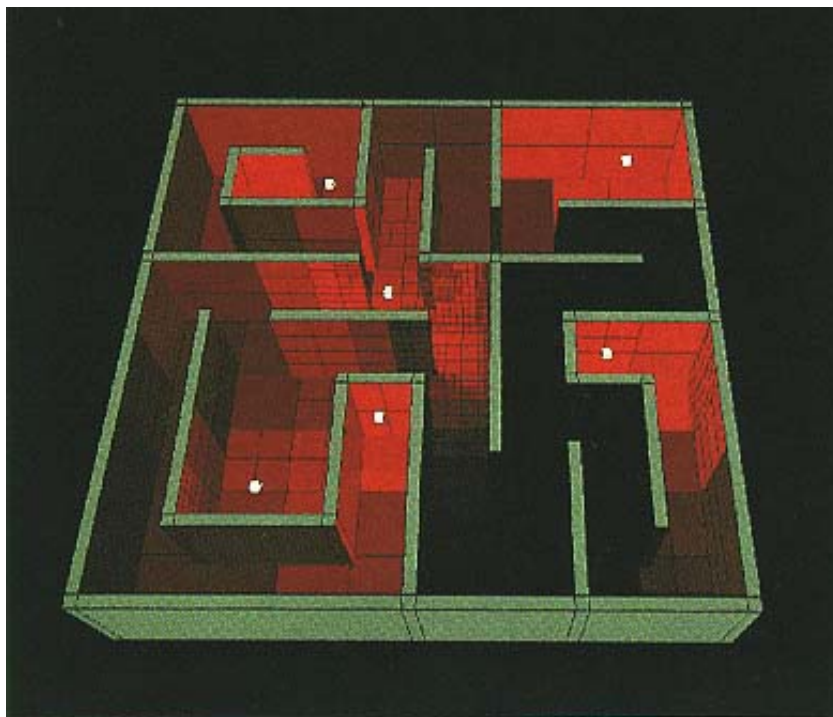
Zlepšení **efektivity výpočtu** (B. Smits, '92)

- současný výpočet radiosit i potenciálů
- hierarchické zjemňování se provádí tam, kde dochází k velkému přenosu energie a plošky mají velkou důležitost

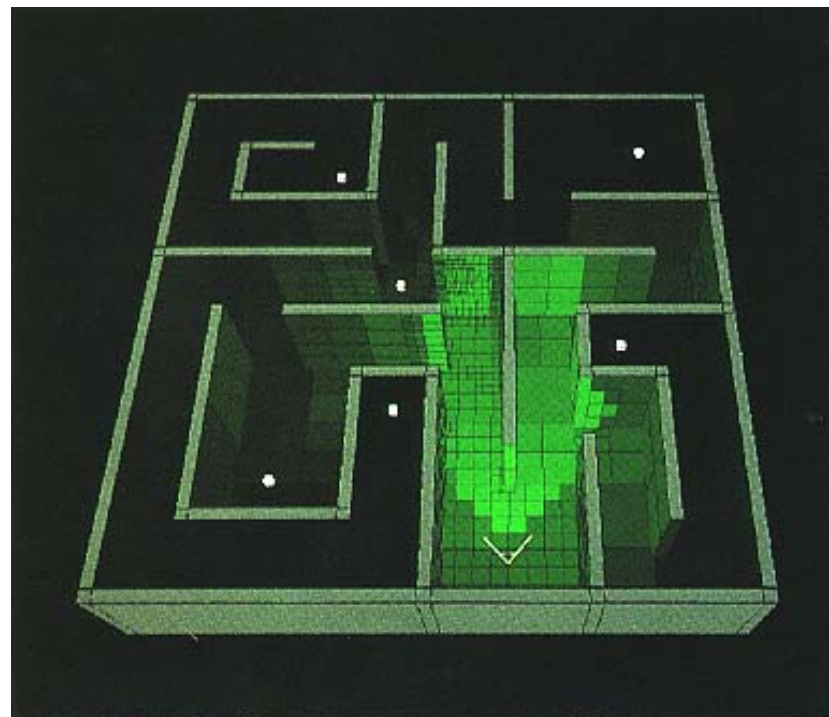
Sbírání (“gathering”) a **střílení** (“shooting”)

- sbírání energie ... střílení potenciálu
- střílení energie ... sbírání potenciálu

Příklad duální radiosity



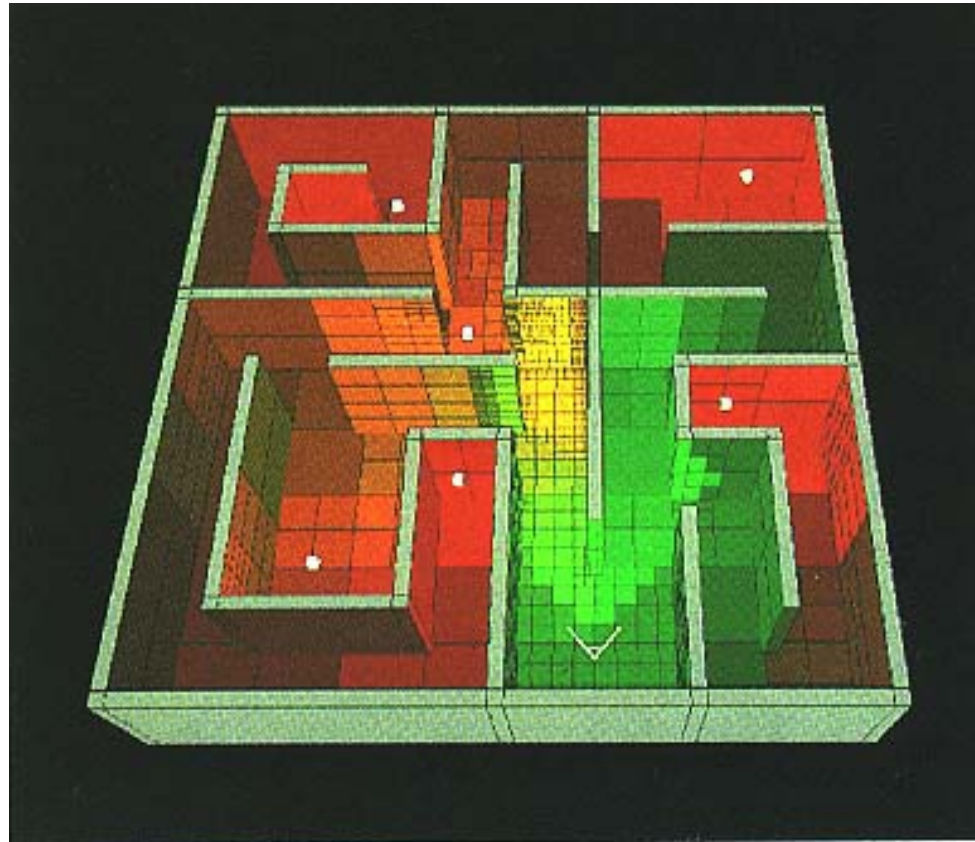
Radiosity solution



Importance solution



Oblast nejvyšší efektivity výpočtu



Superpozice radiosity a důležitosti ... pro rendering nejdůležitější partie jsou žluté



Výpočet důležitosti

Předávání energie z plošky A_j na plošku A_i

$$\underline{B_{i \leftarrow j}} = \rho_i \underline{F_{ij}} B_j = \underline{\rho_i F_{ij}} \quad \text{pro } B_j = 1$$

Předávání důležitosti z plošky A_i na plošku A_j

$$\underline{I_{i \rightarrow j}} = B_{i \leftarrow j} I_i = \underline{\rho_i F_{ij}} I_i$$

Soustava rovnic pro důležitost

$$I_i = R_i + \sum_{j=1}^N \rho_j I_j F_{ji} \quad [1]$$



Dualita radiosity a důležitosti

$R_i > 0$, jestliže má ploška A_i **přímý vliv** na výsledný obrázek (je vidět ... **faktor příjemce**)

Soustava pro **radiositu** v maticovém tvaru

$$\underline{\mathbf{MB}} = \mathbf{E} \quad \text{pro} \quad \mathbf{M}_{ij} = \delta_{ij} - \rho_i \mathbf{F}_{ij}$$

Soustava pro **důležitost** v maticovém tvaru

$$\underline{\mathbf{M}^T \mathbf{I}} = \mathbf{R}$$

Dualita operátorů \mathbf{M} a \mathbf{M}^T

$$\underline{\langle \mathbf{X}, \mathbf{M}\mathbf{Y} \rangle} = \langle \mathbf{M}^T \mathbf{X}, \mathbf{Y} \rangle$$



Výpočet osvětlení

Lineární forma $v(*)$ vyjadřuje požadovaný **výsledek**

$$\underline{v(\mathbf{B})} = \langle \mathbf{R}, \mathbf{B} \rangle = \sum_i \mathbf{R}_i \mathbf{B}_i$$

Použitím **duálních vztahů** dostaneme

$$\underline{v(\mathbf{B})} = \langle \mathbf{R}, \mathbf{B} \rangle = \langle \mathbf{M}^T \mathbf{I}, \mathbf{B} \rangle = \langle \mathbf{I}, \mathbf{M}\mathbf{B} \rangle = \underline{\langle \mathbf{I}, \mathbf{E} \rangle}$$

Můžeme tedy řešit jen **původní** nebo jen **duální** soustavu rovnic!



2. Metropolis Light Transport

Theory – not yet ...



Metropolis – example



Bidirectional Path-tracing with 40 samples per pixel



Metropolis – example



Metropolis light transport ~250 mutations per pixel
(the same computation time as the previous picture)



References

E. Lafortune: *Mathematical Models and Monte Carlo Algorithms for Physically Based Rendering*, PhD thesis, KU Leuven, 11-28

F. Sillion, C. Puech: *Radiosity and Global Illumination*, Morgan Kaufmann, 1994, 85-90

E. Veach, L. J. Guibas: *Metropolis Light Transport*, SIGGRAPH '97

Matt Pharr: *Metropolis Sampling*, slides for cs348b course, May 2003