

Fotorealistická syntéza obrazu a Photon-Mapping

© 2006-2010 Josef Pelikán, CGG MFF UK Praha

<http://cgg.mff.cuni.cz/~pepca/>

MIS Josefův Důl, 21. 1. 2010

Obsah přednášky

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ hybridní metody (efektivita)
 - ◆ Photon-Mapping
 - ◆ Irradiance Caching (efektivita difusních složek)

Cíle realistického zobrazování

- ◆ věrně **napodobit přírodu**
 - ◆ virtuální scéna reprezentovaná v počítači
- ◆ přesně **simulovat šíření světla** ve scéně
 - ◆ „predictive rendering“
- ◆ nebo „**důvěryhodné zobrazování**“
 - ◆ laický pozorovatel nemá poznat, že je obrázek umělý ...
- ◆ **rychlost** vykreslování
 - ◆ „off-line“ rendering (nezáleží tolik na rychlosti)
 - ◆ „real-time“ (min. 25 fps)

Aplikace

- ◆ design, architektura, umění
 - ◆ šíření světla v interiéru, kabině, ..
- ◆ zábavní průmysl
 - ◆ filmy (IL&M, Pixar, DreamWorks, ... „off-line“)
 - ◆ videohry („real-time“)
- ◆ média
 - ◆ televize (virtuální studia, ...)
 - ◆ reklamy

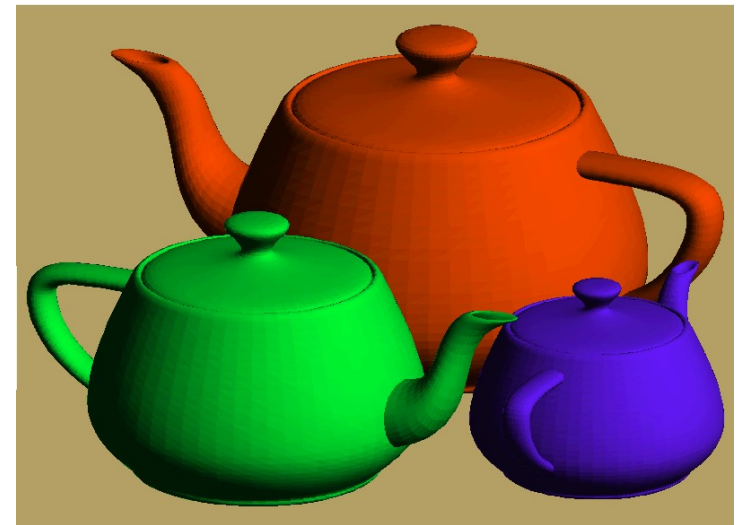


Historie

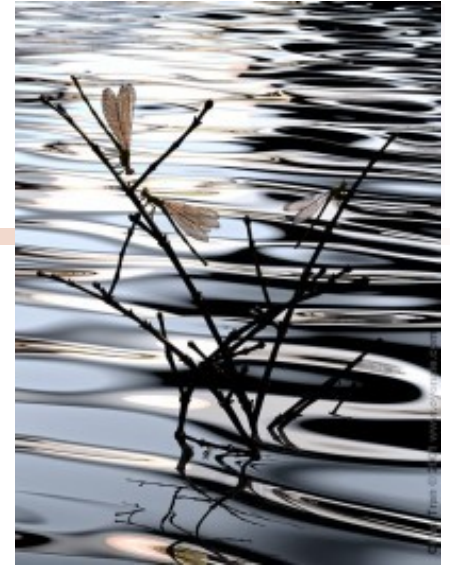
- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ **historie, přehled používaných přístupů**
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ hybridní metody (efektivita)
 - ◆ Photon-Mapping
 - ◆ Irradiance Caching (efektivita difusních složek)

Historie – klasické zobrazování

- ◆ Sutherland 1974: Z-buffer
- ◆ **ploškový model**
 - ◆ nejčastěji trojúhelníkové sítě
- ◆ **výpočet viditelnosti**
 - ◆ Z-buffer
- ◆ **přibližné světelné poměry**
 - ◆ lokální osvětlovací model, vržené stíny
- ◆ **textury, shadery**



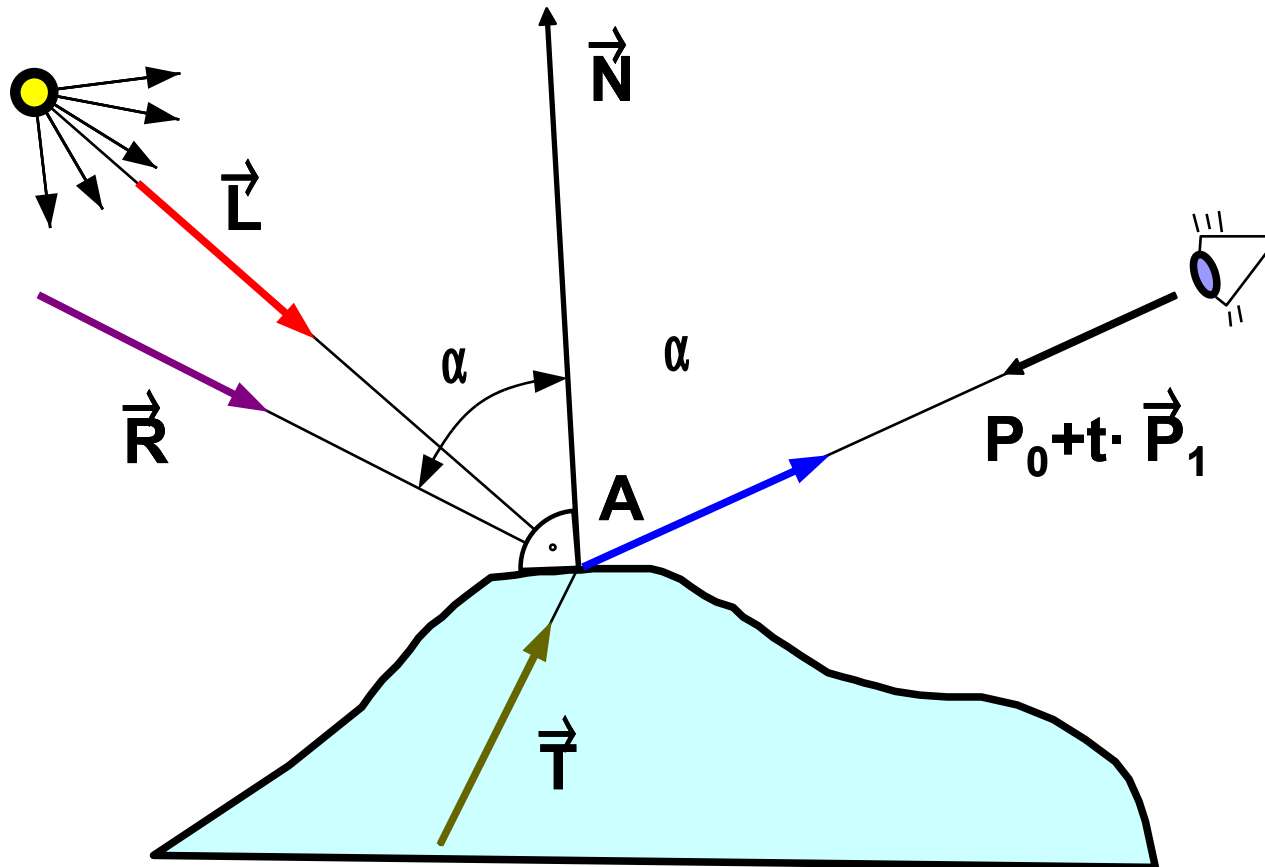
Historie – Ray-tracing I



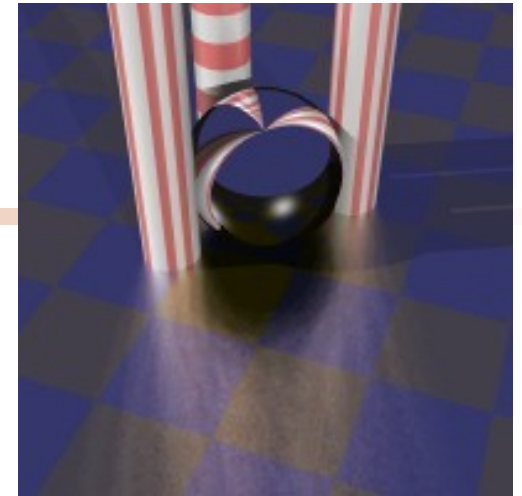
- ◆ Whitted 1980: základní Ray-tracing
- ◆ **geometrický přístup**
 - ◆ sleduje se jenom ideálně odražený paprsek
- ◆ výpočetně velmi náročný **výpočet průsečíku** paprsku se scénou
 - ◆ 95% času → urychlovací metody
- ◆ snadné **vylepšení vzhledu** obrázku
 - ◆ textury, anti-aliasing, shadery
 - ◆ distribuované techniky (viz dále)



Historie – Ray-tracing II



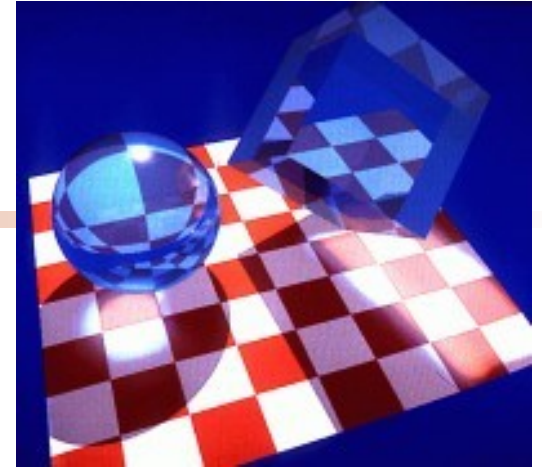
Historie – Distributed R–T



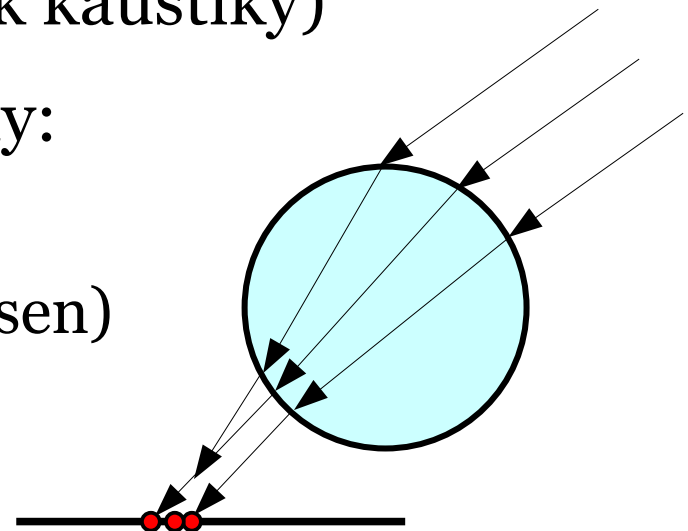
- ◆ Cook 1984: Distributed Ray Tracing
- ◆ **vylepšení kvality výsledku**
 - ◆ integrál nahrazuje původně jediný vzorek
 - ◆ měkké stíny, odrazy, lomy, difrakce
 - ◆ rozmazání pohybem
 - ◆ hloubka ostrosti kamery
- ◆ výpočetně velmi náročné metody
 - ◆ Monte-Carlo algoritmy
 - ◆ stonásobně víc paprsků...



Historie – Bidirectional R–T

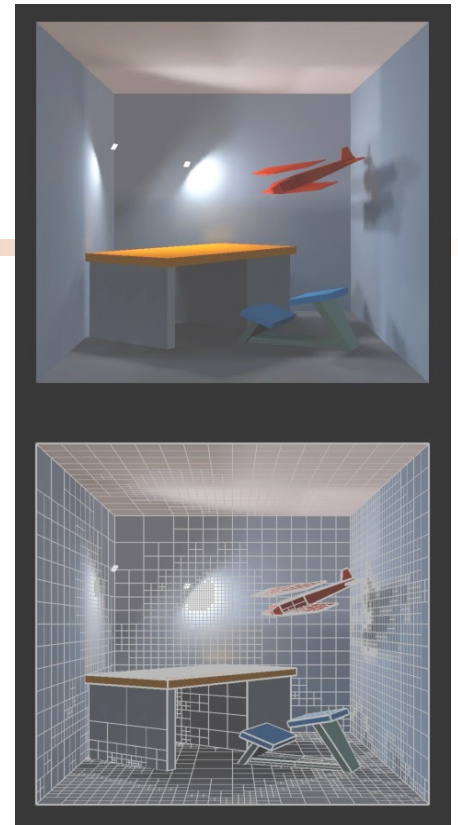


- ◆ Arvo 1986: Backward Ray Tracing
- ◆ sledování **opačného směru**
 - ◆ v první fázi se paprsky posílají ze světla a zachytávají na plochách
 - ◆ vykreslení „kaustiky“ (1986 = rok kaustiky)
 - ◆ později se z toho vyvinuly metody:
 - Light-tracing, Photon-tracing
 - Photon-maps (Henrik Wann Jensen)



Historie – Radiační metoda I

- ◆ Goral et al. 1984: Illumination for Computer-Generated Pictures
- ◆ předpoklad **difusních** materiálů
 - ◆ Lambertův zákon (dokonalý rozptyl světla)
 - ◆ metoda konečných prvků vede na **soustavu lineárních rovnic**
- ◆ různá **vylepšení**:
 - ◆ iterace à la Southwell
 - ◆ hierarchické přístupy
 - ◆ zobecněné konfigurační faktory (lesklé odrazy)



Historie – Radiační metoda II

- ♦ základní rovnice pro **radiositu** i -té plošky:

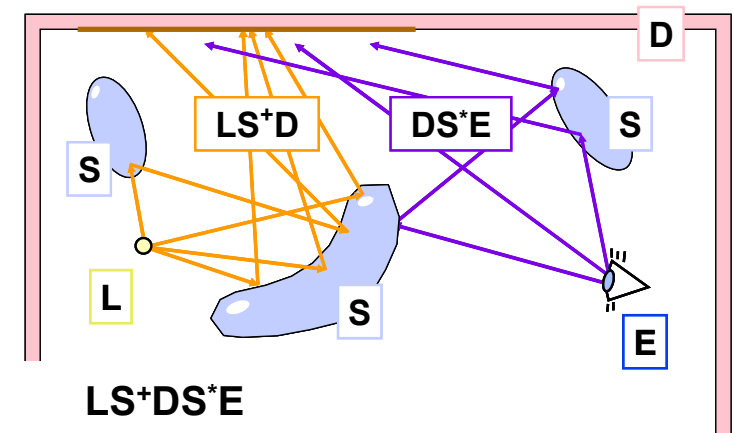
$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j \cdot \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} g(y, x) dA_j dA_i$$

geometrický člen - **konfigurační faktor** F_{ij}
(část výkonu vyzářeného ploškou A_i dopadající na A_j)

$$B_i = E_i + \rho_i \cdot \sum_{j=1}^N B_j F_{ij} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

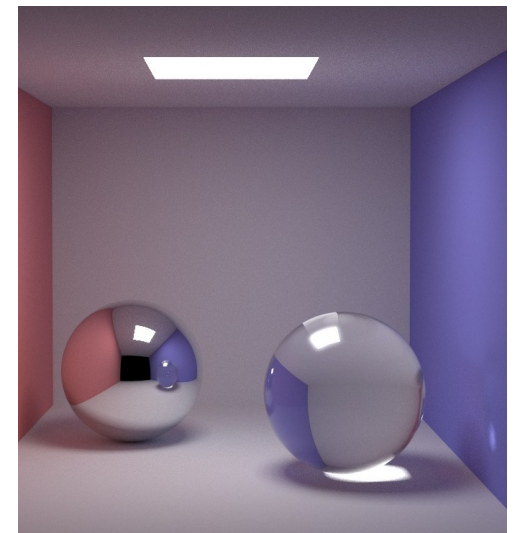
Historie – Hybridní metody

- ◆ Wallace 1987, Sillion 1989, 1991, ...
- ◆ radiální metoda umí dobře **difusní** materiály
- ◆ metody založené na paprscích umí dobře **lesklý** odraz
 - ◆ Ray-tracing, Distributed R-T
 - ◆ Path-tracing, Photon-tracing, ...
- ◆ **kombinace** několika metod
 - ◆ pozor na duplikace!
 - ◆ většinou sériové zapojení = více fází za sebou
 - ◆ vykreslení: Ray-tracing, Path-tracing



Historie – Zobrazovací rovnice

- ◆ J. T. Kajiya: The Rendering Equation (SIGGRAPH '86)
- ◆ matematický přístup k zobrazování
 - ◆ integrální rovnice popisující šíření světla, nestranné řeš.
- ◆ algoritmy založené na **Monte-Carlo**
 - ◆ .. přesné (analytické) řešení není možné
- ◆ **Path-tracing** (už Kajiya)
 - ◆ později: Light-tracing, Photon-tracing, Bidirectional Path-tracing, hybridní alg., Metropolis metody



Teoretické základy

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ **teoretické základy – zobrazovací rovnice**
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ hybridní metody (efektivita)
 - ◆ Photon-Mapping
 - ◆ Irradiance Caching (efektivita difusních složek)

Základní radiometrické veličiny

- **výkon** procházející nějakou plochou („radiant flux“):
 $\Phi_i (\Phi_o)$ [W]

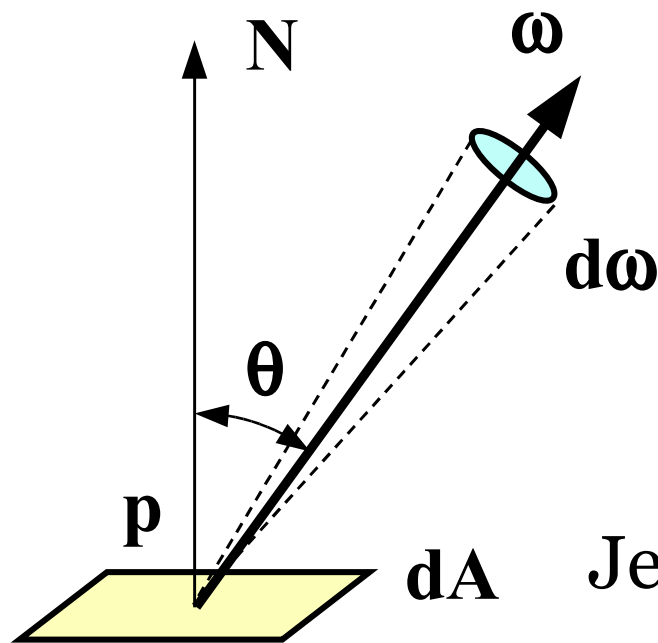
$$\Phi = \frac{\partial Q}{\partial t}$$

- **radiosita (irradiance)** – hustota výkonu na ploše:
 $B_o (E, B_i)$ [W / m²]

$$E(p) = \frac{\partial \Phi(p)}{\partial A}$$

Radiance – cíl „renderingu“

- přijímaná (výsledná, vlastní) **radiance** v bodě **p** a směru ω : $L_i(p, \omega)$ ($L_o(p, \omega)$, $L_e(p, \omega)$) [W / m² sr]



$$L_o(p, \omega) = \frac{\partial^2 \Phi(p, \omega)}{\partial A \partial \omega \cos \theta}$$

$$= \frac{\partial E(p, \omega)}{\partial \omega \cos \theta}$$

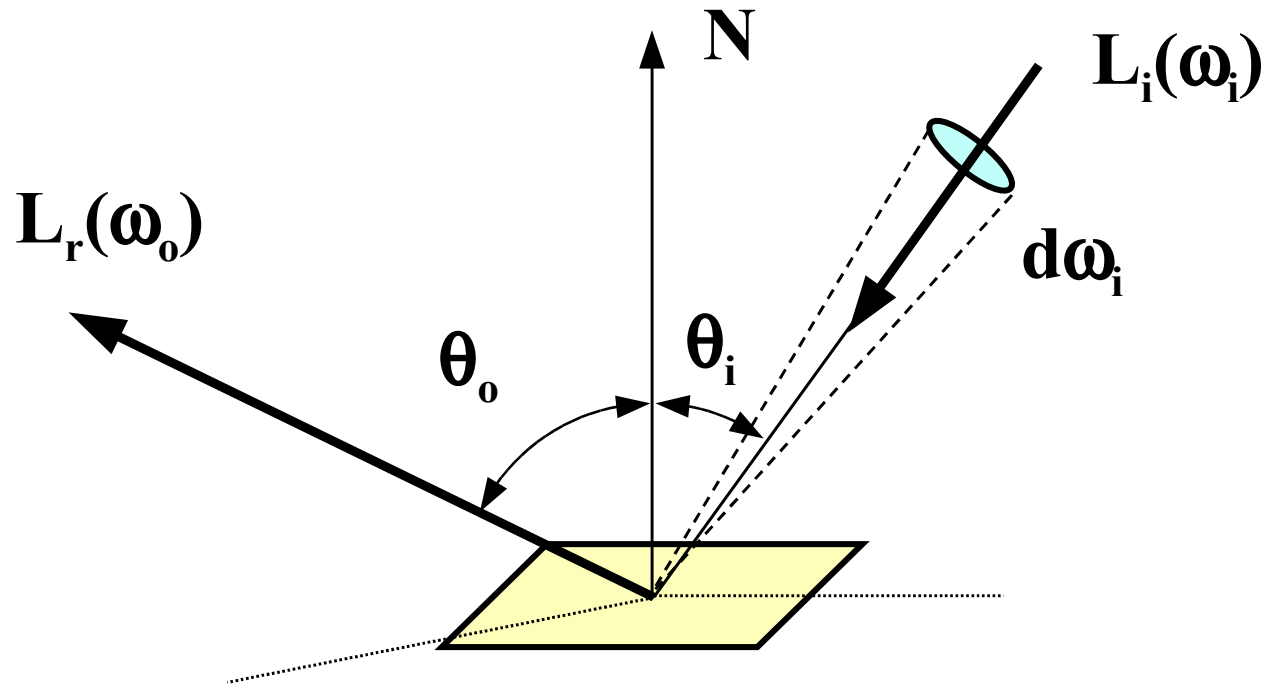
Je **konstantní na paprsku** ve vakuu.
Vyjadřuje **jas** vnímaný okem/kamerou.

- příchozí hustota výkonu – integrace přes celou horní hemisféru:

$$E(p) = \int_{\Omega^+} L_i(p, \omega) \cos \theta \, d\omega$$

BRDF (lokální funkce odrazivosti)

(„Bidirectional Reflectance Distribution Function“)

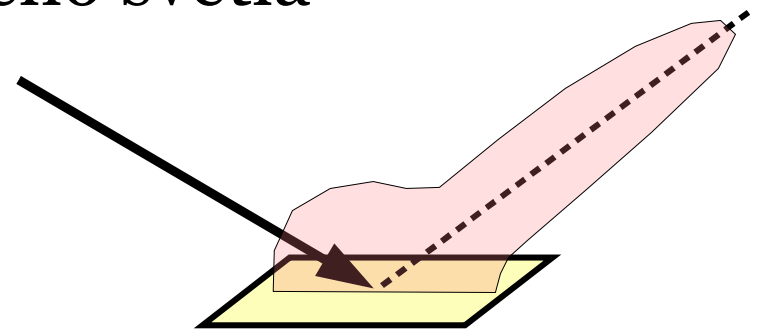


$$f_r(\omega_i, \omega_o) = \frac{\partial L_r(\omega_o)}{\partial E(\omega_i)} = \frac{\partial L_r(\omega_o)}{L_i(\omega_i) \cos \theta_i \partial \omega_i}$$

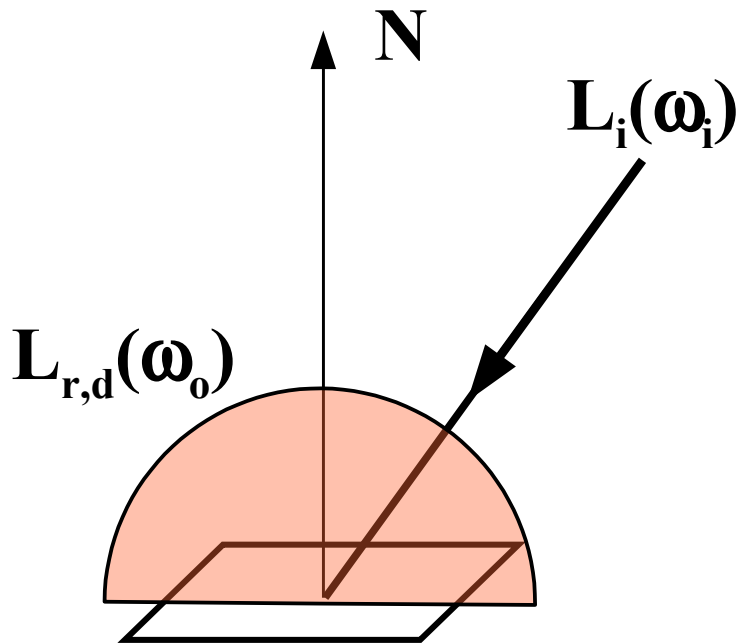
Lokální světelné modely

- ◆ **Bouknight** 1970: difusní (Lambert) a ambient
- ◆ **Gouraud** 1971: interpolace barvy z vrcholů
- ◆ **Phong** 1975: navíc lesklá složka, interpolace normály
- ◆ **Blinn** 1977, **Cook** et al. 1982: „mikroplošky“
- ◆ **Kajiya** 1985, **Cabral** et al. 1987: vylepšení (anizotrop.)
- ◆ **Wolf** 1990: polarizace odraženého světla
- ◆ **Oren-Nayar** 1993: difusní mikroplošky

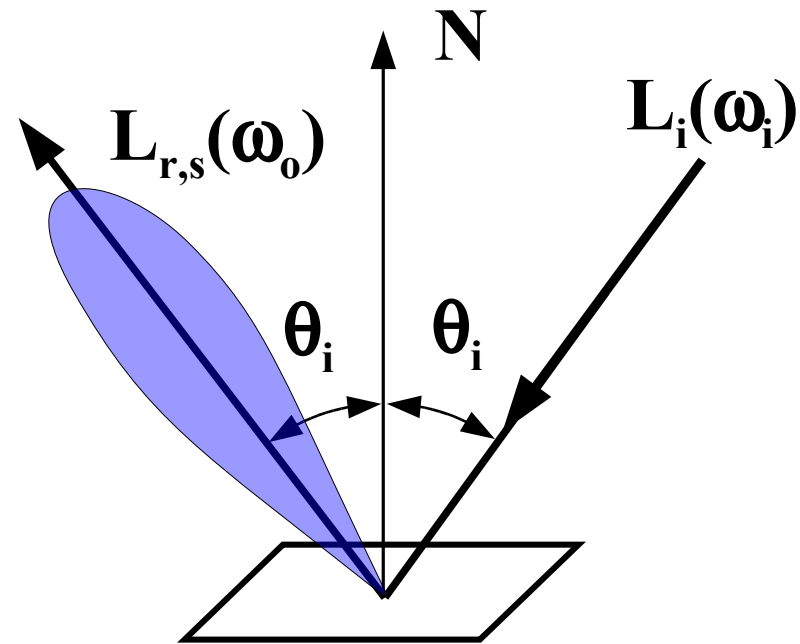
...



Klasické složky odrazu světla



Difusní („diffuse“)

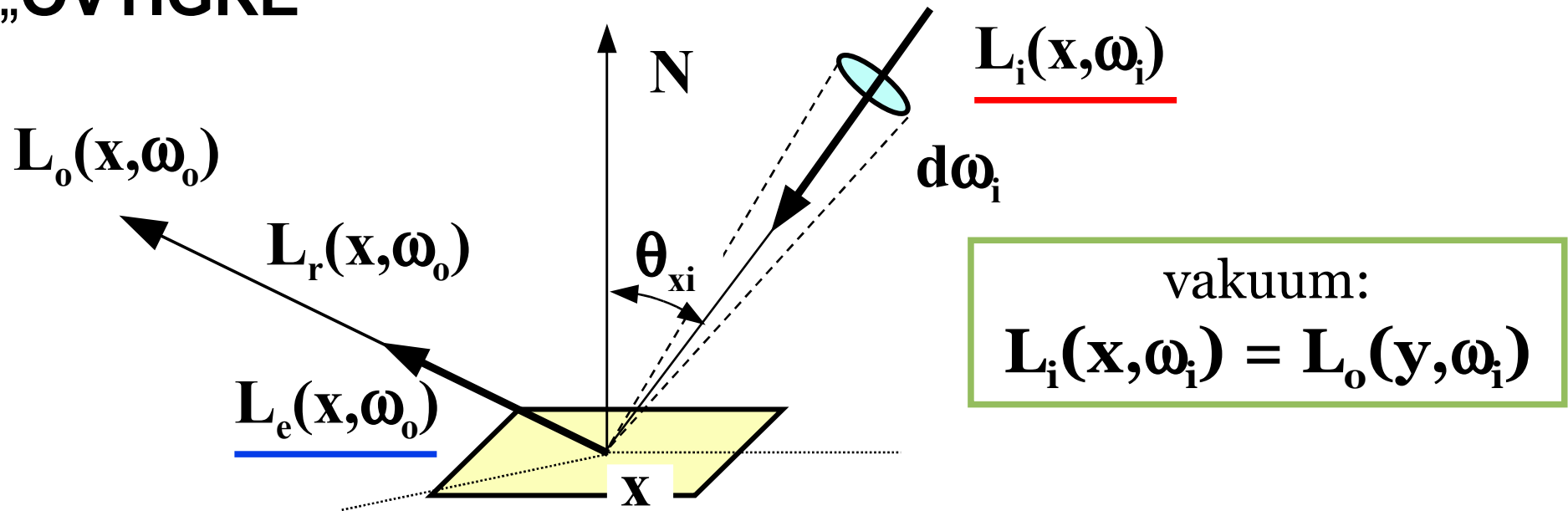


Lesklý („specular“)

$$f_r(\omega_i, \omega_o) = f_{r,d}(\omega_i, \omega_o) + f_{r,s}(\omega_i, \omega_o)$$

Lokální zobrazovací rovnice

„OVTIGRE“



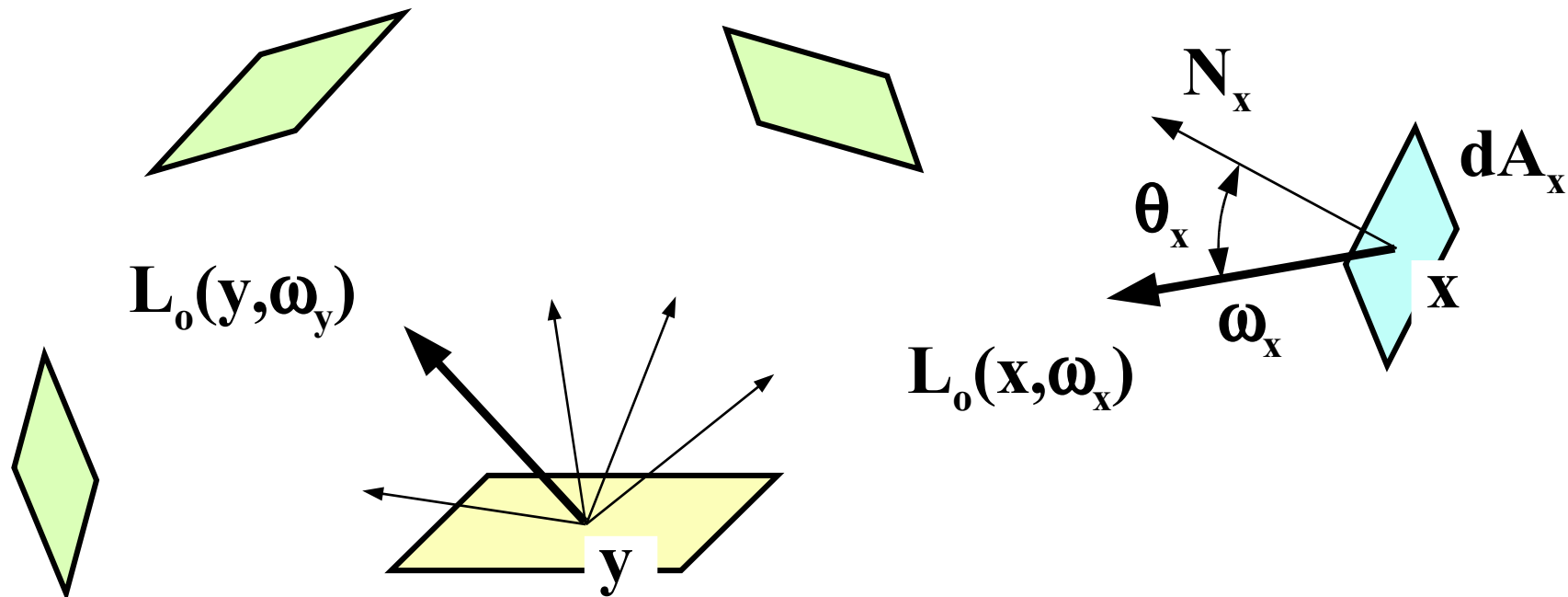
vakuum:
 $L_i(x, \omega_i) = L_o(y, \omega_i)$

vyzařování zdroje

$$L_o(x, \omega_o) = \underline{L_e(x, \omega_o)} + \int f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \underline{L_o(y, \omega_i)} \cdot \cos \theta_{xi} d\omega_i$$

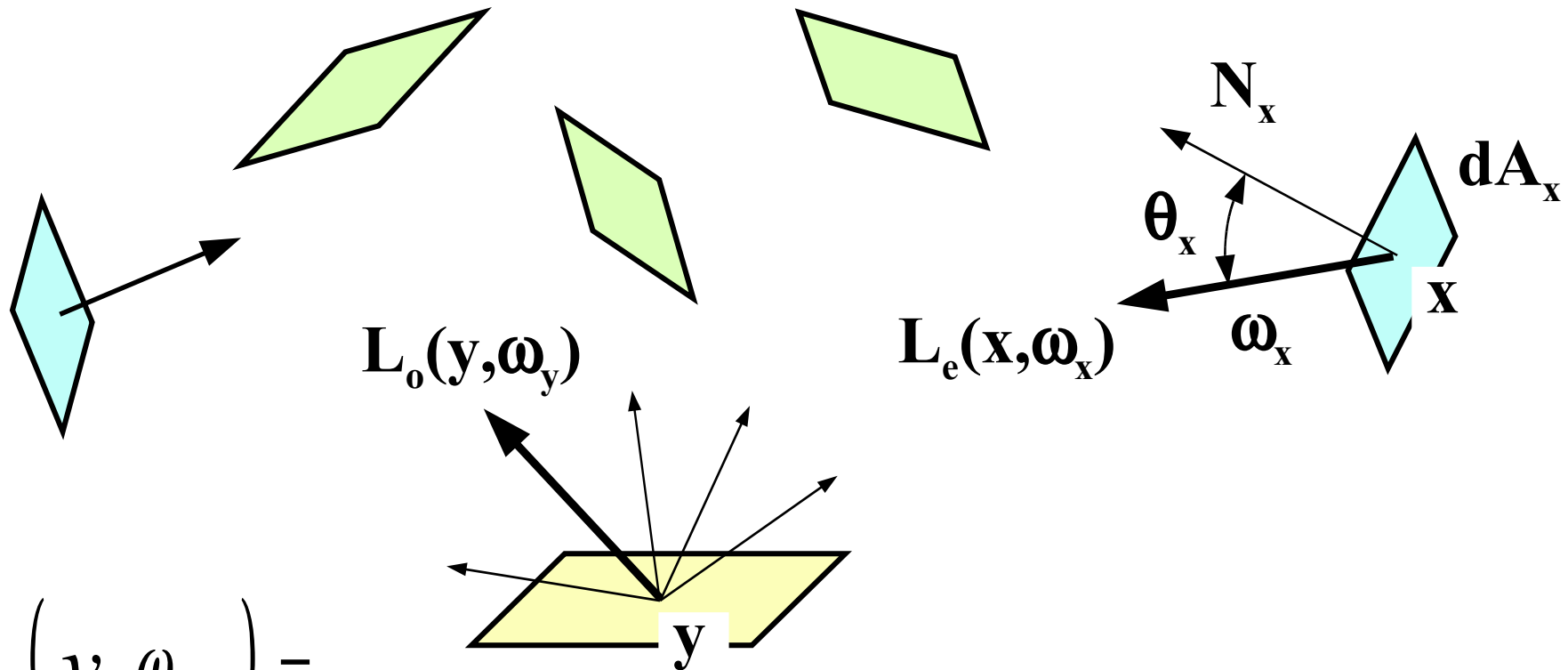
GRDF (globální fce odrazivosti)

(“Global Reflectance Distribution Function”)



$$F(x, \omega_x \rightarrow y, \omega_y) = \frac{\partial^2 L_o(y, \omega_y)}{L_o(x, \omega_x) \cdot \cos \theta_x \cdot \partial A_x \partial \omega_x} \quad [m^{-2} sr^{-1}]$$

Globální zobr. rovnice (s GRDF)



$$L_o(y, \omega_y) = \int_A \int_{\Omega_x} L_e(x, \omega_x) \cdot F(x, \omega_x \rightarrow y, \omega_y) \cdot \cos \theta_x d\omega_x dA_x$$

Souhlas starších metod s teorií

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ◆ **souhlas starších metod s teorií (fyzikou)**
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ hybridní metody (efektivita)
 - ◆ Photon-Mapping
 - ◆ Irradiance Caching (efektivita difusních složek)

Operátory šíření světla

Zobrazovací rovnice pro **radianci**:

$$L = e + TL$$

$$L = e + Te + T^2e + T^3e + \dots$$

Integrální **operátor T** lze rozložit na difusní (**D**) a lesklou (**S**) složku odrazu:

$$T = D + S$$

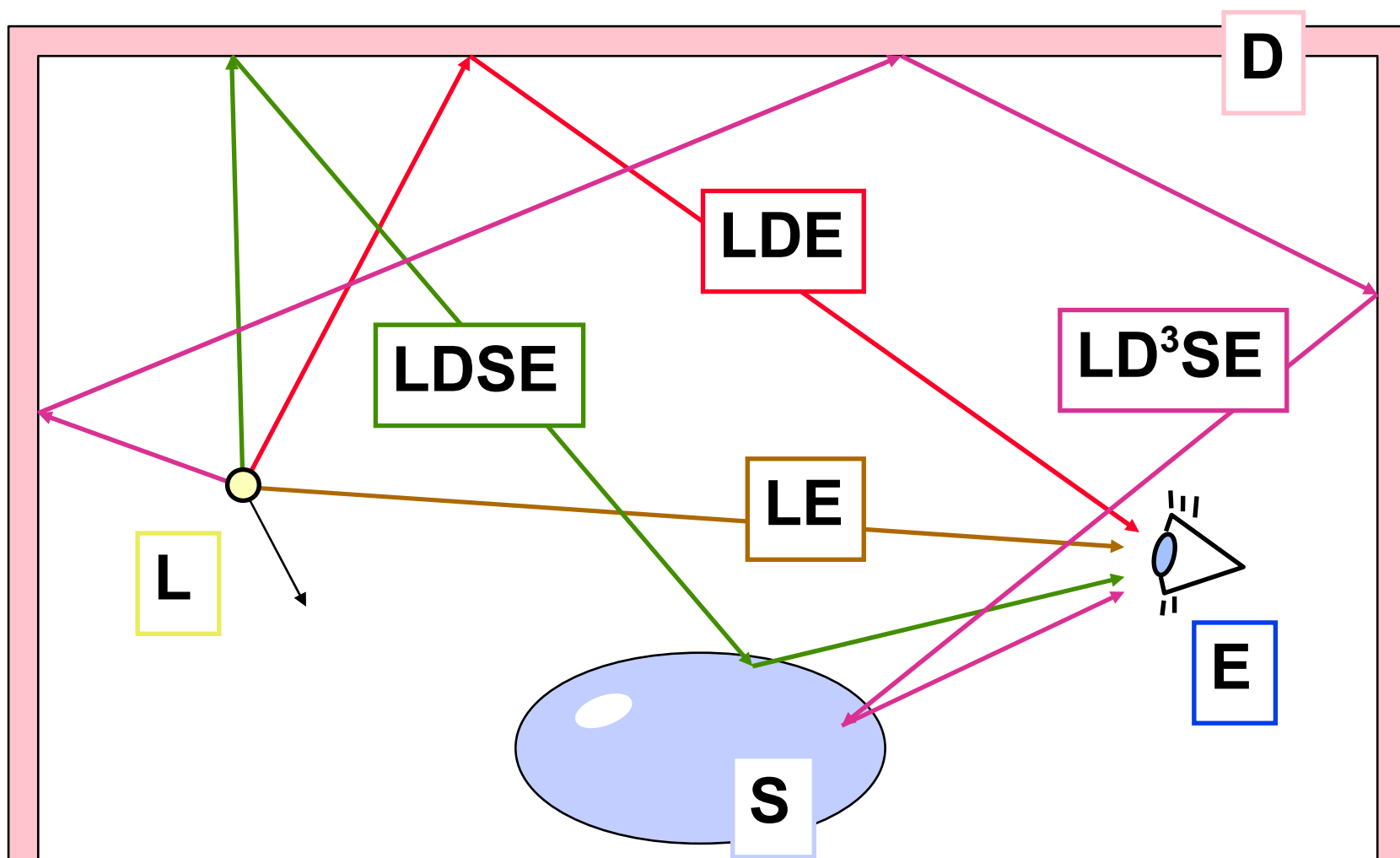
$$L = e + (D + S)e + (D + S)^2e + \dots$$

$$L = e + De + Se + DDe + DSe + SDe + SSe + \dots$$

Abeceda regulárních výrazů

- ◆ zdroj světla **L** („light“)
- ◆ difusní odraz **D** („diffuse“)
 - ◆ odraz podle Lambertova zákona (všesměrový)
- ◆ lesklý odraz **S** („specular“)
 - ◆ směrový odraz, odlesk – směrová část BRDF
 - ◆ idealizovaný zrcadlový odraz: **S_M**
- ◆ oko pozorovatele **E** („eye“)
 - ◆ příspěvek výslednému obrazu

Cesty šíření světla



Přehled zobrazovacích metod

- ◆ **stínování s odlesky a vrženými stíny** (např. Phongův model): $L (D | S) E$
 - často se ignoruje výpočet vržených stínů
- ◆ **Ray-tracing (Whitted):** $L [D | S] S_M^* E$
 - první lesklý odraz se počítá přesně, ostatní se nahrazují ideálním zrcadlovým odrazem
- ◆ **Distributed Ray-tracing (Cook):** $L [D] S^* E$
 - všechny lesklé odrazy se odhadují korektně

Přehled zobrazovacích metod

- ◆ obyčejná **radiální metoda**: $L D^* E$
 - pouze difusní odraz světla
- ◆ **všechny možné cesty světla**: $L (D | S)^* E$
 - přesné řešení zobrazovacích rovnic, nestranné Monte-Carlo metody
 - první z nich byla „Path-tracing“ (Kajiya)

Monte-Carlo zobrazování

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ **Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)**
 - ◆ hybridní metody (efektivita)
 - ◆ Photon-Mapping
 - ◆ Irradiance Caching (efektivita difusních složek)

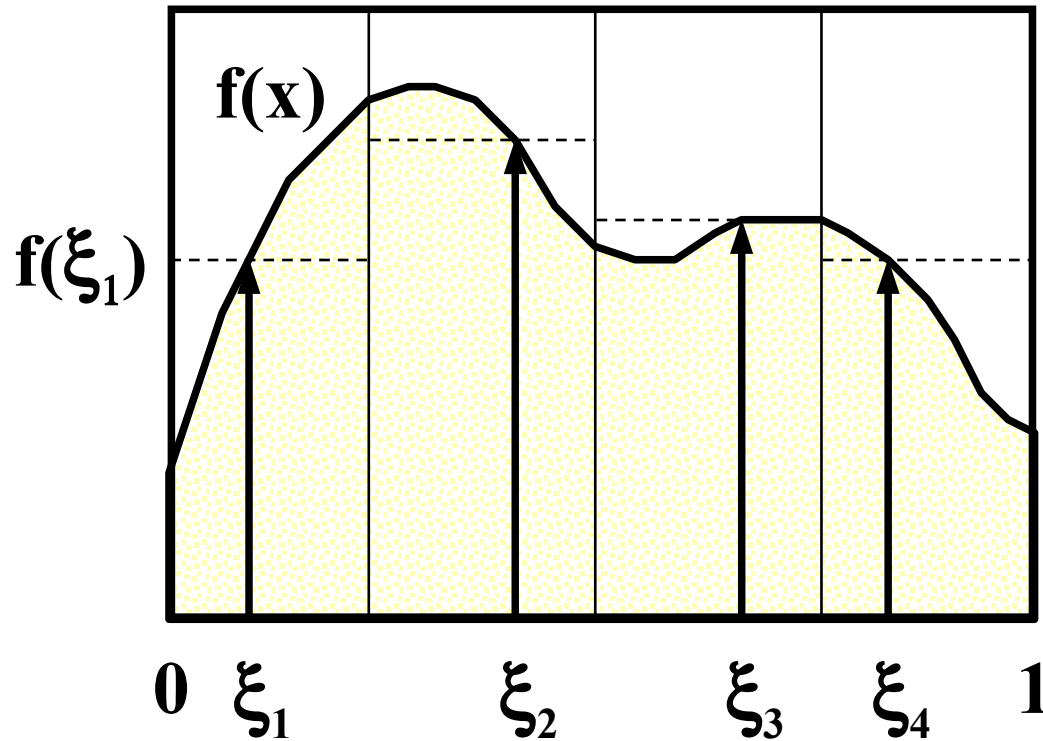
Monte-Carlo zobrazování

- ◆ **Monte-Carlo kvadratura:** integrály zobrazovacích rovnic jsou **mnoho-rozměrné**
 - ◆ anti-aliasing, hloubka ostrosti, rozmazání pohybem
 - ◆ Monte-Carlo metody nejsou citlivé na vyšší dimenze
- ◆ integrandy mají mnoho **nespojností** různých druhů
- ◆ obyčejně se nepožaduje velká přesnost
 - ◆ lidské vidění má velmi omezenou absolutní citlivost
 - ◆ běžně postačí relativní přesnost $1/2 \div 4 \%$

Urychlení konvergence M-C

- ◆ „jittering“, „stratified sampling“
 - ◆ vzorkování s nižší diskrepancí
- ◆ vzorkování podle důležitosti („importance sampling“)
 - ◆ hustota pravděpodobnosti podobná integrované funkci
 - ◆ generování vzorků s libovolnou hustotou pravděpodob.
- ◆ kombinované odhady, smíšené heuristiky (různé pr.)
 - ◆ každé vzorkování (= hustota pravděpodobnosti) vyjadřuje jednu složku integrované funkce
- Metropolis vzorkování (super-nerovnoměrné distr.)

Stratified sampling



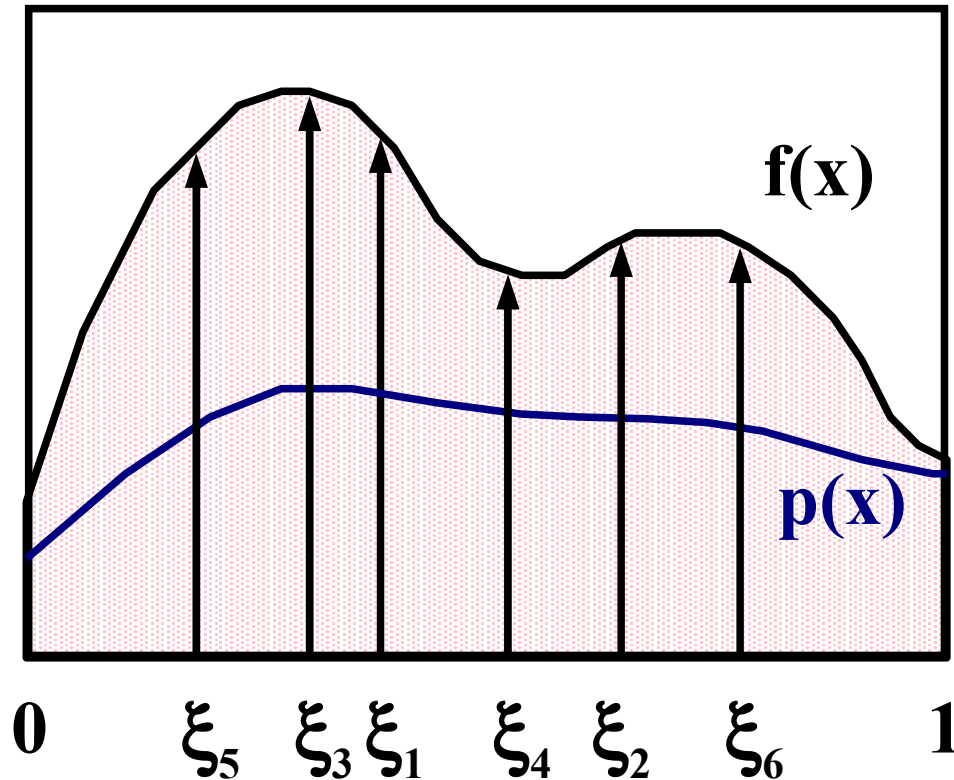
$$\int_0^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^N \int_{A_i} f(x) dx$$

$$\langle I \rangle_{strat} = \sum_{i=1}^N f(\xi_i) \mu(A_i)$$

$$\xi_i \in A_i$$

- „chytrý“ rozklad na subintervaly:
- funkce $f(x)$ má na subintervalech co nejmenší variaci

Importance sampling



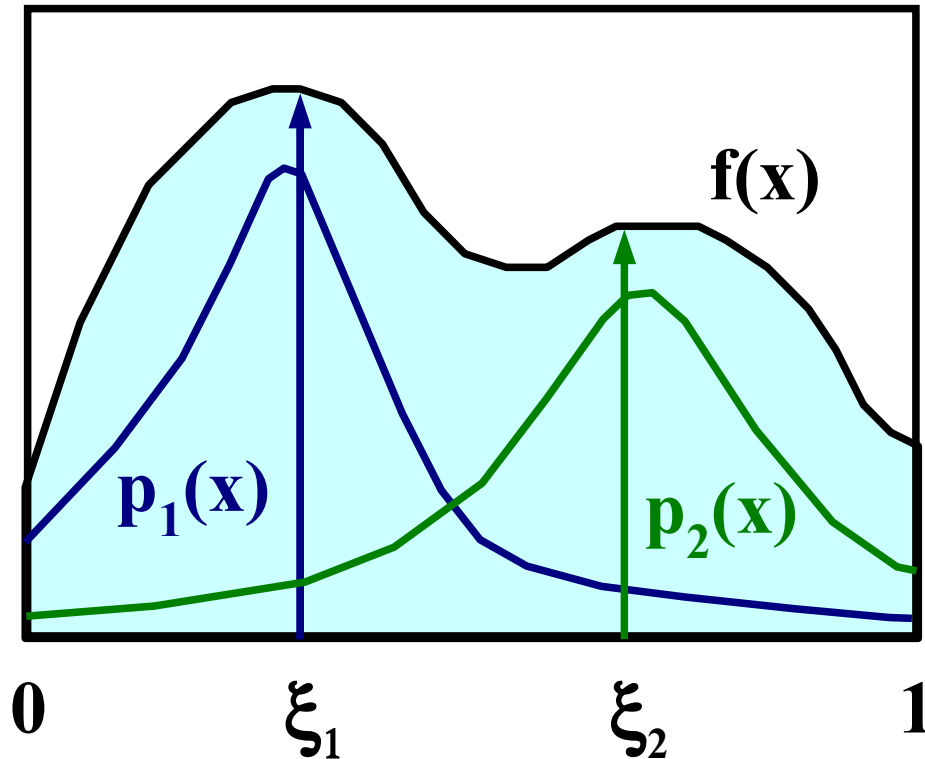
$$\int_0^1 f(x) d\mu(x) = \int_0^1 \frac{f(x)}{p(x)} dp(x)$$

$$\langle I \rangle_{imp} = \frac{f(\xi)}{p(\xi)}$$

$$\xi_i \in Rnd(p)$$

- hustota $p(x)$ má být co nejpodobnější funkci $f(x)$
- ?! efektivní generování vzorků podle hustoty $p(x)$!?

Combined sampling



$$\langle I \rangle_{comb} = \sum_{i=1}^N w_i(\xi_i) \frac{f(\xi_i)}{p_i(\xi_i)}$$

$$\xi_i \in Rnd(p_i)$$

$$0 \leq w_i(x)$$

$$\sum_{i=1}^N w_i(x) = 1$$

- odhaduje se podle několika náhodných rozdělení
- každé rozdělení může charakterizovat jinou složku $f(x)$..

Náhodná procházka

- řešení Fredholmovy soustavy druhého druhu:

$$f(x) = g(x) + \int_0^1 K(x, y) \cdot f(y) dy$$

- nekonečná náhodná procházka řízená distribucemi p_i

$$\langle f(x) \rangle_r = \sum_{i=0}^{\infty} \left[\prod_{j=1}^i \frac{K(\xi_{j-1}, \xi_j)}{p_j(\xi_j)} \right] g(\xi_i), \quad \xi_0 = x$$

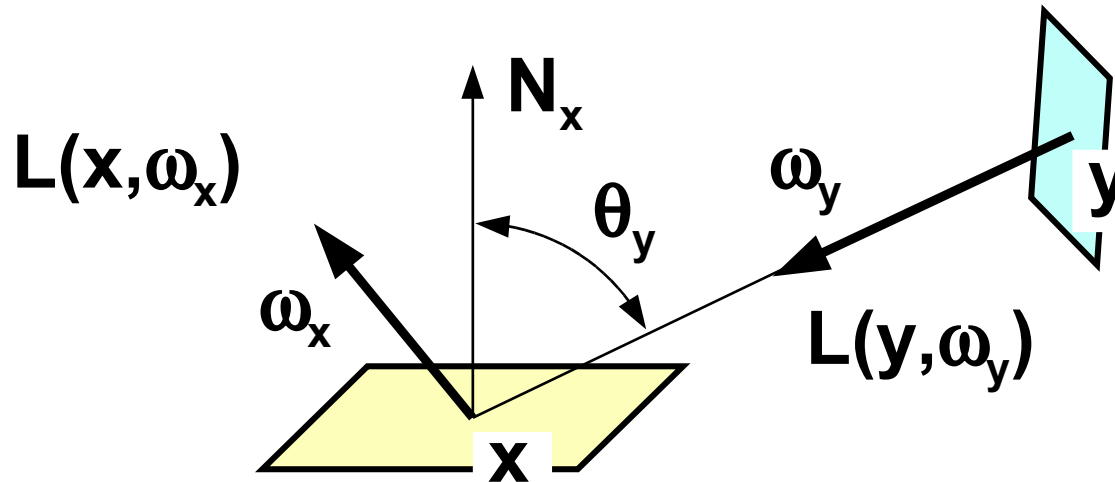
Ruská ruleta

- odstranění nekonečné řady:

$$\langle f(x) \rangle_{Russ, r} = \sum_{i=0}^k \left[\prod_{j=1}^i \frac{K(\xi_{j-1}, \xi_j)}{P_j \cdot p_j(\xi_j)} \right] g(\xi_i)$$

- P_j udává pravděpodobnost pokračování v kroku j
- je logické, aby byla úměrná celkové odrazivosti $\int K(x,y)$
- $p_j(x)$ je distribuce pro výběr dalšího prvku posloupnosti: ξ_j

Zobrazovací rovnice pro radianci



$$L(x, \omega_x) =$$

$$= L_e(x, \omega_x) + \int_{\Omega_x^{-1}} f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L(y, \omega_y) \cdot \cos \theta_y \, d\omega_y$$

$$\Phi_o(S) = \int_A \int_{\Omega_x} L(x, \omega_x) \cdot W_e(x, \omega_x, S) \cdot \cos \theta_x \, d\omega_x \, dA_x$$

Path-tracing

Monte-Carlo odhad toku $\Phi(\mathbf{S})$ i radiance $\mathbf{L}(\mathbf{x}_0, \omega_0)$
 (omezení náhodné procházky ruskou ruletou):

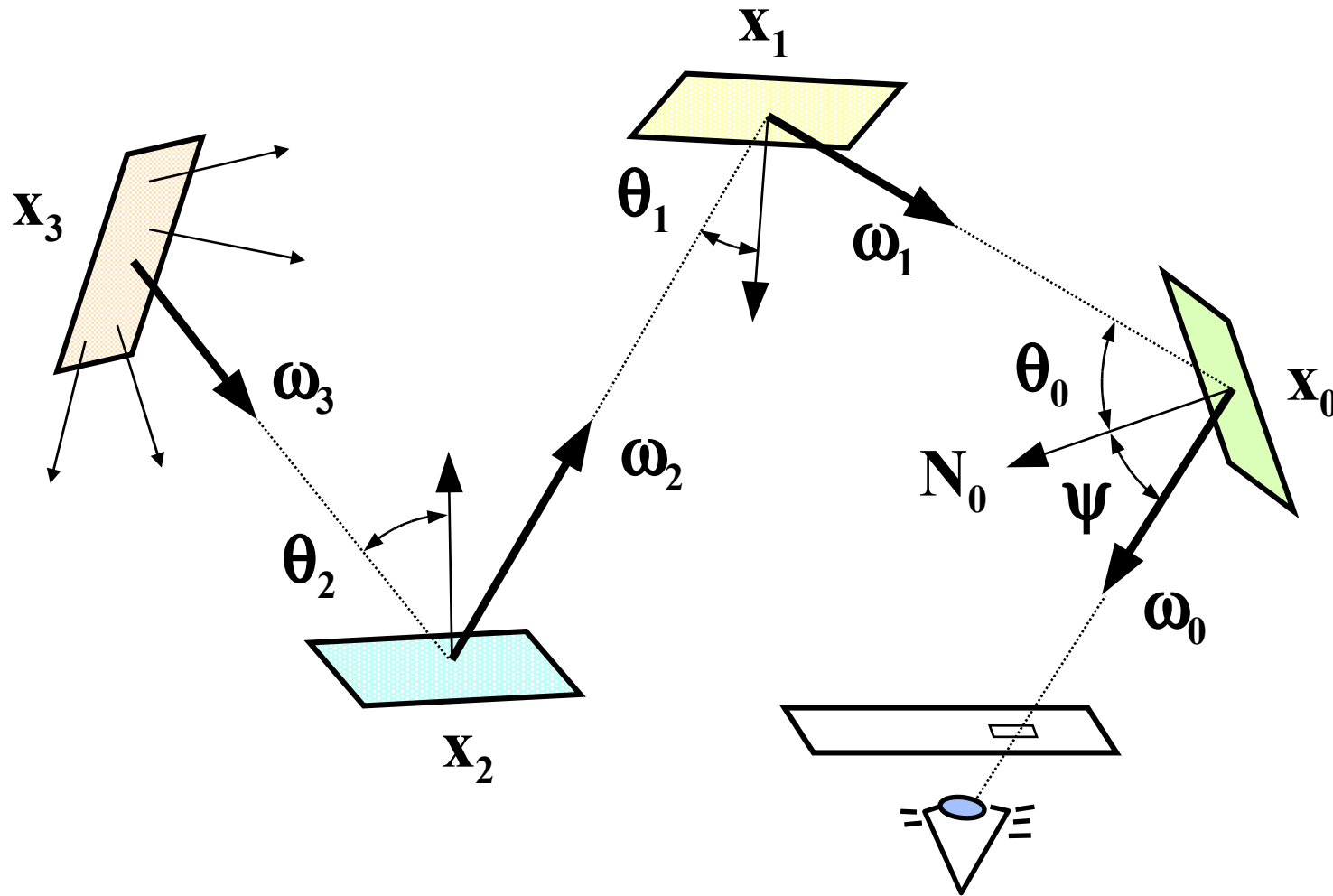
$$\langle \Phi(\mathbf{S}) \rangle_{path} = \frac{W_e(x_0, \omega_0, \mathbf{S}) \cdot \cos \psi}{p_0(x_0, \omega_0)} .$$

$$\cdot \sum_{i=0}^k \left[\prod_{j=1}^i \frac{f(x_{j-1}, \omega_j \rightarrow \omega_{j-1}) \cdot \cos \theta_{j-1}}{P_j \cdot p_j(\omega_j)} \right] \cdot L_e(x_i, \omega_i)$$

pravděpodobnost
pokračování krokem \mathbf{j}

hustota pravděp.
pro vstupní směr ω_j

Schema šíření světla



Odhad příští události (NEE)

- ◆ obyčejný Path-tracing je velmi **neefektivní**
 - náhodná procházka se musí trefit do zdroje světla!
- ◆ **odhad příští události** („Next Event Estimation“)
 - zařídím příspěvky od zdrojů v každém kroku
- ◆ NEE je nejvýhodnější pro scény s **malými** ale **dobře viditelnými** plochami světelných zdrojů
 - ◆ vzorkování světelných zdrojů tvoří dominantní složku výsledku

Odhad příští události II

Rozdělení **nepřímého osvětlení** na dvě složky:

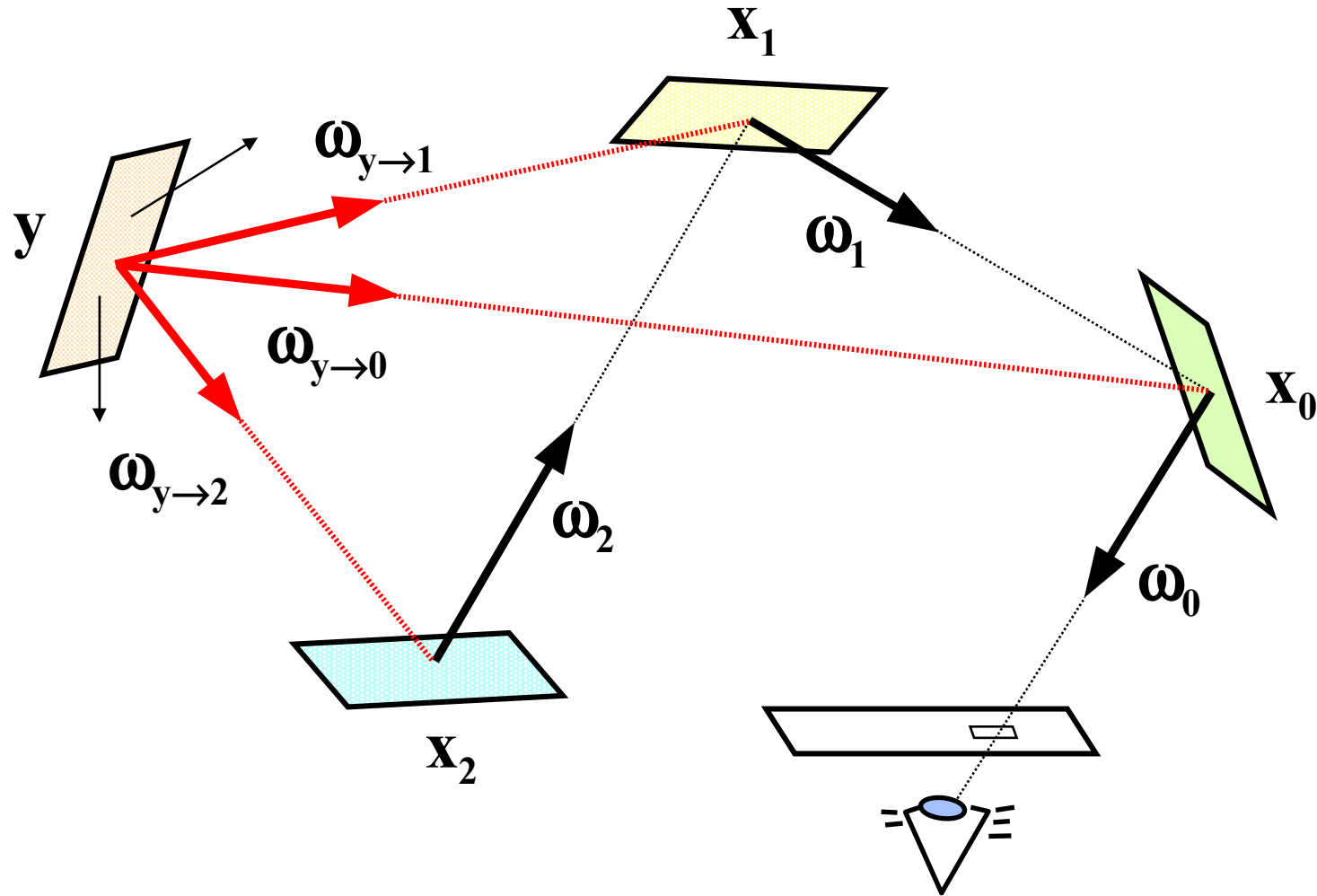
$$L(x, \omega_x) = L_e(x, \omega_x) + L_r(x, \omega_x)$$

$$\underline{L_r(x, \omega_x)} = \int_{\Omega_x^{-1}} f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L(y, \omega_y) \cdot \cos\theta_y \, d\omega_y =$$

$$= \int_A f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L_e(y, \omega_y) \cdot G(y, x) \, dA_y +$$

$$+ \int_{\Omega_x^{-1}} f(x, \omega_y \rightarrow \omega_x) \cdot L_r(y, \omega_y) \cdot \cos\theta_y \, d\omega_y$$

Schema šíření světla (NEE)

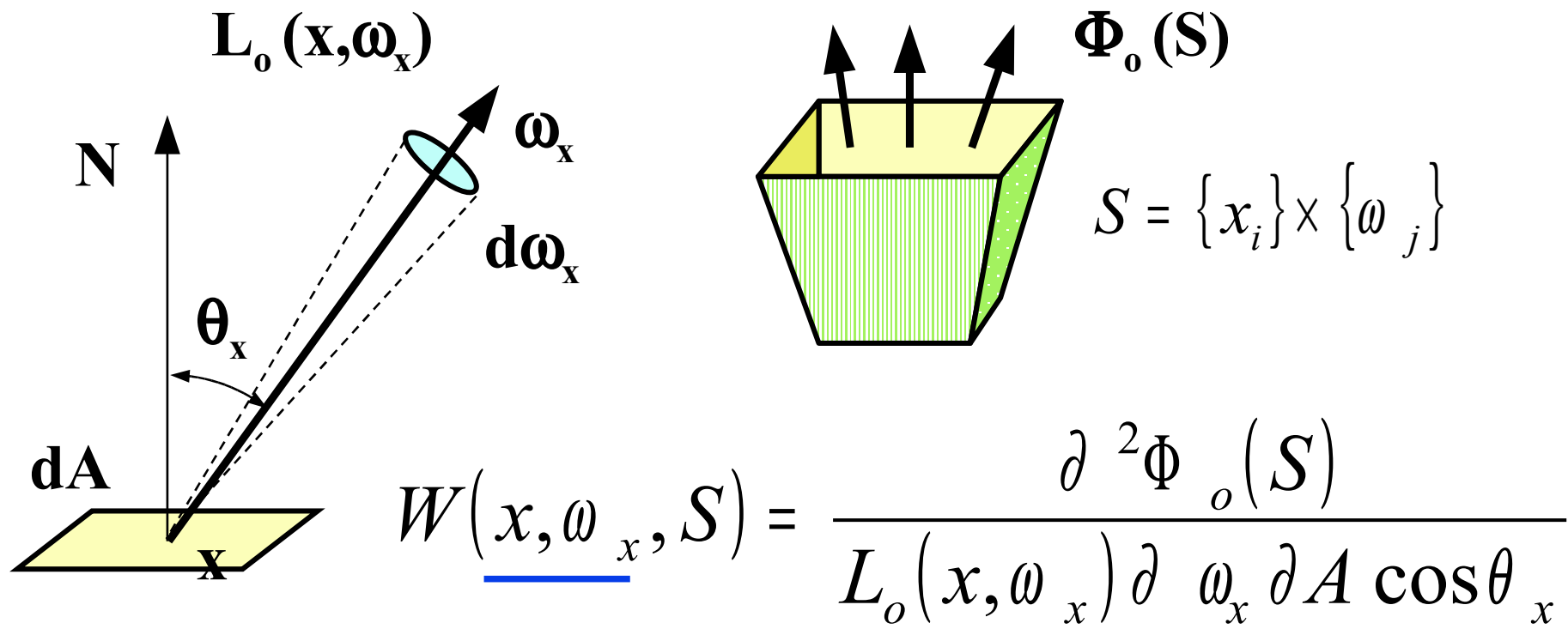


Dualita v teorii zobrazování

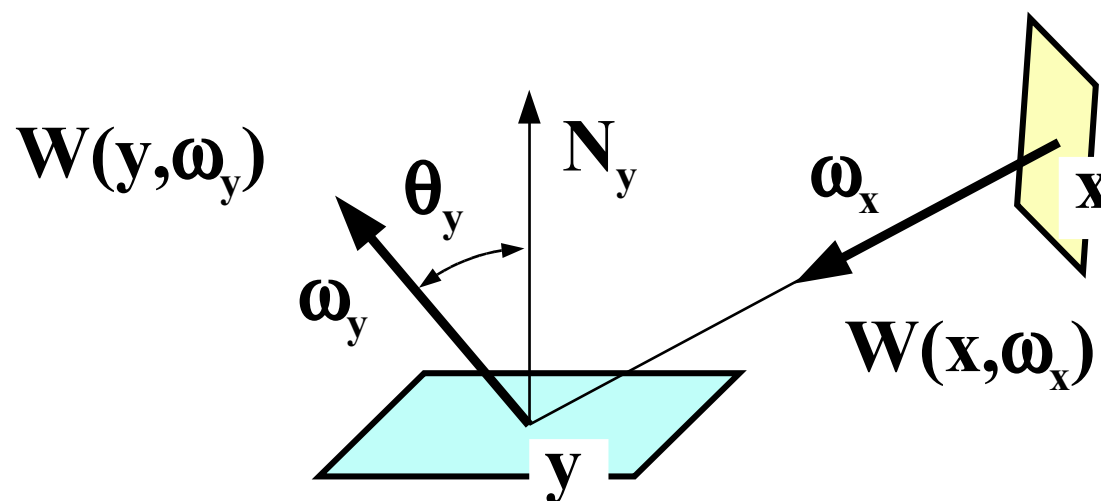
- ◆ Kajiya 1986: zobrazovací rovnice
- ◆ **Smits** 1992: zavedení pojmu „důležitost“ (potenciál)
 - aplikace v radiační metodě
 - efektivní **zjemňování hierarchie** („*BFI-rule*“)
(„zpřesňuji výpočet ne tam, kde je hodně světla, ale tam, kde je světlo potřeba = přispívá významně k výsledku“)
- ◆ **Pattanaik** 1993: zavedení duality do teorie zobrazování
 - duální operátory a rovnice - prostředek k řešení úlohy globálního osvětlení scény

Důležitost (potenciál)

- ♦ **výkon** procházející **svazkem S** jako důsledek jednotkové radiance z bodu **x** směrem ω_x [1]



Zobrazovací rovnice pro potenciál



$$W(x, \omega_x) =$$

$$= W_e(x, \omega_x) + \int_{\Omega_y} f(y, \omega_x \rightarrow \omega_y) \cdot W(y, \omega_y) \cdot \cos \theta_y \, d\omega_y$$

$$\Phi_o(S) = \int_A \int_{\Omega_x} L_e(x, \omega_x) \cdot W(x, \omega_x, S) \cdot \cos \theta_x \, d\omega_x \, dA_x$$

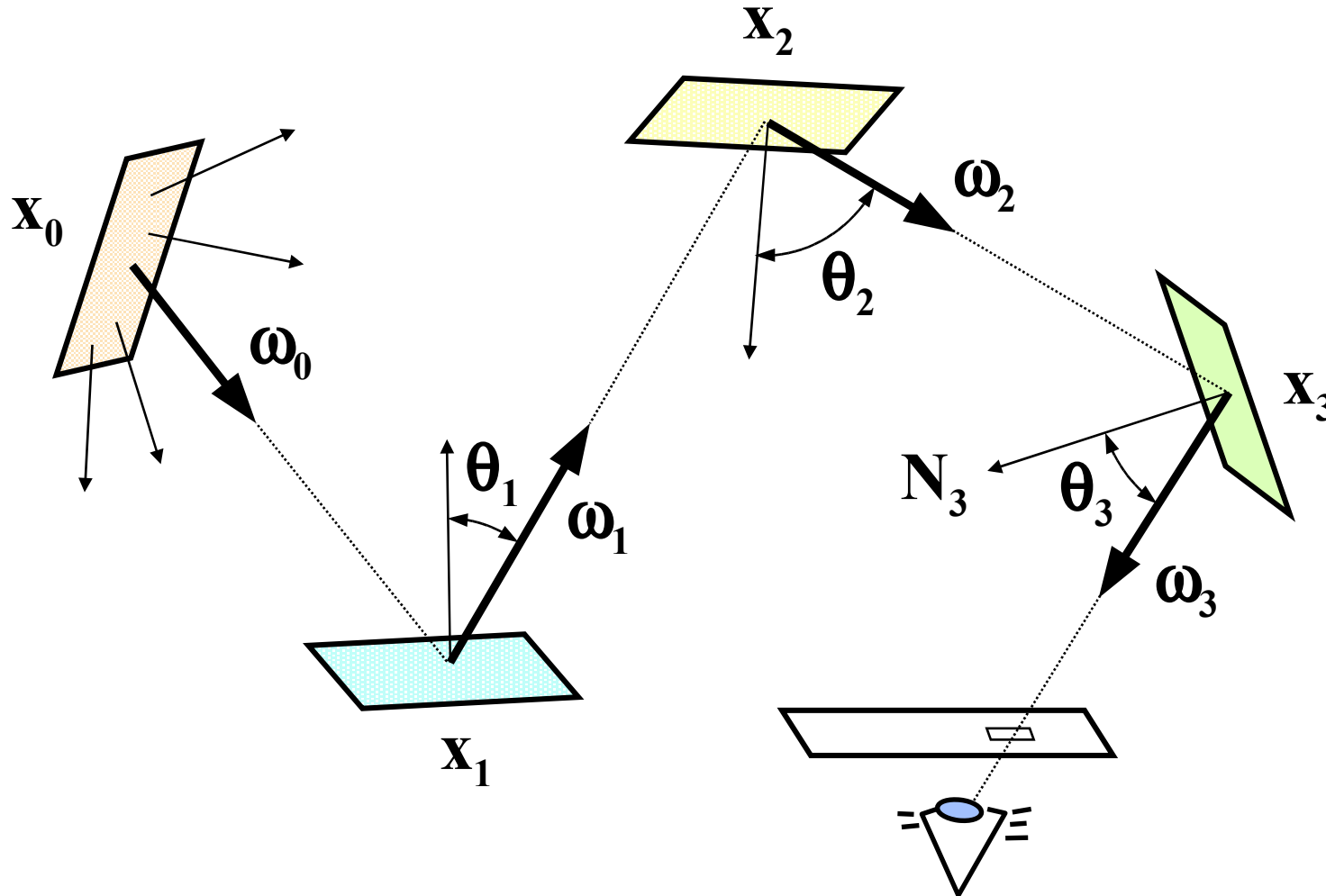
Light-tracing

celkový
odhad

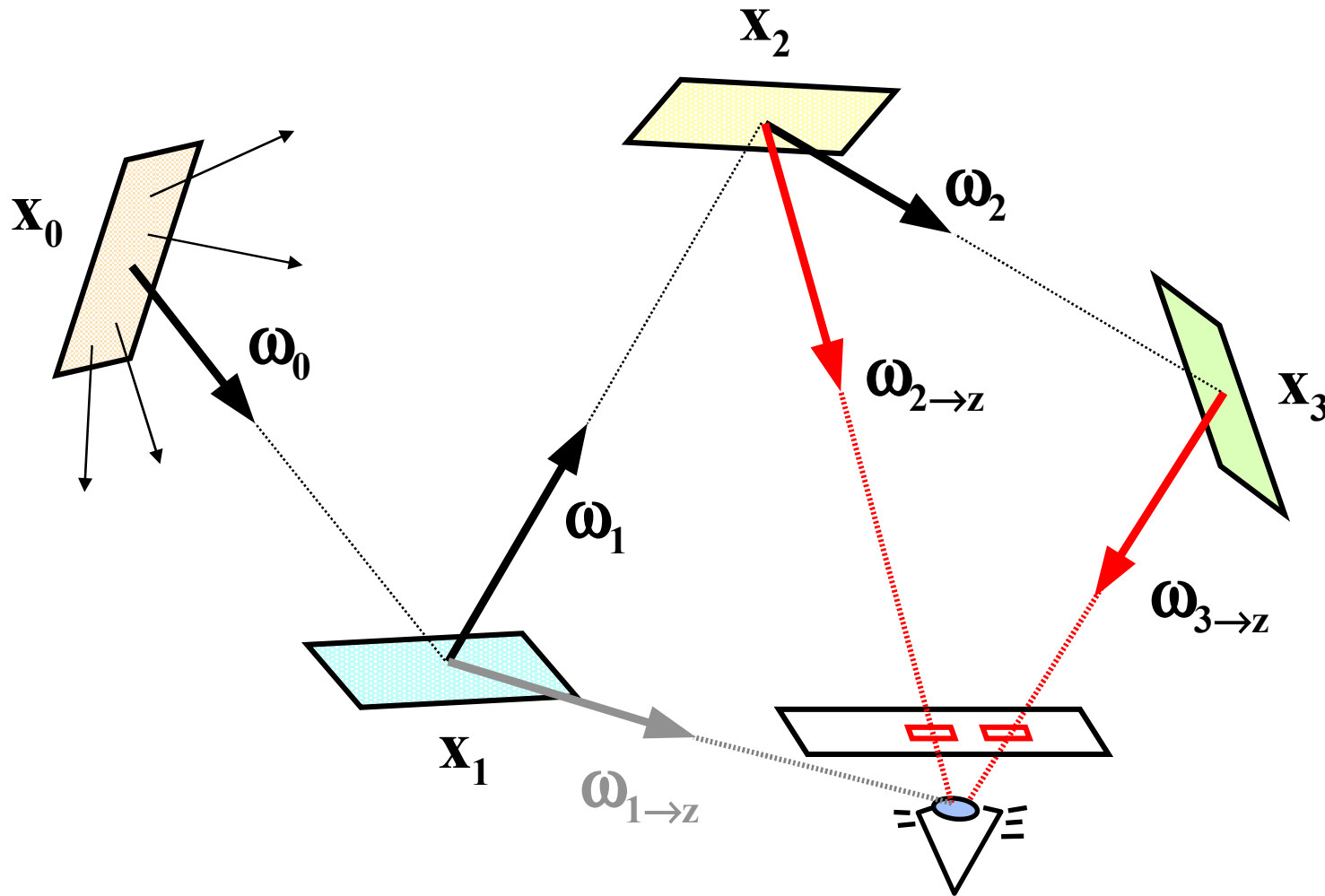
paprsek vycházející ze zdroje
(vyzařovací charakteristiky zdroje)

$$\underbrace{\langle \Phi(S) \rangle}_{light} = \frac{L_e(x_0, \omega_0) \cdot \cos \theta_0}{p_0(x_0, \omega_0)} \cdot \sum_{i=0}^k \left[\prod_{j=1}^i \frac{f(x_j, \omega_{j-1} \rightarrow \omega_j) \cdot \cos \theta_j}{P_j \cdot p_j(\omega_j)} \right] \cdot W_e(x_i, \omega_i, S)$$

Schema šíření světla (střílení)



NEE pro Light-tracing



Aplikace Light-tracingu

- ◆ **přímý výpočet realistického obrázku**
 - ◆ světlo se přijímá kamerou a ukládá v průmětně
- ◆ **pomocný výpočet** pro některou kombinovanou metodu
 - ◆ světlo se ukládá do tzv. světelných map (fotonové mapy, „Photon-tracing“)
 - ◆ větší suma potenciálu W_e vede k efektivnějšímu výpočtu (nemusí se dělat NEE)
 - ◆ **„Photon-Mapping“**: moderní, ale ne zcela korektní metoda zobrazování (Henrik Wann Jensen, 1995)

Obousměrný Path-tracing

Kombinovaná **globální zobrazovací rovnice**:

vlastní emitovaná radiance

diskrétní potenciál

GRDF

$$\Phi(\mathbf{S}) = \int_{A_x, \Omega_x} \int_{A_y, \Omega_y} L_e(\mathbf{x}, \omega_x) W_e(\mathbf{y}, \omega_y, \mathbf{S}) F(\mathbf{x}, \omega_x \rightarrow \mathbf{y}, \omega_y) \cos \theta_y \cos \theta_x d\omega_y dA_y d\omega_x dA_x$$

integrály přes všechny plochy a směry zdrojů
a všechny plochy a směry receptorů

Rekurentní definice GRDF

První odraz:

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{x}, \omega_x \rightarrow \underline{\mathbf{y}, \omega_y}) &= \delta(\mathbf{x}, \omega_x, \mathbf{y}, \omega_y) + \\
 + \int_{\Omega_z} \mathbf{f}(\mathbf{z}, \omega_x \rightarrow \omega_z) \cdot F(\mathbf{z}, \omega_z \rightarrow \underline{\mathbf{y}, \omega_y}) \cdot \cos \theta_z \, d\omega_z
 \end{aligned}$$

Poslední odraz:

$$\begin{aligned}
 F(\underline{\mathbf{x}, \omega_x} \rightarrow \mathbf{y}, \omega_y) &= \delta(\mathbf{x}, \omega_x, \mathbf{y}, \omega_y) + \\
 + \int_{\Omega_y^{-1}} \mathbf{f}(\mathbf{y}, \omega_z \rightarrow \omega_y) \cdot F(\underline{\mathbf{x}, \omega_x} \rightarrow \mathbf{z}, \omega_z) \cdot \cos \theta_y \, d\omega_z
 \end{aligned}$$

Základy smíšené heuristiky

Lineární kombinace obou rekurzivních vzorců:

$$\underline{F = \delta + w^* T^* F + w T F, \quad w + w^* = 1}$$

Nekonečná Neumannovská řada:

$$\underline{F = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} w_{ij} T^{*i} T^j \delta, \quad \sum_{i=0}^N w_{i,N-i} = 1}$$

T i T^* se odhadují stochasticky pomocí náhodné procházky ukončované ruskou ruletou. Bez odhadu příští události však má tato metoda **velký rozptyl**.

Odhad příští události

S přidáním neuzavřených cest:

$$\langle \Phi(\mathbf{S}) \rangle_{\text{bipath,nee}} = \sum_{i=-1}^k \sum_{j=-1}^{k^*} w_{ij} C_{ij}$$

$i = -1, j > 0$: cesta od pozorovatele (bez NEE)

$i = 0, j \geq 0$: cesta od pozorovatele se vzorkem na zdroji

$i > 0, j > 0$: světlo i -krát odražené od zdroje a j -krát od pozorovatele

$i \geq 0, j = 0$: cesta od zdroje se vzorkem na receptoru

$i > 0, j = -1$: cesta od zdroje (bez NEE - neefektivní)

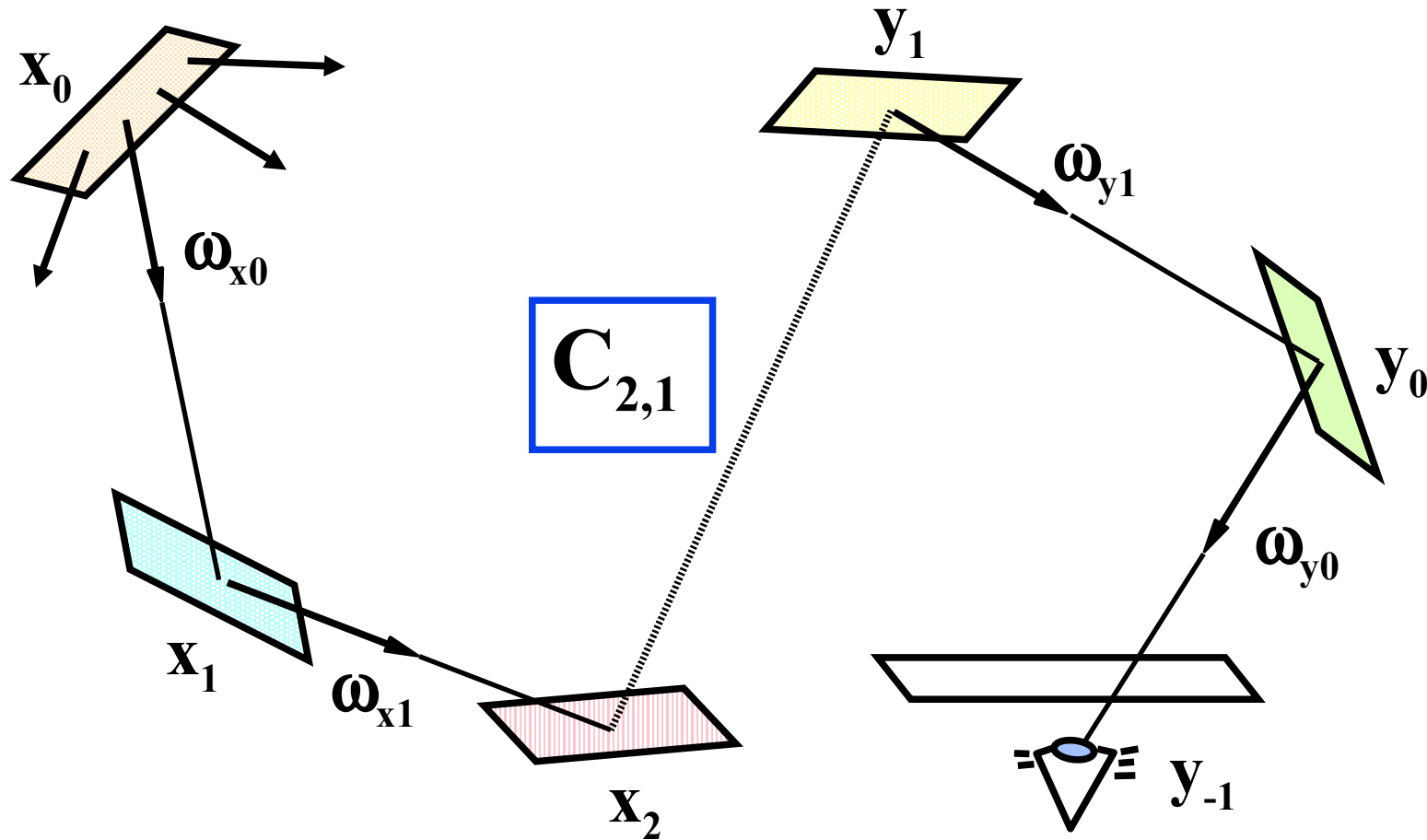
Přehled vzorkování

závislost příspěvku na		vzorku na cestě od zdroje světla				
		x_0	x_1	x_2	x_3	
vzorku na cestě od receptoru		PT		$C_{1,-1}$	$C_{2,-1}$	$C_{3,-1}$
	y_{-1}	LT	$C_{0,0}$	$C_{1,0}$	$C_{2,0}$	$C_{3,0}$
	y_0	$C_{-1,1}$	$C_{0,1}$	$C_{1,1}$	$C_{2,1}$	$C_{3,1}$
	y_2	$C_{-1,2}$	$C_{0,2}$	$C_{1,2}$	$C_{2,2}$	$C_{3,2}$

Příklad rozkladu výpočtu



Obecná cesta (obousměrná)



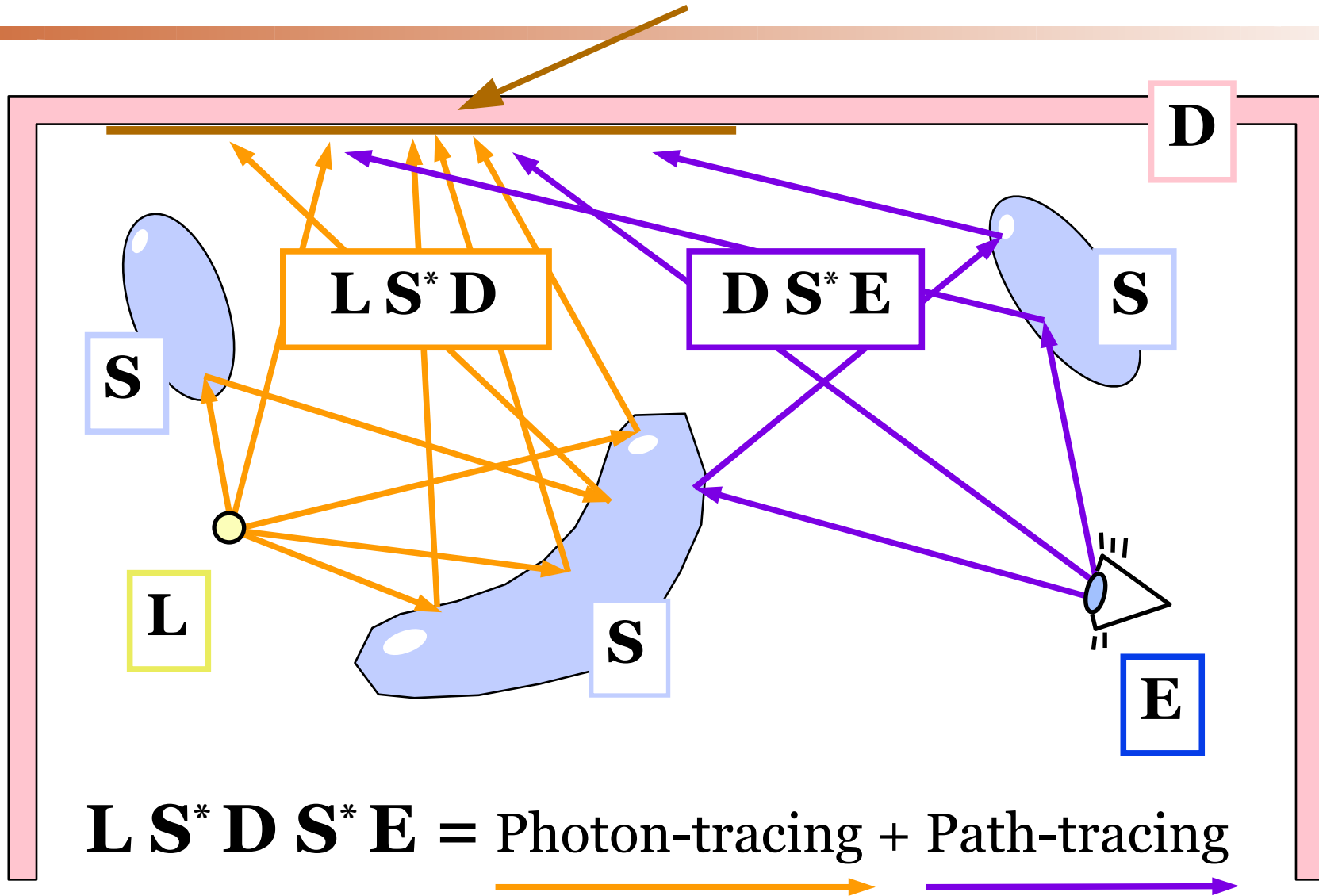
Hybridní metody

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ **hybridní metody (efektivita)**
 - ◆ Photon-Mapping
 - ◆ Irradiance Caching (efektivita difusních složek)

Vícekové (hybridní) metody

- ◆ kombinace **radiačních metod** (difusní odrazy) a **sledování paprsku** (lesklé odrazy)
 - ◆ většinou se tyto dva přístupy střídají (algoritmus se dělí na jednotlivé „průchody“ nebo kroky)
- ◆ **radiační přístup** řeší (nepřímé) difusní osvětlení: D^*
- ◆ **sledování paprsku** počítá lesklé odrazy: $S_{[M]}^*$
 - ◆ navíc se používá pro finální průchod (zobrazení)
 - ◆ místo R-T lze použít **Path-tracing** nebo jeho vylepšení

Mezivýsledek = světelná mapa



Optimální hybridní metody

- ◆ rozklad celkové množiny cest světla $L (D | S)^* E$ na disjunktní podmnožiny
 - ◆ každou řešíme algoritmem, který tam nejlépe konverguje
 - ◆ např. difusní šíření světla radiačními metodami nebo pomocí „Irradiance Caching“
- ◆ příklad – **Chen et al. (1991)**:
 - ◆ $L [D] S^* E$ – M-C Path-tracing
 - ◆ $L S^+ D S^* E$ – **Photon-tracing** na difusních plochách + M-C Path-tracing do první difusní plochy
 - ◆ $L (D|S)^* D S^* D S^* E$ – **progresivní radiační metoda** (zobecněné form-factory) + M-C Path-tracing do 2. dif.pl.

Photon-Mapping

- ◆ cíle a aplikace realistického zobrazování
- ◆ historie, přehled používaných přístupů
- ◆ teoretické základy – zobrazovací rovnice
 - ◆ souhlas starších metod s teorií (fyzikou)
- ◆ metody založené na zobrazovací teorii
 - ◆ Monte-Carlo zobrazování (paprsky, „unbiased“)
 - ◆ hybridní metody (efektivita)
 - ◆ **Photon-Mapping**
 - ◆ Irradiance Caching (efektivita difusních složek)

Přehled Photon-Mappingu

- ◆ princip zobrazování pomocí fotonových map
- ◆ jednotlivé fáze výpočtu
 - ◆ generování fotonů
 - ◆ průchod fotonů 3D scénou (Photon Scattering)
 - ◆ datová struktura fotonové mapy
 - ◆ odhad radiance
 - ◆ vizualizace výsledků
- ◆ datové struktury pro fotonové mapy (Photon Maps)
- ◆ komplexní fotorealistický algoritmus
- ◆ efektivita (např. Irradiance Caching)
- ◆ objemové zobrazování (Participating Media)

Základy Photon-Mappingu

- ◆ založen na **vrhání paprsků**
 - libovolná **geometrie scény**
 - využití dlouho laděných **knihoven, urychlovacích technik**, apod.
- světlo se sleduje **zepředu** (od zdroje) i **zezadu** (od kamery)
 - ◆ kamera reprezentuje důležitost (potenciál)
 - ◆ světla jsou zdroje fotonů
- ◆ oddělení geometrie scény od reprezentace světla
 - ◆ umožňuje mít libovolně složitou 3D scénu
 - ◆ reprezentaci světla lze nezávisle optimalizovat

Fotonová mapa (Photon-Map)

- ◆ datová struktura ukládající **dopady jednotlivých fotonů**
 - reprezentuje dobře i velmi variabilní funkci osvětlení
 - zcela oddělena od geometrie scény
 - úsporná reprezentace v paměti
- „cache cest světla obousměrného Path-tracingu“
 - ◆ odhad funkce osvětlení však nevykazuje VF šum
 - ◆ .. při stejné kvalitě je mnohem rychlejší než M-C techniky
- ◆ ztráta **neustrannosti** !
 - ◆ ale konzistentní (konverguje při zvětšování počtu fotonů)

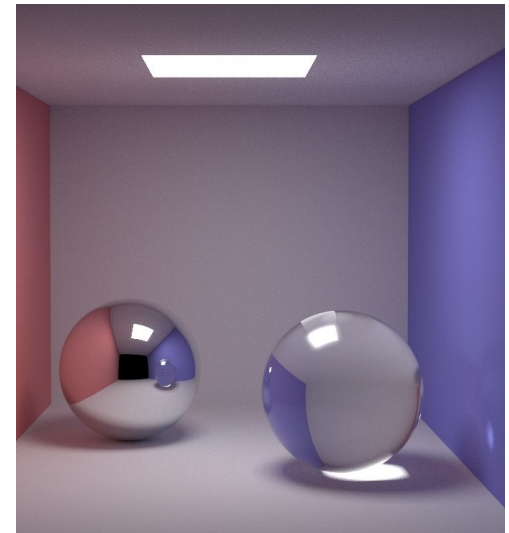
Struktura algoritmu

◆ Photon-tracing

- ◆ fotony jsou generovány světelnými zdroji,
- ◆ propagují se do scény (Monte-Carlo)
- ◆ a ukládají se do fotonových map (**globální** pro pomalé změny a **kaustická** pro koncentraci světla)

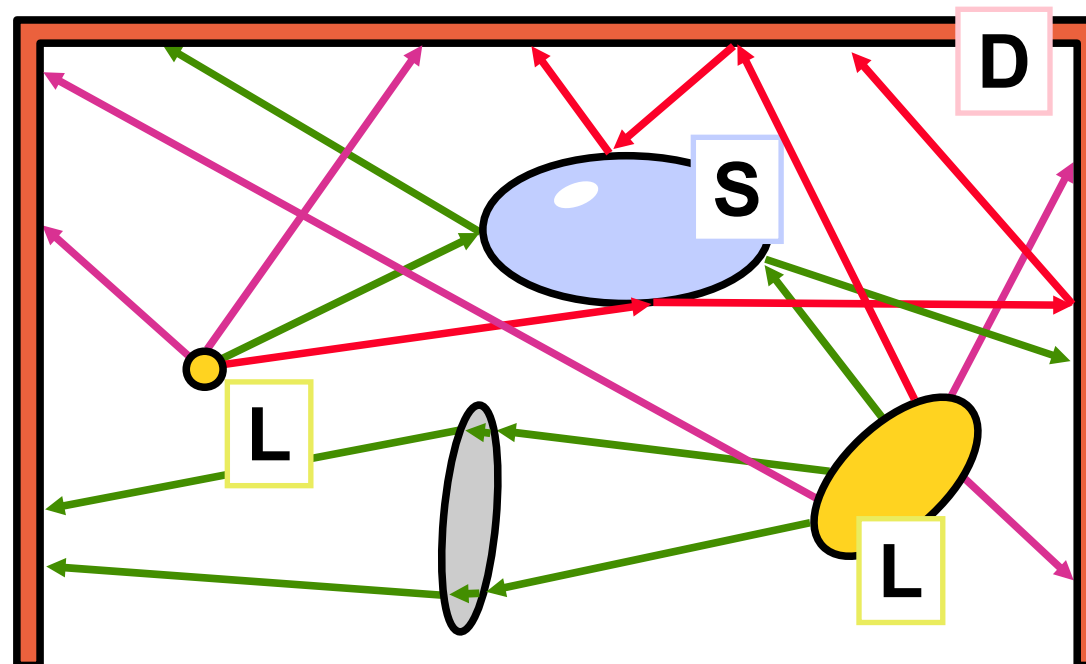
◆ zobrazení (Rendering)

- ◆ informace uložené ve fotonové mapě se používají k efektivnímu zobrazení scény
- ◆ obyčejný Ray-tracing nebo
- ◆ Monte-Carlo metoda (Path-tracing)



Photon-tracing

- generování fotonů světelnými zdroji,
- jejich náhodný průchod scénou a
- ukládání do fotonové mapy

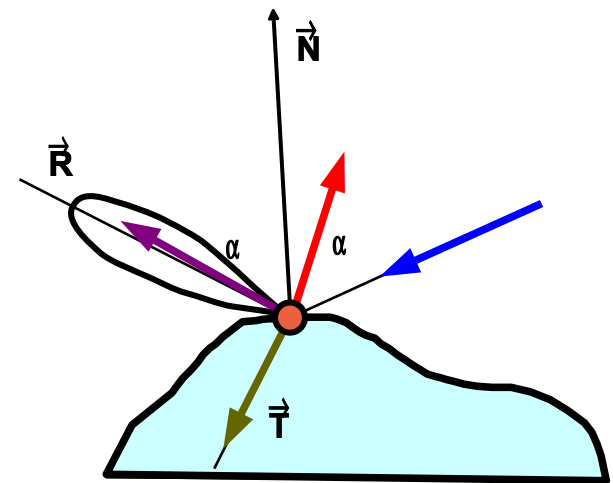
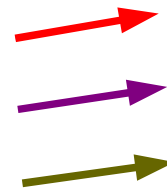


Generování fotonů

- ◆ nejvýhodnější přístup – každý foton nese **stejnou světelnou energii**
- ◆ **náhodné vzorkování** vyzařovacích funkcí světelných zdrojů
 - ◆ „rejection sampling“ pro obtížné distribuce
- ◆ **více světelných zdrojů..**
 - ◆ distribuce mezi nimi na základě jejich celkového výkonu
- ◆ **efektivní vzorkování**
 - ◆ předem připravené **projekční mapy** (viz akcelerace Ray-tracingu)

Průchod scénou (Photon Scattering)

- ◆ při odrazu nebo lomu by se mohla **měnit energie fotonů**
 - ◆ foton. mapa by pak obsahovala neekvivalentní záznamy
- ◆ zachování konstantní energie fotonu .. **Ruská ruleta**
 - ◆ foton se náhodně **šíří dál s původní energií** nebo **zcela zanikne**
 - ◆ **rozhodování** mezi:
 - 1. difusním odrazem (D)
 - 2. lesklým odrazem (S, S_M)
 - 3. lomem
 - na každém difusním povrchu: příspěvek do fotonové mapy



Datová struktura fotonové mapy

foton:

- ◆ **poloha** dopadu (float[3])
- ◆ **směr** dopadu (float[2] nebo komprese do int8[2])
- ◆ **energie** fotonu (RGB, spektrum nebo RGBE = int8[4])
- ◆ příznaky pro konstrukci stromu (např. „splitting plane“)

- ◆ fotonová mapa musí být **rychlá** i při **velkém množství záznamů**
 - ◆ 10^5 až 10^7 jednotlivých záznamů
 - ◆ operace: **rychlé vyhledávání nejbližších sousedů**
 - K nejbližších nebo všech v daném okolí (poloměr R)
 - ◆ osvědčil se **KD-strom** (binární, data ve všech uzlech)

KD–strom

- ◆ ve fázi konstrukce se jen ukládají záznamy, před použitím je dobré ho **vyvážit**
- ◆ **optimalizace** pro geometrické vyhledávání:
 - ◆ **směr dělení** (splitting plane) se určí podle složky souřadnic s maximálním rozsahem (nebo rozptylem)
 - ◆ uložení v poli – **bez použití ukazatelů !**
- ◆ à la Jensen:
 - ◆ uložení jako halda (potomci mají indexy $2i$ a $2i+1$)
- ◆ à la Hooley („cache-friendly“):
 - ◆ medián se nechává na místě, zbytek jako v quick-sortu

Hledání nejbližších sousedů

- ◆ používá se **halda** pro uložení větví, do kterých jsem ještě nevstoupil
- ◆ ořezávání průchodu:
 - ◆ podle vzdálenosti již nalezeného K-tého nejbližšího fotonu (hledám-li K nejbližších)
 - ◆ podle daného poloměru vyhledávání R

Odhad radiance I

Vyzařovaná **radiance z bodu x**:

$$L_r(x, \omega_o) = \int_{\Omega} f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \underline{L_i(x, \omega_i)} \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

Vyjádření pomocí **světelného toku**:

$$L_r(x, \omega_o) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \frac{\partial^2 \Phi_i(x, \omega_i)}{\partial A_i}$$

Odhad radiance II

Odhad radiance z **fotonové mapy v okolí bodu x**:
(najdu **n** nejbližších fotonů)

$$L_r(x, \omega_o) \approx \sum_{p=1}^n f_r(x, \omega_p \rightarrow \omega_o) \cdot \frac{\Delta \Phi_p(x, \omega_p)}{\Delta A}$$

Při **kruhovém** okolí (n-tý foton má vzdálenost **r**):

$$L_r(x, \omega_o) \approx \frac{1}{\pi r^2} \sum_{p=1}^n f_r(x, \omega_p \rightarrow \omega_o) \cdot \Delta \Phi_p(x, \omega_p)$$

Filtrace ve fotonové mapě

- ◆ pokud se použije menší množství fotonů, průběh odhadu radiance je rozmazaný (... „box filter“)
 - ◆ obzvlášť vadí u kaustické mapy
- ◆ vhodnější filtry zdůrazňují záznamy ve středu prohledávání
 - ◆ kuželový filtr
 - ◆ Gaussovský filtr
 - ◆ **diferenciální kontrola** – pokud se přidáváním dalších (vzdálenějších) fotonů odhad monotónně mění, ukončím přidávání a vrátím aktuální výsledek

Globální zobrazování I

Shrnutí již dříve uvedených vzorců:

$$L_o(x, \omega_o) = L_e(x, \omega_o) + L_r(x, \omega_o)$$

Odražená radiance:

$$L_r(x, \omega_o) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \omega_i, \omega_o) \cdot L_i(x, \omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

Složky funkce odrazivosti:

$$f_r(x, \omega_i, \omega_o) = f_{r,d}(x, \omega_i, \omega_o) + f_{r,s}(x, \omega_i, \omega_o)$$

Globální zobrazování II

Klasifikace přicházející radiance L_i :

$L_{i,l}(x, \omega_i)$ světlo přicházející přímo ze světelných zdrojů \mathbf{L}

$L_{i,c}(x, \omega_i)$ kaustika – světlo ze zdrojů koncentrované lesklými odrazy/lomy $\mathbf{L S}^+$

$L_{i,d}(x, \omega_i)$ nepřímé světlo odražené minimálně jedenkrát difusně $\mathbf{L S}^* \mathbf{D (D|S)^*}$

$$L_i(x, \omega_i) = L_{i,l}(x, \omega_i) + L_{i,c}(x, \omega_i) + L_{i,d}(x, \omega_i)$$

Globální zobrazování III

Odražená radiance (vynechán bod odrazu \mathbf{x}):

$$\begin{aligned}
 L_r(\omega_o) = & \int_{\Omega_x} f_r(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,l}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i + \\
 & \int_{\Omega_x} f_{r,s}(\omega_i, \omega_o) \cdot (L_{i,c}(\omega_i, \omega_o) + L_{i,d}(\omega_i, \omega_o)) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i + \\
 & \int_{\Omega_x} f_{r,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,c}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i + \\
 & \int_{\Omega_x} f_{r,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i
 \end{aligned}$$

Přesnost výpočtů

- ◆ „přesný“ výpočet
 - ◆ je-li bod x přímo vidět na obrázku .. nebo
 - ◆ je-li vidět přes několik málo lesklých odrazů .. nebo
 - ◆ je-li paprsek velmi krátký (eliminace „color bleeding“)
- ◆ přibližný výpočet
 - ◆ v ostatních případech
 - ◆ .. jestliže byl paprsek od oka odražen alespoň jednou difusně
 - ◆ .. nebo má-li paprsek malou váhu (kumulovaný koeficient odrazu)

Přímé osvětlení

Světlo dopadající přímo ze světelných zdrojů:

$$\int_{\Omega_x} f_r(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,l}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- ◆ v R-T se počítá pomocí stínovacích paprsků
 - ◆ vícenásobné paprsky pro plošné zdroje („Distr. R-T“)
- ◆ přesný výpočet: stínovací paprsky nebo foton. mapa
 - ◆ urychlení .. fotonová mapa obsahuje i „**stínové fotony**“
- ◆ přibližný výpočet: jen podle globání fotonové mapy
 - ◆ bez jakýchkoli sekundárních paprsků

Zrcadlový a lesklý odraz

Nepřímé světlo odražené lesklou složkou BRDF:

$$\int_{\Omega_x} f_{r,s}(\omega_i, \omega_o) \cdot (L_{i,c}(\omega_i, \omega_o) + L_{i,d}(\omega_i, \omega_o)) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- ◆ klasická Monte-Carlo technika („Distributed R-T“)
 - ◆ přesnost úplně stačí i v náročnějších situacích (přímá viditelnost)
 - ◆ pro uspokojivou přesnost výsledku stačí použít pouze několik odražených paprsků

Světlo ze zdroje koncentrované na matném povrchu:

$$\int_{\Omega_x} f_{r,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,c}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- ◆ přesný výpočet: kaustická fotonová mapa
 - ◆ tato mapa obsahuje velkou koncentraci fotonů, přesnost je tedy velká (ostrá kaustika)
- ◆ přibližný výpočet: podle globání fotonové mapy

Mnohonásobný měkký odraz

Světlo odražené mnohokrát difusně:

$$\int_{\Omega_x} f_{r,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot L_{i,d}(\omega_i, \omega_o) \cdot \cos \theta_i \, d\omega_i$$

- ◆ přesný výpočet: „Distributed R-T“ (Monte-Carlo)
 - ◆ optimalizace vzorkování podle globální fotonové mapy (znám směry dopadů fotonů v okolí daného bodu)
 - ◆ další urychlení: „Irradiance Caching“ (Ward 1988)
- ◆ přibližný výpočet: podle globální fotonové mapy

Literatura – knihy

- ◆ Andrew Glassner: *Principles of Digital Image Synthesis*, Morgan Kaufmann, 1995
- ◆ Henrik Wann Jensen: *Realistic Image Synthesis Using Photon Mapping*, A K Peters, 2001
- ◆ Matt Pharr, Greg Humphreys: *Physically Based Rendering*, Morgan Kaufmann, 2004
- ◆ Philip Dutre, Kavita Bala, Philippe Baekert: *Advanced Global Illumination*, A K Peters, 2006
- ◆ Jaroslav Křivánek, Pascal Gautron: *Practical Global Illumination with Irradiance Caching*, Morgan & Claypool, 2009

Literatura

- ◆ Eric Veach, Leonidas J. Guibas: ***Optimally Combining Sampling Techniques for Monte Carlo Rendering***, SIGGRAPH'95 Proceedings
- ◆ Eric Lafortune: ***Mathematical Models and Monte Carlo Algorithms for Physically Based Rendering***, PhD thesis, KU Leuven, 1996
- ◆ Eric Veach, Leonidas J. Guibas: ***Metropolis Light Transport***, SIGGRAPH'97 Proceedings
- ◆ Eric Veach: ***Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation***, PhD Thesis, 1997

- ◆ David Cline, Parris Egbert: ***A Practical Introduction to Metropolis Light Transport***, Tech. report, Brigham Young University, 2005
- ◆ Henrik Wann Jensen et al.: ***A Practical Guide to Global Illumination using Photon Mapping***, SIGGRAPH 2002 Course